Exercice 13 :

Soient les nombres complexes $Z_1 = - \sqrt{3} - i$

et $Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

Les points M, M' et M'' ont pour affixes respectives Z, Z' et Z'' définis par $Z' = Z + Z_1$ et $Z'' = Z\, Z_2$.

1°) Déterminez les formes trigonométriques de Z_1 et Z_2.

2°) Pour les points $M_3 (1 ; - 3)$ et $M_4 (- 2 ; 4)$. Déterminez et placez les points M' et M'' correspondants.

3°) Quelle transformation géométrique déplace les points M en M' ? (on ne la démontrera pas)

4°) Quelle transformation géométrique déplace les points M en M'' ? (on ne la démontrera pas)

1°)

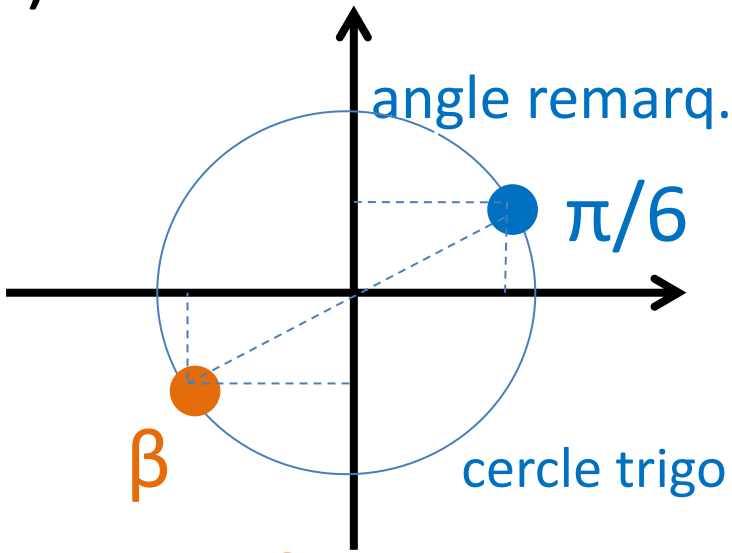
z_1 de **forme algébrique** $z_1 = -\sqrt{3} - i$

$r = |z_1|$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2$$

$\beta = \arg(z_1)$

$$\begin{cases} \cos\beta = a/r = -(\sqrt{3})/2 \\ \sin\beta = b/r = -1/2 \end{cases}$$



donc $\beta = 7\pi/6 + k2\pi$

z_1 de **forme trigonométrique** $z_1 = [\ 2\ ;\ 7\pi/6\ ]$

1°) $Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

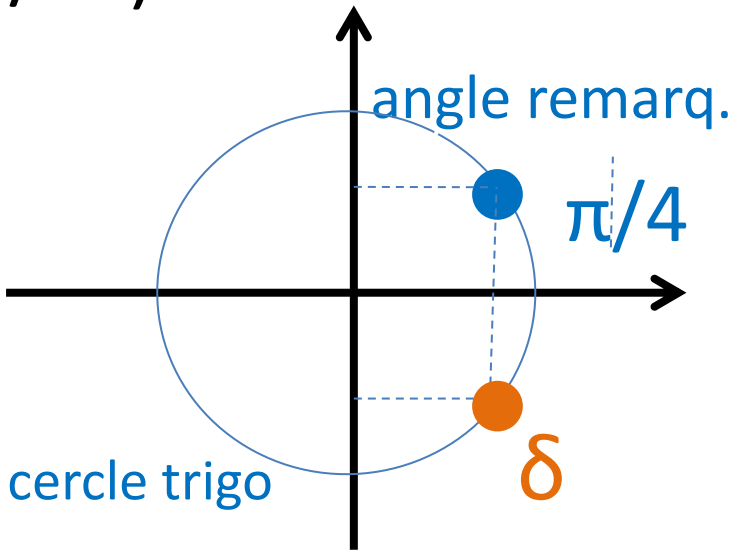
z_2 de **forme algébrique** **z_2** $= (1/\sqrt{2}) - (1/\sqrt{2})\, i$

$r = | z_2 |$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(1/\sqrt{2})^2 + (1/\sqrt{2})^2} = \sqrt{1} = 1$$

$\delta = \arg(z_2)$

$$\begin{cases} \cos \delta = a/r = (1/\sqrt{2}) \\ \sin \delta = b/r = -(1/\sqrt{2}) \end{cases}$$



donc $\delta = -\pi/4 + k2\pi$

z_2 de **forme trigonométrique** **z_2** $=$ **$[1 ; -\pi/4]$**

Exercice 14 :

Soient les nombres complexes $Z_1 = -\sqrt{3} - i$

et $Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

Les points M, M' et M'' ont pour affixe respectives Z, Z' et Z'' définis par $Z' = Z + Z_1$ et $Z'' = Z\, Z_2$.

