chapitre 8 : # Les Probabilités

I Variable aléatoire

Les nombres x_1 ; x_2 ; … ; x_n sont les résultats d'une expérience aléatoire.

La variable aléatoire X est une variable qui peut prendre, aléatoirement, comme valeur numérique les nombres x_1 à x_n.

chapitre 8 : # Les Probabilités

I Variable aléatoire

Les nombres x_1 ; x_2 ; … ; x_n sont les résultats d'une expérience aléatoire.

La variable aléatoire X est une variable qui peut prendre, aléatoirement, comme valeur numérique les nombres x_1 à x_n.

II **Loi de probabilité** d'une variable aléatoire

On associe respectivement à chaque valeur x_1 à x_n

la probabilité p_1 à p_n

I Variable aléatoire

Les nombres x_1 ; x_2 ; … ; x_n sont les résultats d'une expérience aléatoire.

La variable aléatoire X est une variable qui peut prendre, aléatoirement, comme valeur numérique les nombres x_1 à x_n.

II **Loi de probabilité** d'une variable aléatoire

On associe respectivement à chaque valeur x_1 à x_n

la probabilité p_1 à p_n de l'obtenir.

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	

I Variable aléatoire

Les nombres x_1 ; x_2 ; … ; x_n sont les résultats d'une expérience aléatoire.

La variable aléatoire X est une variable qui peut prendre, aléatoirement, comme valeur numérique les nombres x_1 à x_n.

II **Loi de probabilité** d'une variable aléatoire

On associe respectivement à chaque valeur x_1 à x_n

la probabilité p_1 à p_n de l'obtenir.

Ex. : Soit X la variable aléatoire donnant le nombre affiché par un dé.

valeurs x_i prises par X					
$p (X = x_i)$					

I Variable aléatoire

Les nombres x_1 ; x_2 ; … ; x_n sont les résultats d'une expérience aléatoire.

La variable aléatoire X est une variable qui peut prendre, aléatoirement, comme valeur numérique les nombres x_1 à x_n.

II **Loi de probabilité** d'une variable aléatoire

On associe respectivement à chaque valeur x_1 à x_n

la probabilité p_1 à p_n de l'obtenir.

Ex. : Soit X la variable aléatoire donnant le nombre affiché par un dé.

valeurs x_i prises par X	1	2	3	4	5	6
$p(X = x_i)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Exercice 1 :

On lance 2 fois une pièce de monnaie. Le pile donne le nombre 1, la face donne le nombre 2.

Soit X la variable aléatoire donnant le produit des deux nombres obtenus.

Déterminez la loi de probabilité de la variable aléatoire.

Exercice 1 :

On lance 2 fois une pièce de monnaie. Le pile donne le nombre 1, le Face donne le nombre 2. Soit X la variable aléatoire donnant le produit des deux nombres obtenus.

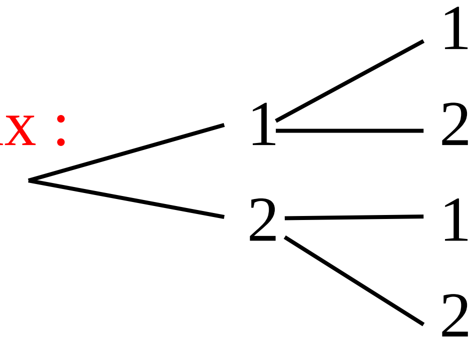
Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X				
p (X = x_i)				

Exercice 1 :

On lance 2 fois une pièce de monnaie. Le pile donne le nombre 1, le Face donne le nombre 2. Soit X la variable aléatoire donnant le produit des deux nombres obtenus.

arbre de choix :



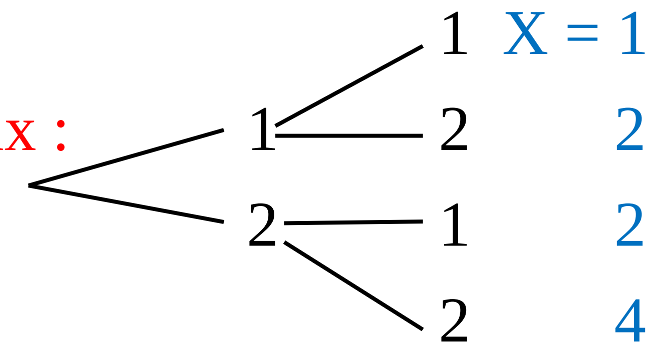
Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X				
p (X = x_i)				

Exercice 1 :

On lance 2 fois une pièce de monnaie. Le pile donne le nombre 1, le Face donne le nombre 2. Soit X la variable aléatoire donnant le produit des deux nombres obtenus.

arbre de choix :



