Exercice 1 :

Soient les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{2n+5}{3n+1}$

$$v_0 = 1 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = 2\,v_n + n - 1$$

1°) Caractérisez les deux suites.

2°) Déterminez leurs 4 premiers termes.

3°) Tracez leurs courbes.

4°) Quels semblent être leurs sens de variations ?

5°) Quelles semblent être leurs limites ?

Exercice 1 :

Soient les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par $\mathbf{u_n = \dfrac{2n+5}{3n+1}}$

$$\mathbf{v_0 = 1} \quad \text{et} \quad \mathbf{v_{n+1} = 2\,v_n + n - 1}$$

1°) Caractérisez les deux suites.

La suite (u_n) est …

La suite (v_n) est …

Exercice 1 :

Soient les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par $\mathbf{u_n = \dfrac{2n + 5}{3n + 1}}$

$$\mathbf{v_0 = 1} \quad \text{et} \quad \mathbf{v_{n+1} = 2\,v_n + n - 1}$$

1°) Caractérisez les deux suites.

La suite (u_n) est une suite **explicite**. $\mathbf{u_n = f(n)}$

La suite (v_n) est une suite **récurrente**. $\mathbf{v_{n+1} = f(v_n)}$

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2\,v_n + n - 1$

2°) Déterminez leurs 4 premiers termes. **$u_n = f(n)$**

$$u_0 = \frac{2(0) + 5}{3(0) + 1} = 5$$

n	0	1	2	3
u_n	5			
v_n				

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2\,v_n + n - 1$

2°) Déterminez leurs 4 premiers termes. **$u_n = f(n)$**

$$u_0 = \frac{2(0) + 5}{3(0) + 1} = 5 \qquad u_1 = \frac{2(1) + 5}{3(1) + 1} = 1{,}75$$

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75		
v_n				

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2\,v_n + n - 1$

2°) Déterminez leurs 4 premiers termes. **$u_n = f(n)$**

$$u_0 = \frac{2(0) + 5}{3(0) + 1} = 5 \qquad u_1 = \frac{2(1) + 5}{3(1) + 1} = 1{,}75 \qquad u_2 = \frac{2(2) + 5}{3(2) + 1} = 9/7$$

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	
v_n				

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2\,v_n + n - 1$

2°) Déterminez leurs 4 premiers termes. **$u_n = f(n)$**

$$u_0 = \frac{2(0) + 5}{3(0) + 1} = 5 \qquad u_1 = \frac{2(1) + 5}{3(1) + 1} = 1{,}75 \qquad u_2 = \frac{2(2) + 5}{3(2) + 1} = 9/7 \qquad u_3 = \frac{2(3) + 5}{3(3) + 1} = 1{,}1$$

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n				

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

2°) Déterminez leurs 4 premiers termes. $\mathbf{u_n = f(n)}$

$u_0 = \dfrac{2(0) + 5}{3(0) + 1} = 5$ $\quad u_1 = \dfrac{2(1) + 5}{3(1) + 1} = 1{,}75$ $\quad u_2 = \dfrac{2(2) + 5}{3(2) + 1} = 9/7$ $\quad u_3 = \dfrac{2(3) + 5}{3(3) + 1} = 1{,}1$

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1		

$\mathbf{v_{n+1} = f(v_n)}$ $\quad v_0 = 1$ $\quad v_1 = 2v_0 + 0 - 1 = 2(1) + 0 - 1 = 1$

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

2°) Déterminez leurs 4 premiers termes. $\mathbf{u_n = f(n)}$

$$u_0 = \frac{2(0) + 5}{3(0) + 1} = 5 \qquad u_1 = \frac{2(1) + 5}{3(1) + 1} = 1{,}75 \qquad u_2 = \frac{2(2) + 5}{3(2) + 1} = 9/7 \qquad u_3 = \frac{2(3) + 5}{3(3) + 1} = 1{,}1$$

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	

$\mathbf{v_{n+1} = f(v_n)}$ $\quad v_0 = 1$

$v_1 = 2v_0 + 0 - 1 = 2(1) + 0 - 1 = 1$

$v_2 = 2v_1 + 1 - 1 = 2(1) + 1 - 1 = 2$

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

2°) Déterminez leurs 4 premiers termes. **$u_n = f(n)$**

$$u_0 = \frac{2(0) + 5}{3(0) + 1} = 5 \qquad u_1 = \frac{2(1) + 5}{3(1) + 1} = 1{,}75 \qquad u_2 = \frac{2(2) + 5}{3(2) + 1} = 9/7 \qquad u_3 = \frac{2(3) + 5}{3(3) + 1} = 1{,}1$$