2°) Pour les points $M_3 (1 ; - 3)$ et $M_4 (- 2 ; 4)$. Déterminez et placez les points M' et M'' correspondants.

2°) $Z_1 = -\sqrt{3} - i$ $\quad Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1$ $\quad Z'' = Z\,Z_2$.

$M_3(1 ; -3)$ donc $Z_3 = 1 - 3i$

donc $Z_3' = Z_3 + Z_1 = (1 - 3i) + (-\sqrt{3} - i)$

$= (1 - \sqrt{3}) - 4i$

donc $M'_3(1 - \sqrt{3} ; -4) \approx (-0{,}7 ; -4)$

2°) $Z_1 = -\sqrt{3} - i$ $\qquad Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1$ $\qquad Z'' = Z\,Z_2$.

$M_3(1 ; -3)$ donc $Z_3 = 1 - 3i$

donc $Z_3' = Z_3 + Z_1 = (1 - 3i) + (-\sqrt{3} - i)$

$= (1 - \sqrt{3}) - 4i$

donc $M'_3(1 - \sqrt{3} ; -4) \approx (-0{,}7 ; -4)$

$Z_3'' = Z_3\,Z_2 = (1 - 3i)(1 - i)/\sqrt{2}$

$= (1 - i - 3i + 3i^2)/\sqrt{2} = (-2 - 4i)/\sqrt{2}$

donc $M''_3(-2/\sqrt{2} ; -4/\sqrt{2}) \approx (-1{,}4 ; -2{,}8)$

$2°)\ Z_1 = -\sqrt{3} - i \qquad Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1 \qquad Z'' = Z\,Z_2.$

$M_4(-2\ ;\ 4)$ donc $Z_4 = -2 + 4i$

donc $Z_4' = Z_4 + Z_1 = (-2 + 4i) + (-\sqrt{3} - i)$

$= (-2 - \sqrt{3}) + 3i$

donc $M'_4(-2 - \sqrt{3}\ ;\ 3) \approx (-3{,}7\ ;\ 3)$

$Z_4'' = Z_4\,Z_2 = (-2 + 4i)(1 - i)/\sqrt{2}$

$= (-2 + 2i + 4i - 4i^2)/\sqrt{2} = (2 + 6i)/\sqrt{2}$

donc $M''_4(2/\sqrt{2}\ ;\ 6/\sqrt{2}) \approx (1{,}4\ ;\ 4{,}2)$

2°) $Z_1 = -\sqrt{3} - i$ $\quad Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1$ $\quad Z'' = Z\,Z_2$.

$M_3 (1 ; -3)$

$M'_3 \approx (-0,7 ; -4)$

$M''_3 \approx (-1,4 ; -2,8)$

$M_4 (-2 ; 4)$

$M'_4 \approx (-3,7 ; 3)$

$M''_4 \approx (1,4 ; 4,2)$

2°) $Z_1 = -\sqrt{3} - i$ $\quad Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1$ $\quad Z'' = Z\,Z_2$.