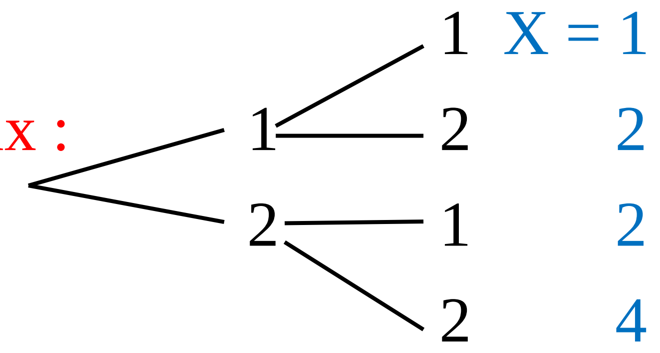
Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X				
$p (X = x_i)$				

Exercice 1 :

On lance 2 fois une pièce de monnaie. Le pile donne le nombre 1, le Face donne le nombre 2. Soit X la variable aléatoire donnant le produit des deux nombres obtenus.

arbre de choix :



Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p(X = x_i)$			

Exercice 1 :

On lance 2 fois une pièce de monnaie. Le pile donne le nombre 1, le Face donne le nombre 2. Soit X la variable aléatoire donnant le produit des deux nombres obtenus.

arbre de choix :

1 – 1 $X = 1$ probabilité : 1 branche sur 4 donc 1/4

1 – 2 2

2 – 1 2 2 branches sur 4 donc 2/4

2 – 2 4 1 branche sur 4 donc 1/4

(méthode valable si on est en … ?)

Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p(X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

Exercice 1 :

On lance 2 fois une pièce de monnaie. Le pile donne le nombre 1, le Face donne le nombre 2. Soit X la variable aléatoire donnant le produit des deux nombres obtenus.

arbre de choix :

1	1	$X = 1$	probabilité : 1 branche sur 4 donc 1/4
	2	2	
2	1	2	2 branches sur 4 donc 2/4
	2	4	1 branche sur 4 donc 1/4

(méthode valable si on est en équiprobabilité)

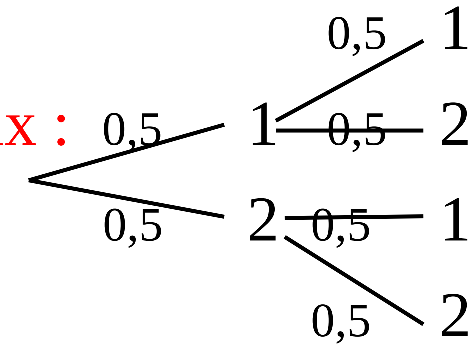
Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p (X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

Exercice 1 :

On lance 2 fois une pièce de monnaie. Le pile donne le nombre 1, le Face donne le nombre 2. Soit X la variable aléatoire donnant le produit des deux nombres obtenus.

arbre de choix :



$X = 1$	probabilité :	$0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$
2		$0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$
2		$0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$
4		$0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$

(méthode valable même si on n'est pas en équiprobabilité)

Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p (X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

III Espérance d’une variable aléatoire

Elle est notée E(X)

La valeur x_i que l’on a plus de probabilité d’obtenir est la …

III Espérance d’une variable aléatoire

Elle est notée E(X)

La valeur x_i que l’on a plus de probabilité d’obtenir est la **valeur ayant la plus forte probabilité**. Mais …

III Espérance d'une variable aléatoire

Elle est notée E(X)

La valeur x_i que l'on a plus de probabilité d'obtenir est la **valeur ayant la plus forte probabilité**. Mais celles ayant une faible probabilité …

III Espérance d’une variable aléatoire

Elle est notée E(X)

La valeur x_i que l’on a plus de probabilité d’obtenir est la **valeur ayant la plus forte probabilité**. Mais celles ayant une faible probabilité peuvent aussi être obtenues. La valeur représentative ayant le plus de probabilité sera donc …

III Espérance d'une variable aléatoire

Elle est notée E(X)

La valeur x_i que l'on a plus de probabilité d'obtenir est la **valeur ayant la plus forte probabilité**. Mais celles ayant une faible probabilité peuvent aussi être obtenues. La valeur représentative ayant le plus de probabilité sera donc **la moyenne** des valeurs …

III Espérance d’une variable aléatoire

Elle est notée E(X)

La valeur x_i que l’on a plus de probabilité d’obtenir est la **valeur ayant la plus forte probabilité**. Mais celles ayant une faible probabilité peuvent aussi être obtenues. La valeur représentative ayant le plus de probabilité sera donc **la moyenne** des valeurs pondérées par leurs probabilités.