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5

$v_{n+1} = f(v_n)$ $\quad v_0 = 1$

$v_1 = 2v_0 + 0 - 1 = 2(1) + 0 - 1 = 1$

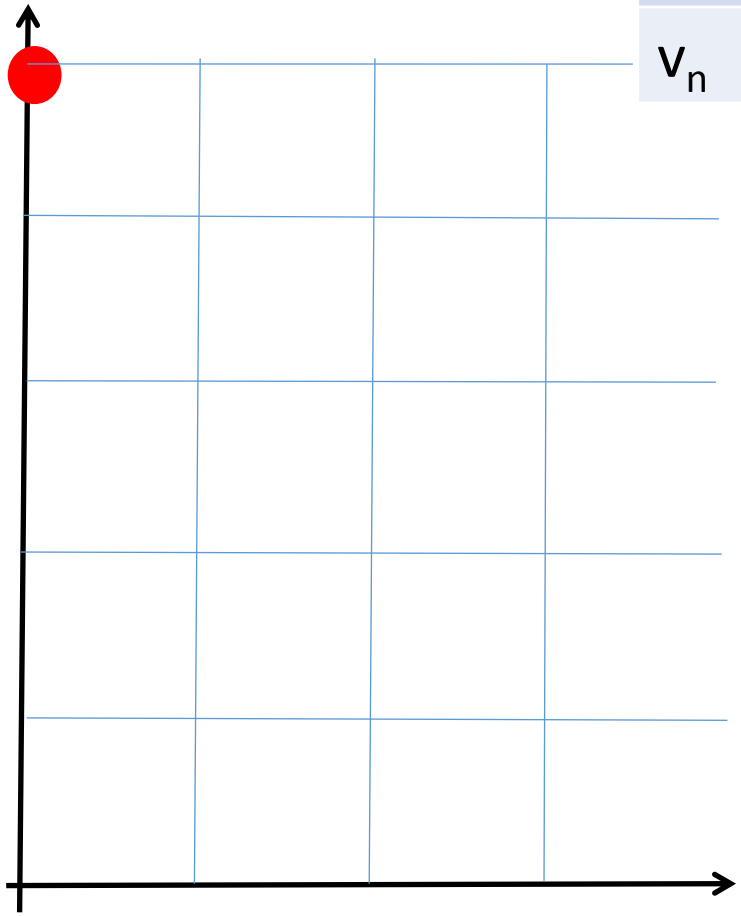
$v_2 = 2v_1 + 1 - 1 = 2(1) + 1 - 1 = 2$

$v_3 = 2v_2 + 2 - 1 = 2(2) + 2 - 1 = 5$

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5

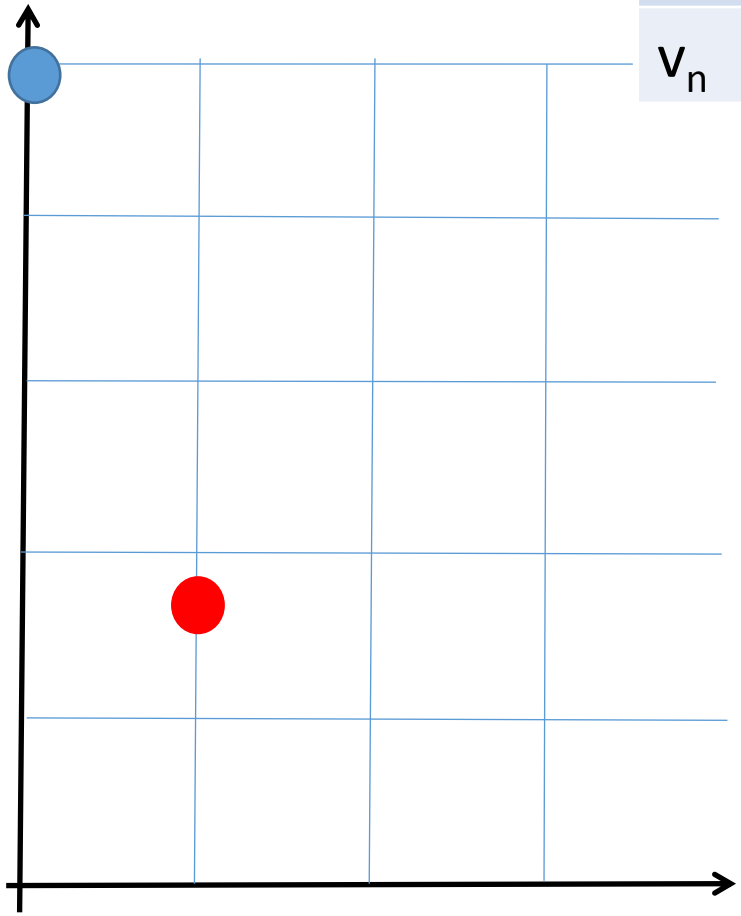


donne le point de coordonnées (0 ; 5).