$M_3(1 ; -3)$

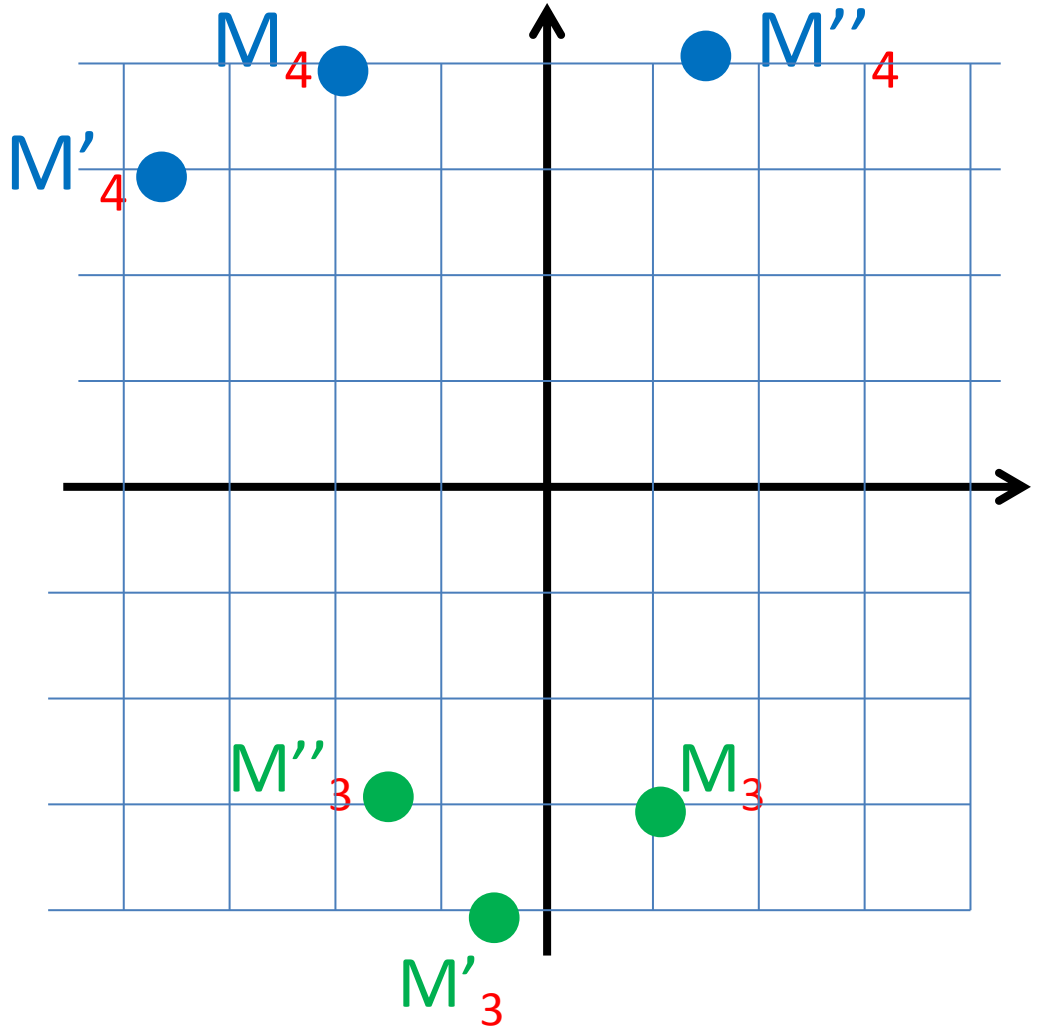
$M'_3 \approx (-0,7 ; -4)$

$M''_3 \approx (-1,4 ; -2,8)$

$M_4(-2 ; 4)$

$M'_4 \approx (-3,7 ; 3)$

$M''_4 \approx (1,4 ; 4,2)$



2°) $Z_1 = -\sqrt{3} - i$ $\quad Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1$ $\quad Z'' = Z\,Z_2$.