III Espérance d'une variable aléatoire

Elle est notée E(X)

La valeur x_i que l'on a plus de probabilité d'obtenir est la **valeur ayant la plus forte probabilité**. Mais celles ayant une faible probabilité peuvent aussi être obtenues. La valeur représentative ayant le plus de probabilité sera donc **la moyenne** des valeurs pondérées par leurs probabilités.

$$x_{moyen} = \frac{\Sigma\, n_i\, x_i}{\Sigma\, n_i} \qquad \text{donne} \qquad E(X) = \ldots$$

Σ est le symbole de la somme, qui permet de raccourcir l'écriture de

$$n_1\, x_1 + n_2\, x_2 + n_3\, x_3 + \text{etc}\ldots = \Sigma\, n_i\, x_i$$

$$n_1 + n_2 + n_3 + \text{etc}\ldots = \Sigma\, n_i$$

Σ est le symbole de la somme, qui permet de *raccourcir* l'écriture :

$$n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + \text{etc...} = \Sigma\, n_i x_i$$

On peut indiquer les valeurs initiale et finale de l'indice i :

$$n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + \ldots + n_{12} x_{12} = \sum_{i=1}^{12} n_i x_i$$

Exemple : déterminez $A = \sum_{i=0}^{4} i$ et $B = \sum_{i=-1}^{3} i^2$

$$A = \sum_{i=0}^{4} i = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$B = \sum_{i=-1}^{3} i^2 = (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 = 15$$

III **Espérance** d'une variable aléatoire

Elle est notée E(X)

La valeur x_i que l'on a plus de probabilité d'obtenir est la **valeur ayant la plus forte probabilité**. Mais celles ayant une faible probabilité peuvent aussi être obtenues. La valeur représentative ayant le plus de probabilité sera donc **la moyenne** des valeurs pondérées par leurs probabilités.

$$x_{moyen} = \frac{\Sigma\, n_i\, x_i}{\Sigma\, n_i} \quad \text{donne} \quad E(X) = \frac{\Sigma\, p_i\, x_i}{\Sigma\, p_i}$$

et comme … on a alors

$$\boxed{E(X) = \ldots}$$

III **Espérance** d'une variable aléatoire

Elle est notée E(X)

La valeur x_i que l'on a plus de probabilité d'obtenir est la **valeur ayant la plus forte probabilité**. Mais celles ayant une faible probabilité peuvent aussi être obtenues. La valeur représentative ayant le plus de probabilité sera donc **la moyenne** des valeurs pondérées par leurs probabilités.

$$x_{moyen} = \frac{\Sigma\, n_i\, x_i}{\Sigma\, n_i} \quad \text{donne} \quad E(X) = \frac{\Sigma\, p_i\, x_i}{\Sigma\, p_i}$$

et comme $\Sigma\, p_i = 1$, on a alors $\boxed{E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i}$

L'espérance est **la …**

III Espérance d'une variable aléatoire

Elle est notée E(X)

La valeur x_i que l'on a plus de probabilité d'obtenir est la **valeur ayant la plus forte probabilité**. Mais celles ayant une faible probabilité peuvent aussi être obtenues. La valeur représentative ayant le plus de probabilité sera donc **la moyenne** des valeurs pondérées par leurs probabilités.

$$x_{moyen} = \frac{\Sigma\, n_i\, x_i}{\Sigma\, n_i} \quad \text{donne} \quad E(X) = \frac{\Sigma\, p_i\, x_i}{\Sigma\, p_i}$$

et comme $\Sigma\, p_i = 1$, on a alors $\boxed{E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i}$

L'espérance est **la moyenne probable**.

Exercice 1 :

Déterminez l'espérance de la variable aléatoire :

Exercice 1 : déterminez l'espérance de la variable aléatoire.

Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p (X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

Espérance : $E(X) = \ldots$?

Exercice 1 : déterminez l'espérance de la variable aléatoire.

Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p(X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

Espérance : $E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i = 0{,}25(1) + 0{,}5(2) + 0{,}25(4)$

$= 0{,}25 + 1 + 1 = 2{,}25$

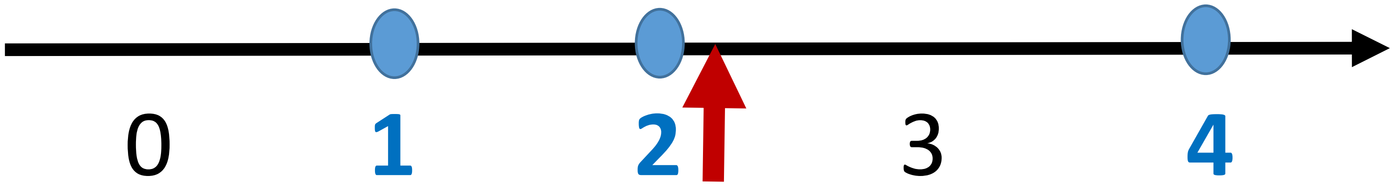
Exercice 1 : déterminez l'espérance de la variable aléatoire.

Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p (X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

Espérance : $E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i = 0{,}25(1) + 0{,}5(2) + 0{,}25(4)$

$= 0{,}25 + 1 + 1 = 2{,}25$



moyenne probable