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5

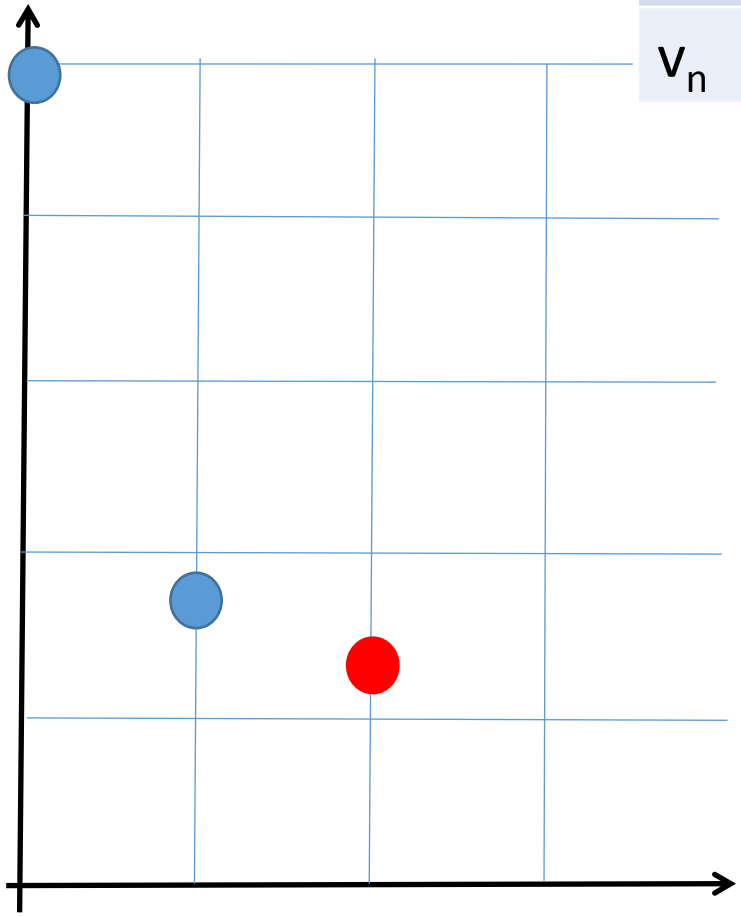


donne le point de coordonnées (1 ; 1,75).

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5

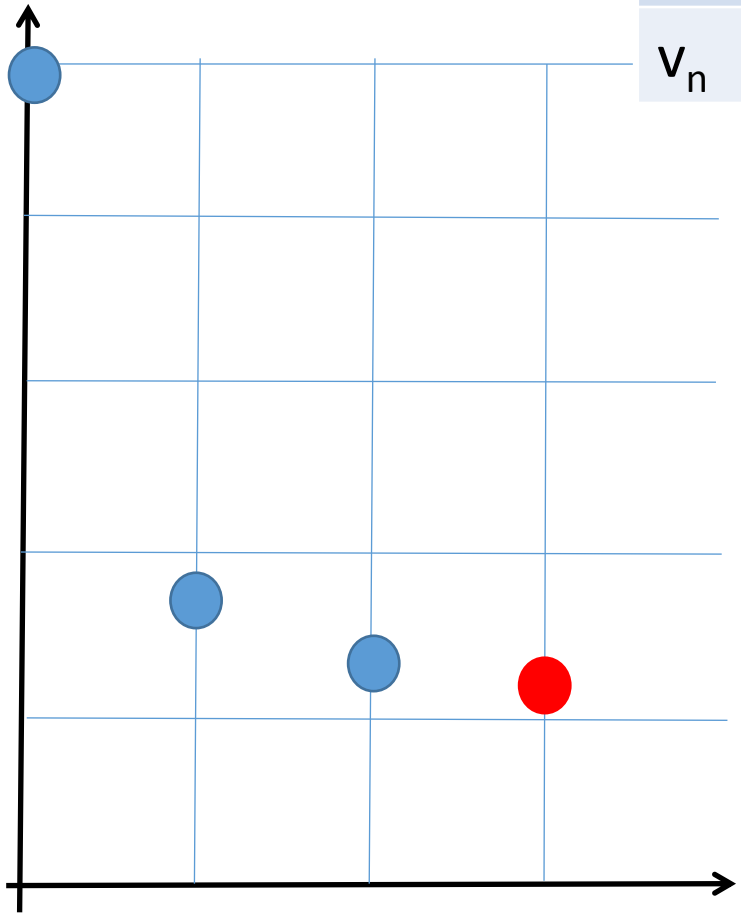


donne le point de coordonnées (2 ; 9/7).