$M_3(1 ; -3)$

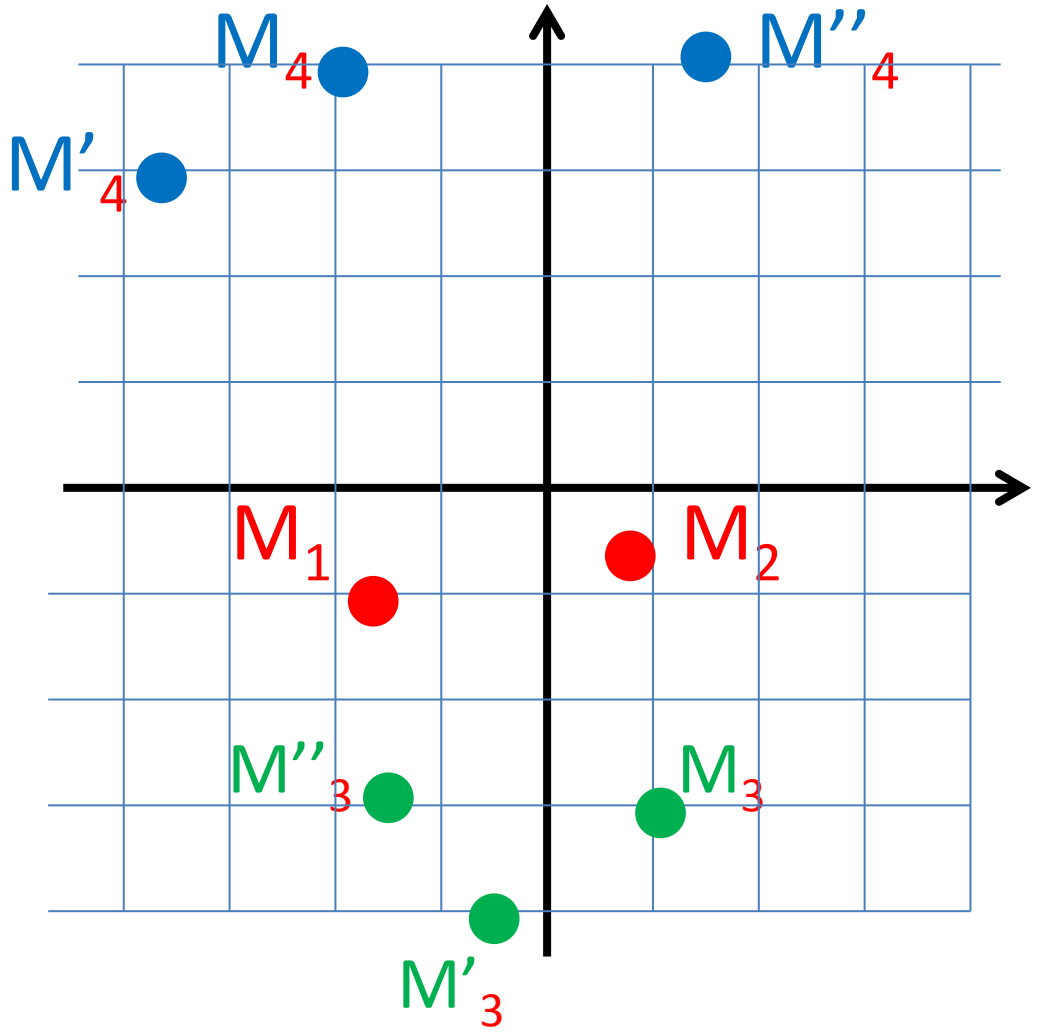
$M'_3 \approx (-0,7 ; -4)$

$M''_3 \approx (-1,4 ; -2,8)$

$M_4(-2 ; 4)$

$M'_4 \approx (-3,7 ; 3)$

$M''_4 \approx (1,4 ; 4,2)$



3°) $Z_1 = -\sqrt{3} - i$ $Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1$