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5

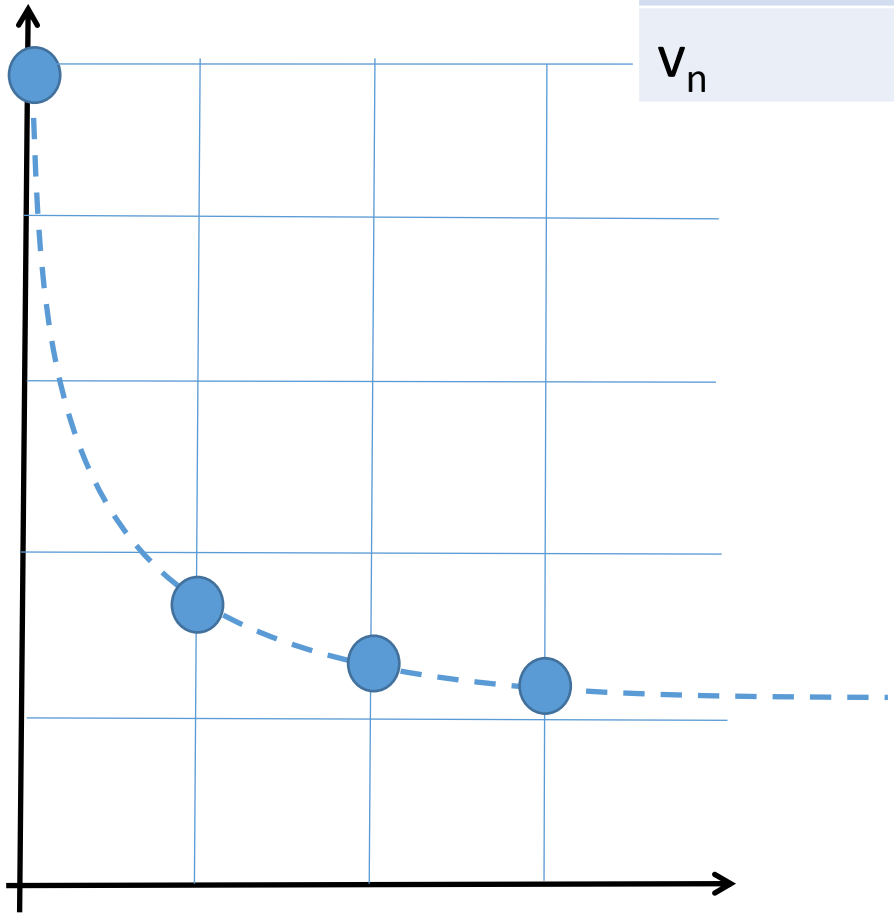


donne le point de coordonnées (3 ; 1,1).

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5

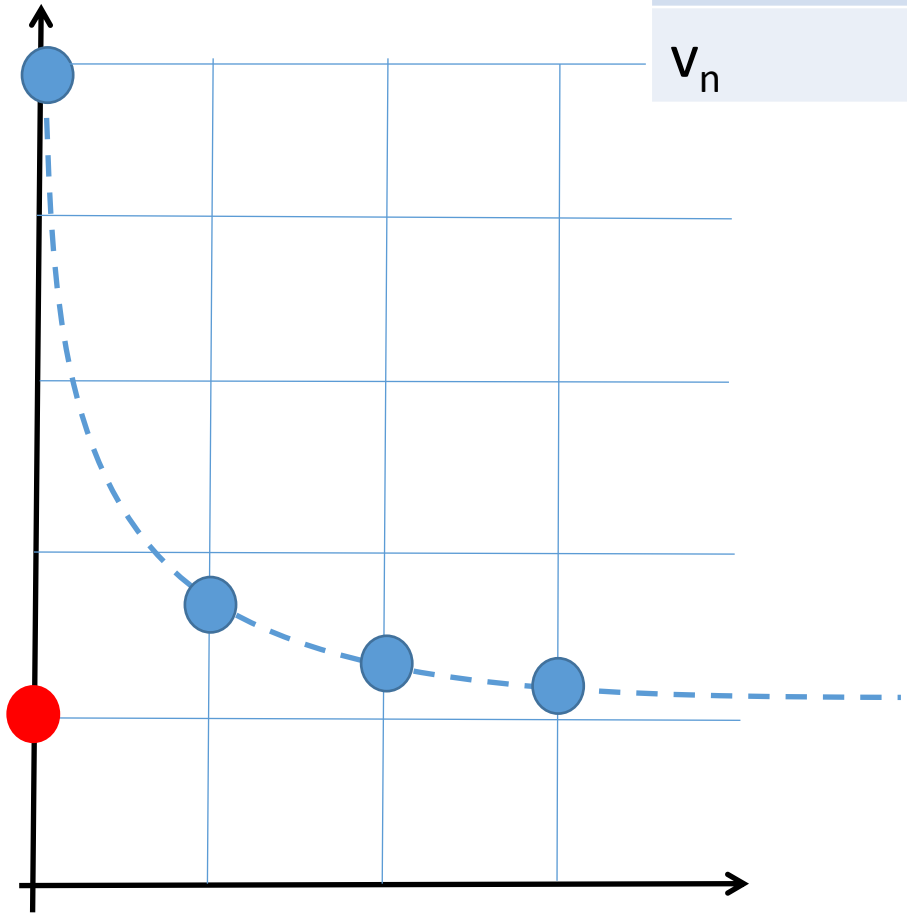


On peut relier les points discontinus de la courbe de la suite par une courbe continue, afin de mieux voir l'évolution des termes de la suite.

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

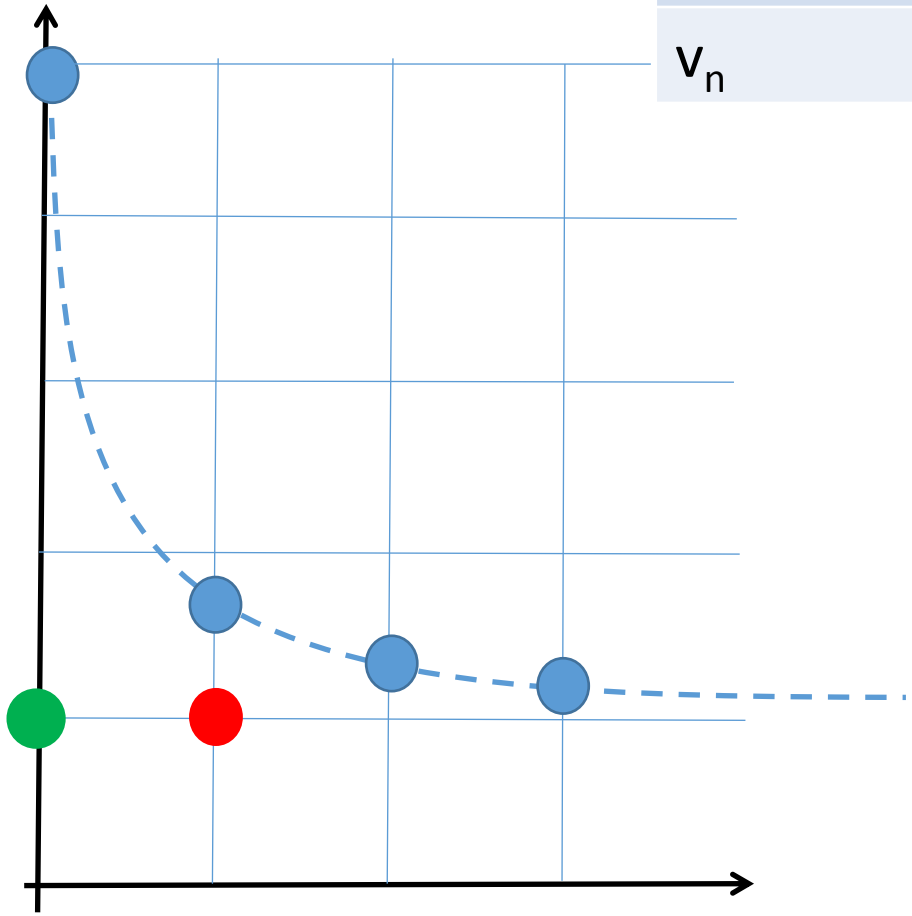
n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5



$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

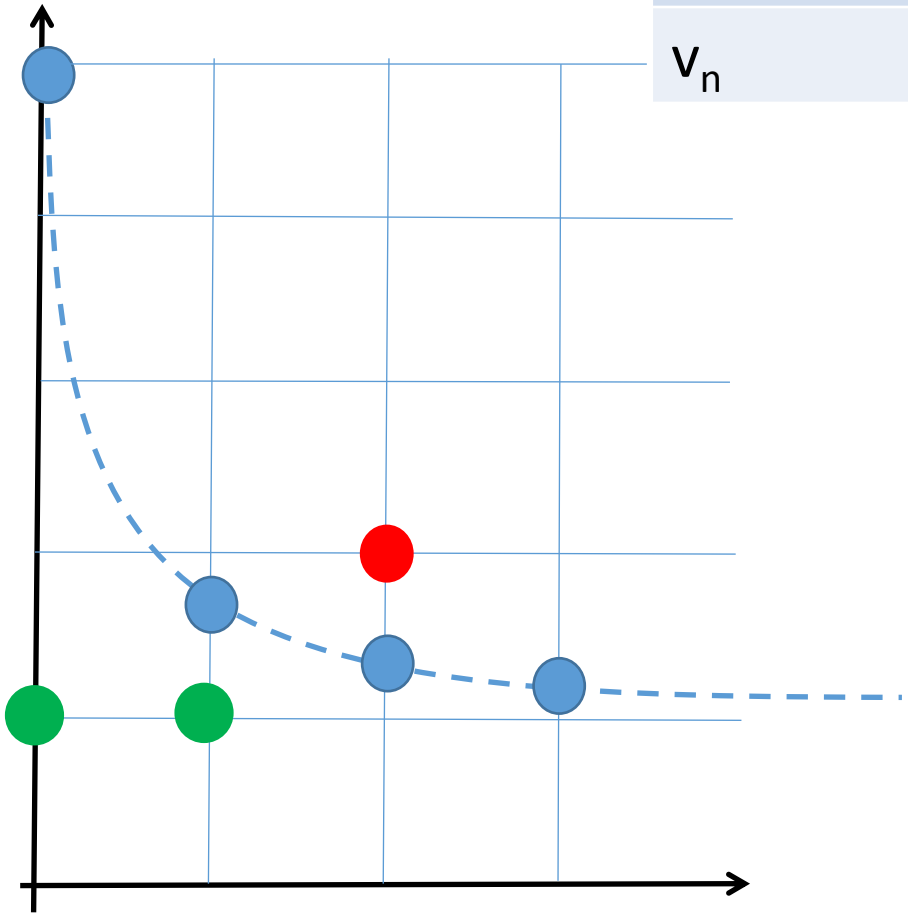
n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5