$M_3 (1 ; -3)$

$M'_3 \approx (-0,7 ; -4)$

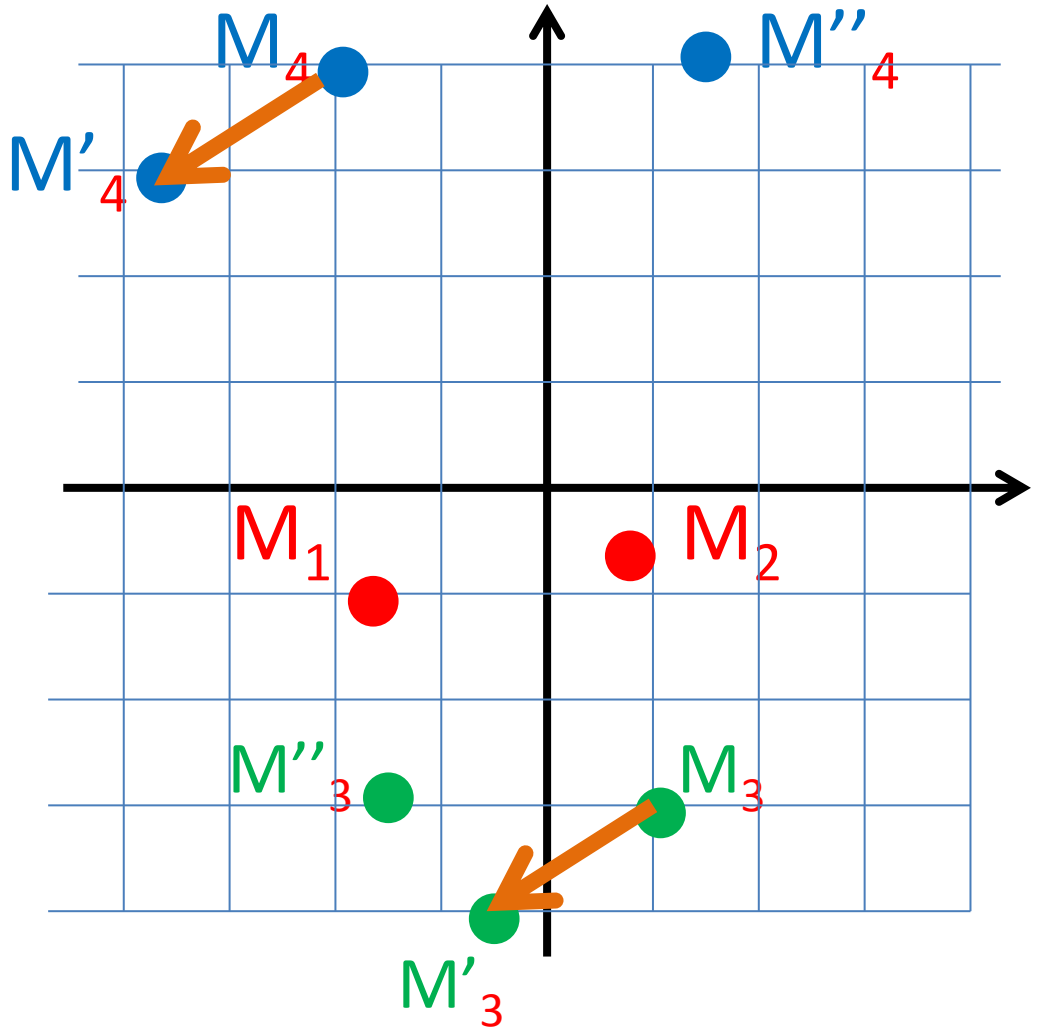
$M''_3 \approx (-1,4 ; -2,8)$

$M_4 (-2 ; 4)$

$M'_4 \approx (-3,7 ; 3)$

$M''_4 \approx (1,4 ; 4,2)$

$Z'' = Z\, Z_2$



3°) $Z_1 = -\sqrt{3} - i$ $Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1$ translation de vecteur $\overrightarrow{OM_1}$