$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

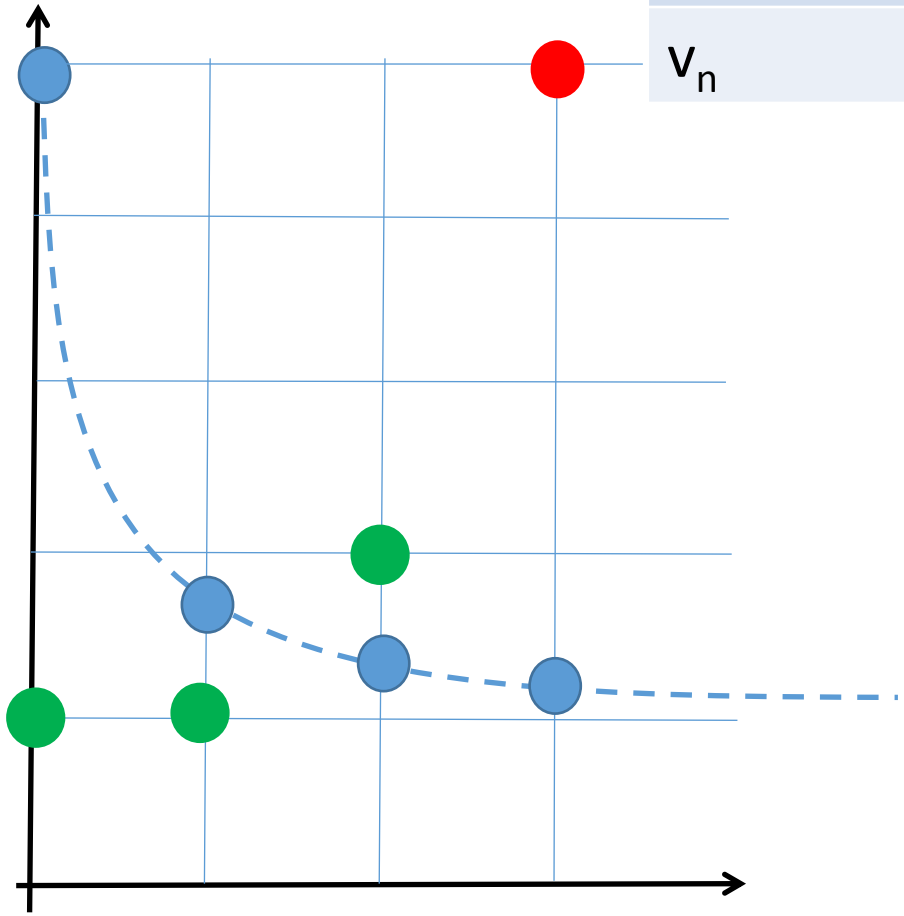
n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5



$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

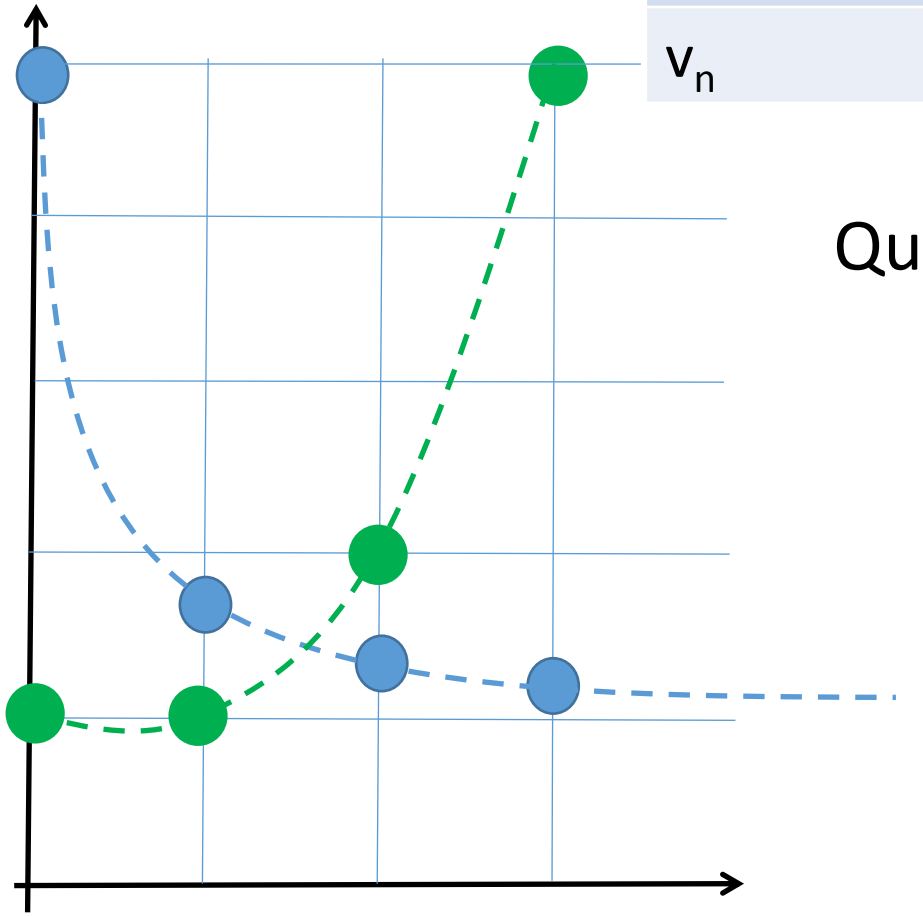
n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5



$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5

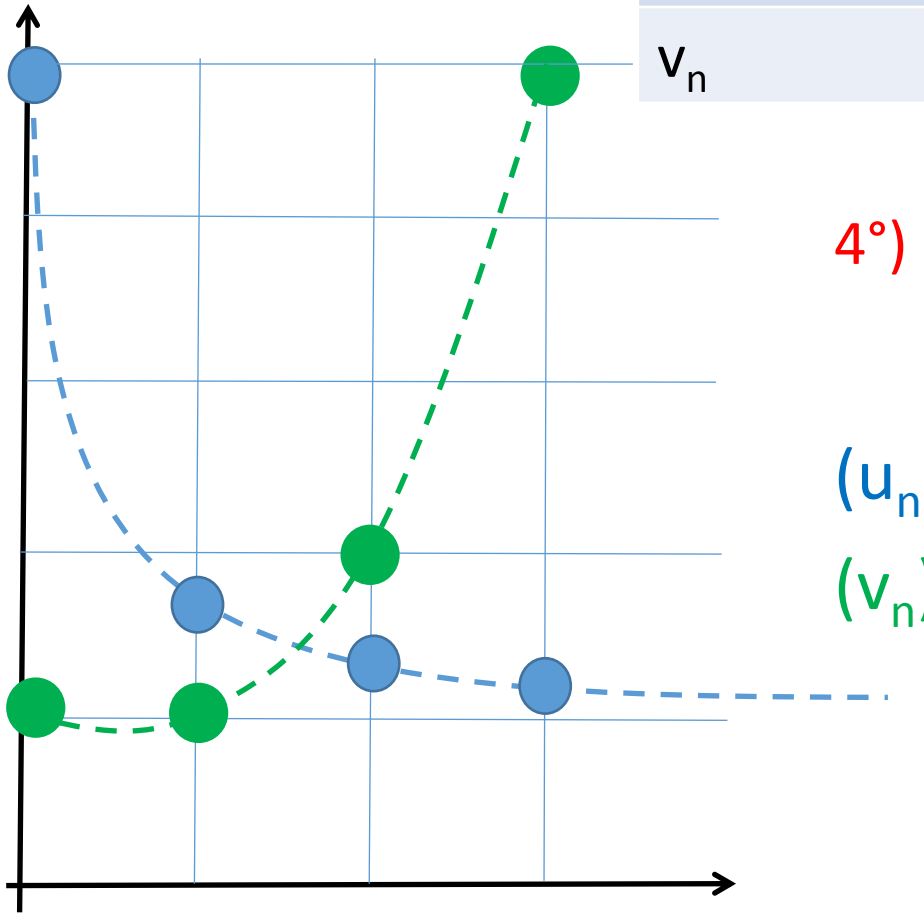


Quels semblent être leurs sens de variations ?

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5



4°) Quels semblent être leurs sens de variations ?

(u_n) semble être strict. décroissante sur IN.

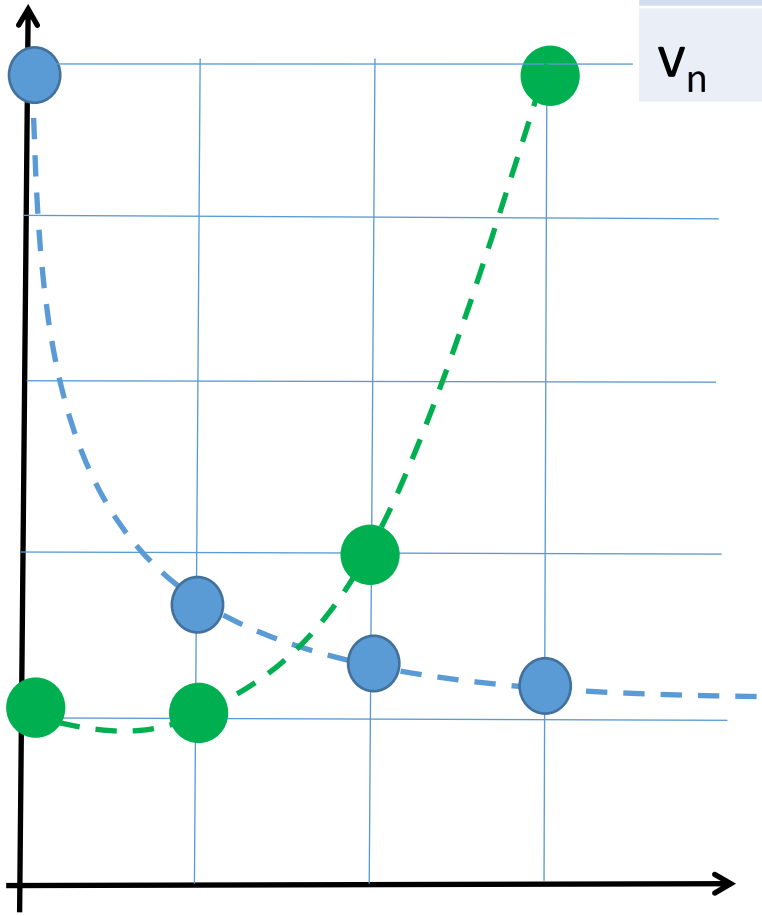
(v_n) semble être strictement croissante sur IN*.

(pas sur IN car $u_0 = u_1$)

$u_n = (2n+5)/(3n+1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5



4°) Quels semblent être leurs sens de variations ?