$M_3 (1 ; -3)$

$M'_3 \approx (-0,7 ; -4)$

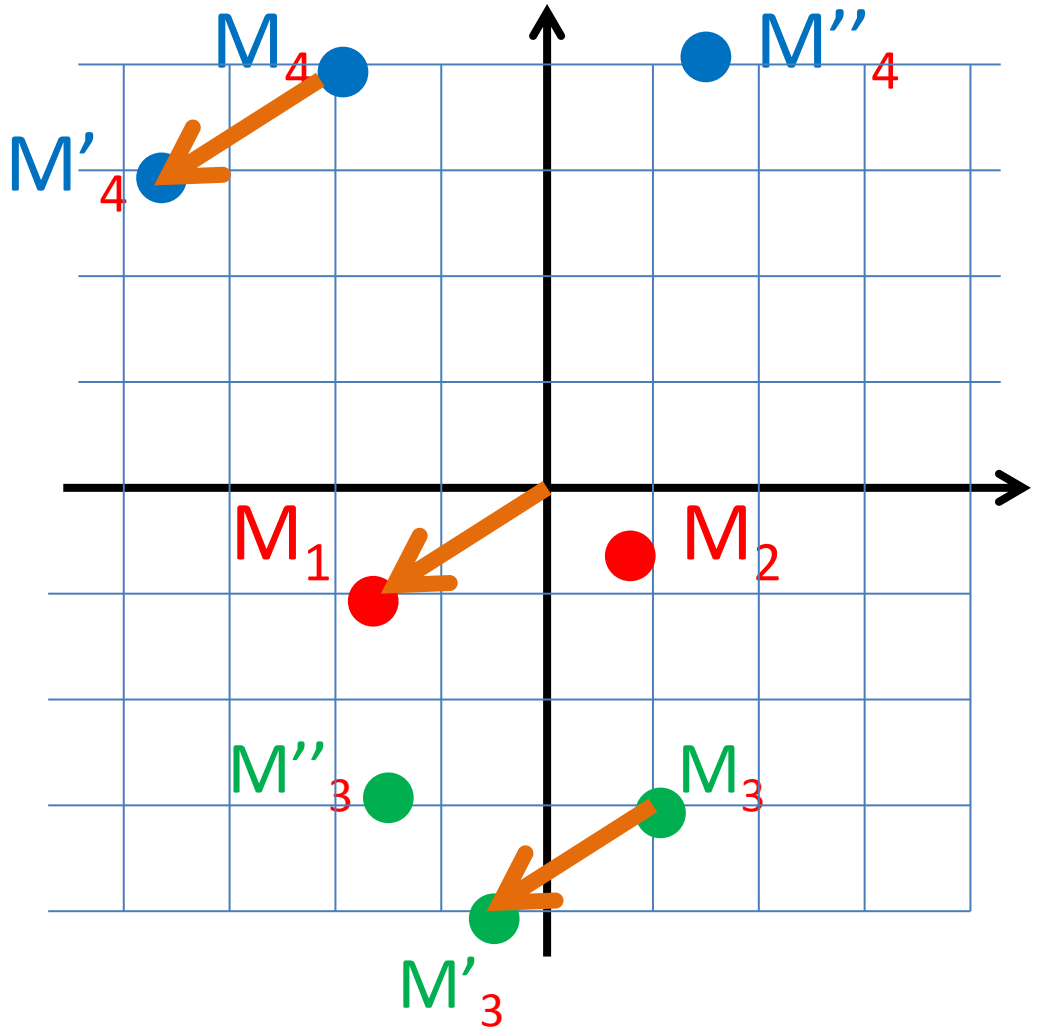
$M''_3 \approx (-1,4 ; -2,8)$

$M_4 (-2 ; 4)$

$M'_4 \approx (-3,7 ; 3)$

$M''_4 \approx (1,4 ; 4,2)$

$Z'' = Z\,Z_2$



4°) $Z_1 = -\sqrt{3} - i$ $\quad Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1$ translation de vecteur $\overrightarrow{OM_1}$

$M_3 (1 ; -3)$

$M'_3 \approx (-0,7 ; -4)$

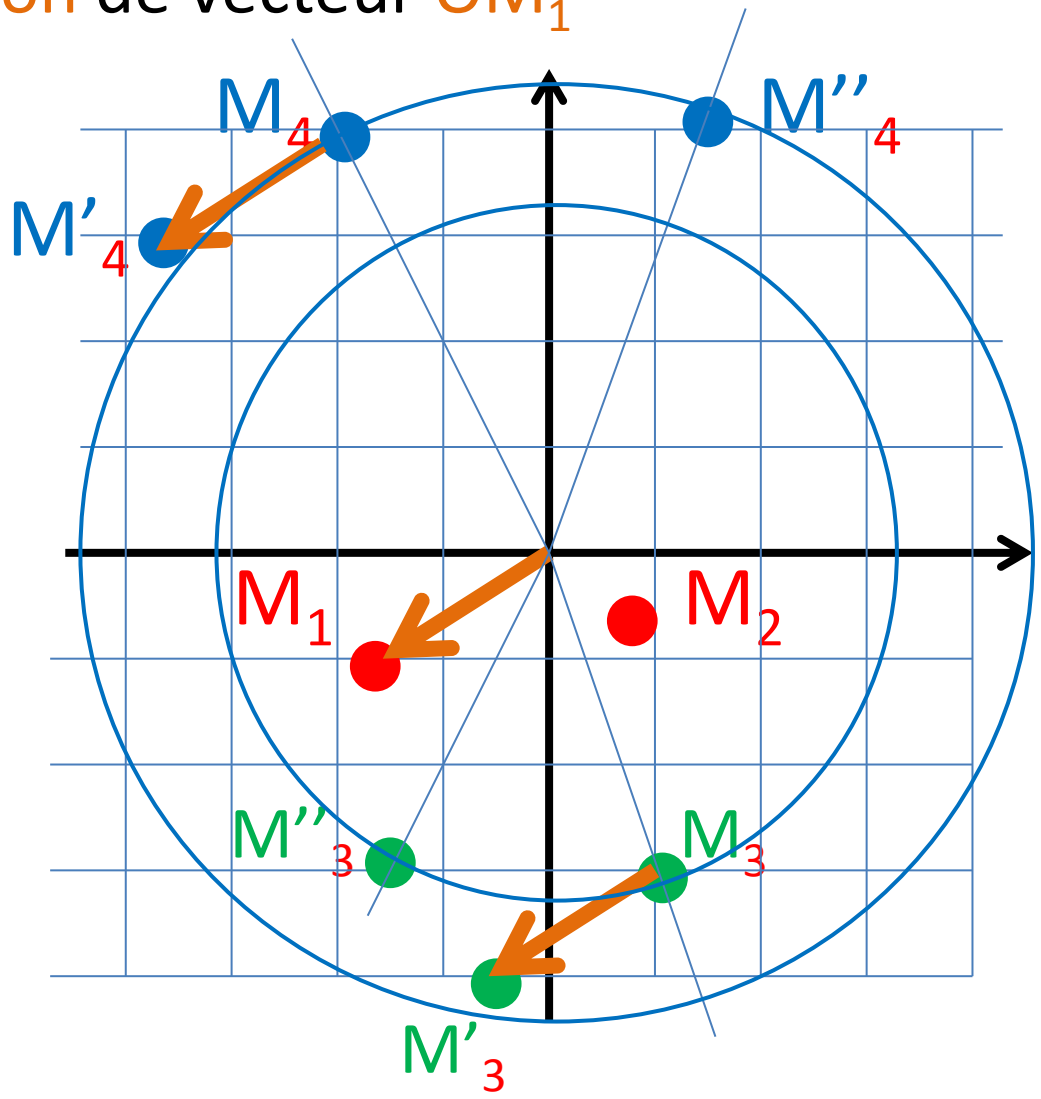
$M''_3 \approx (-1,4 ; -2,8)$

$M_4 (-2 ; 4)$

$M'_4 \approx (-3,7 ; 3)$

$M''_4 \approx (1,4 ; 4,2)$

$Z'' = Z\, Z_2$



4°) $Z_1 = -\sqrt{3} - i$ $\quad Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1$ translation de vecteur $\overrightarrow{OM_1}$

$M_3 (1 ; -3)$

$M'_3 \approx (-0,7 ; -4)$

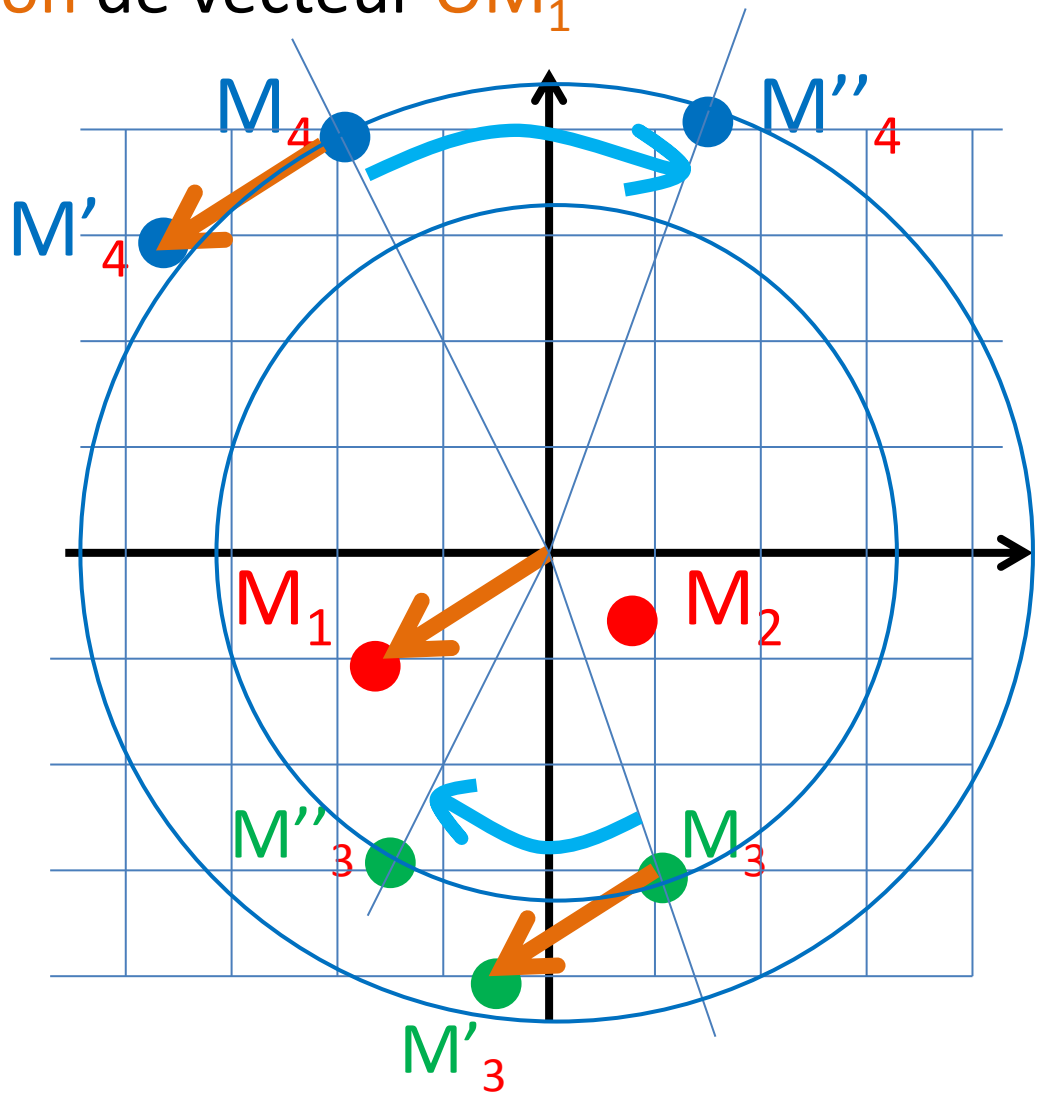
$M''_3 \approx (-1,4 ; -2,8)$

$M_4 (-2 ; 4)$

$M'_4 \approx (-3,7 ; 3)$

$M''_4 \approx (1,4 ; 4,2)$

$Z'' = Z\, Z_2$



4°) $Z_1 = -\sqrt{3} - i$ $Z_2 = (1 - i)/\sqrt{2}$

$Z' = Z + Z_1$ translation de vecteur $\overrightarrow{OM_1}$