(u_n) semble être strict. décroissante sur IN.

(v_n) semble être strictement croissante sur IN*.

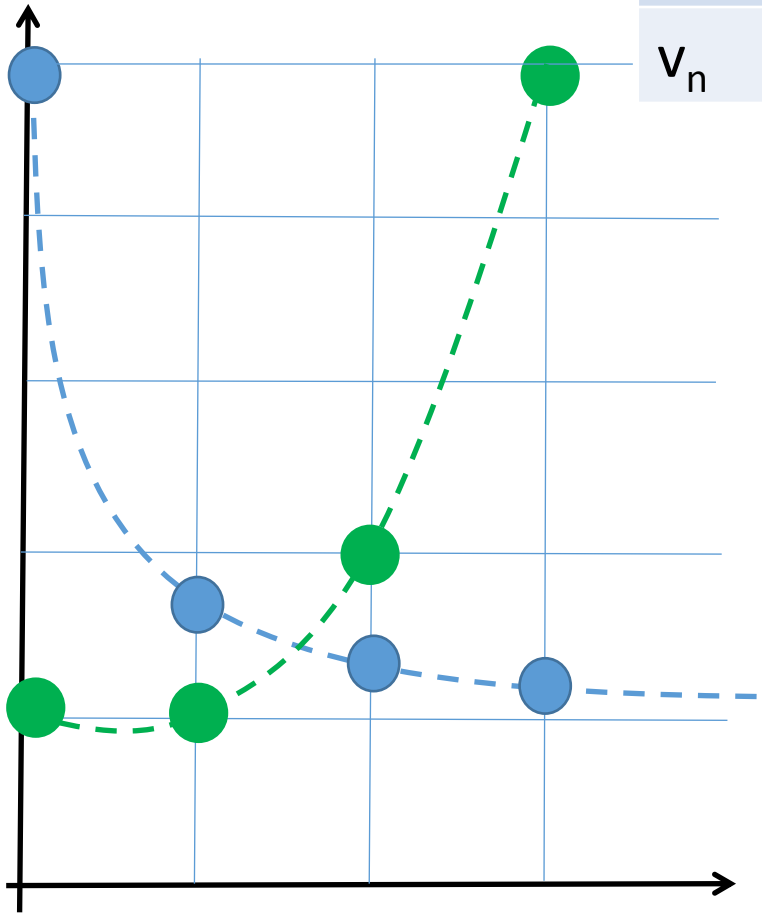
(pas sur IN car $u_0 = u_1$)

5°) Quelles semblent être leurs limites ?

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5



4°) Quels semblent être leurs sens de variations ?

(u_n) semble être strict. décroissante sur IN.

(v_n) semble être strictement croissante sur IN*.

(pas sur IN car $u_0 = u_1$)

5°) Quelles semblent être leurs limites ?

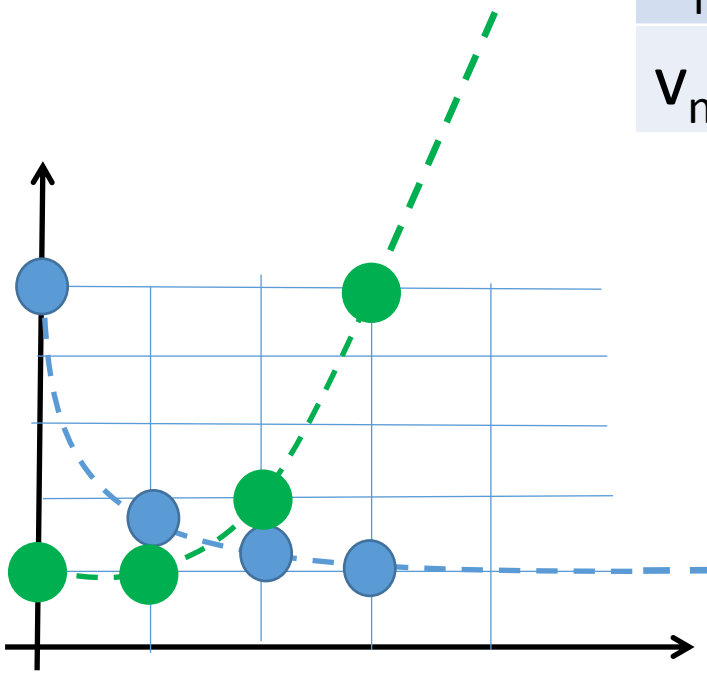
(u_n) semble tendre vers 1 (d'après la courbe)

(v_n) semble tendre vers $+\infty$

$u_n = (2n + 5) / (3n + 1)$; $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n - 1$

3°) courbes.

n	0	1	2	3
u_n	5	1,75	9/7	1,1
v_n	1	1	2	5



4°) Quels semblent être leurs sens de variations ?

(u_n) semble être strict. décroissante sur $\mathbb{N}$.

(v_n) semble être strictement croissante sur $\mathbb{N}^*$.

5°) Quelles semblent être leurs limites ?

$u_{50} \approx 0,69$ $u_{200} \approx 0,67$ $u_{2000} \approx 0,667$ (u_n) semble tendre vers 2/3

(v_n) semble tendre vers $+\infty$