$M_3 (1 ; -3)$

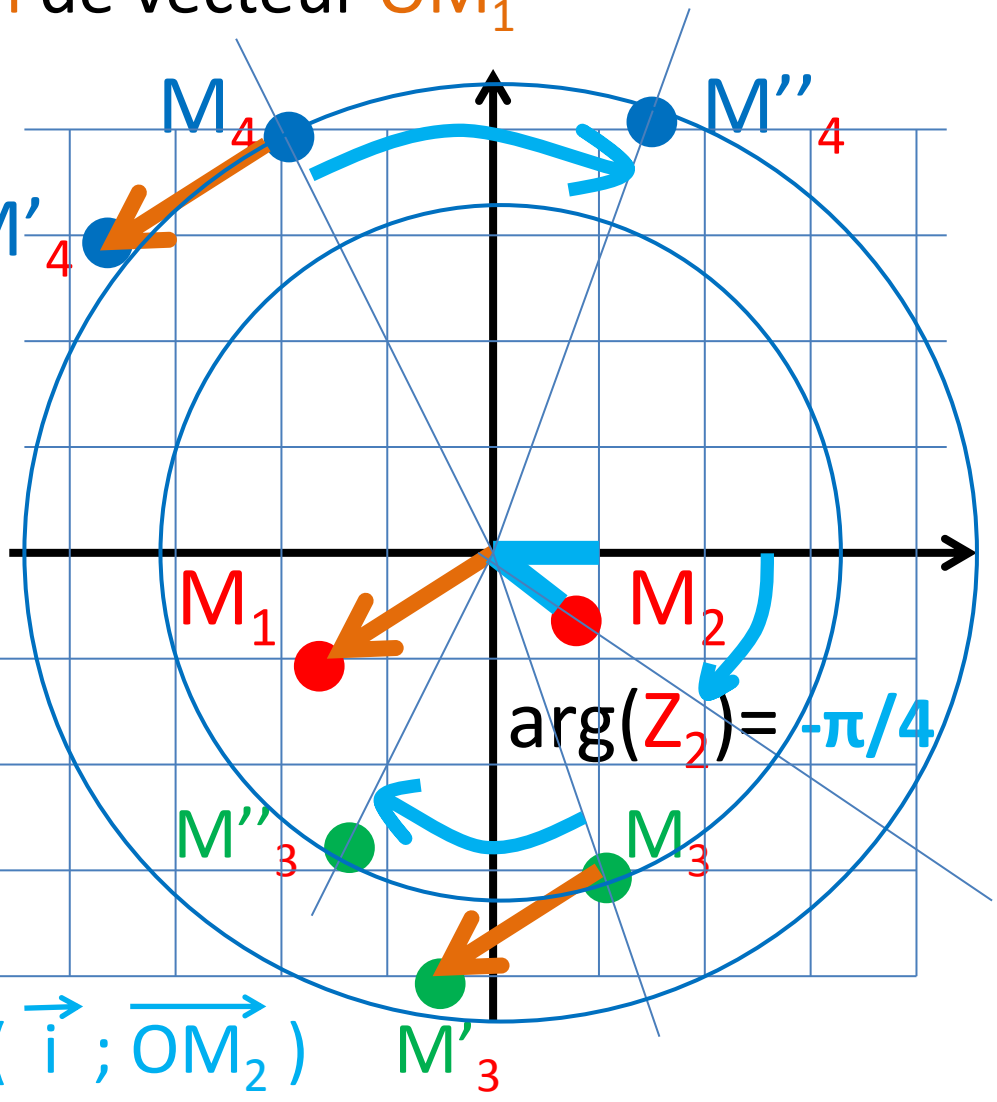
$M'_3 \approx (-0,7 ; -4)$

$M''_3 \approx (-1,4 ; -2,8)$

$M_4 (-2 ; 4)$

$M'_4 \approx (-3,7 ; 3)$

$M''_4 \approx (1,4 ; 4,2)$



$Z'' = Z\,Z_2$

rotation d'angle orienté $(\vec{i} ; \overrightarrow{OM_2})$