III Probabilités

Pour faire des probabilités à partir d'une série statistique, il faut …

III Probabilités

Pour faire des probabilités à partir d'une série statistique, il faut tirer au hasard un élément de la série.

Les caractéristiques …
de la série

sont alors remplacées par …

III Probabilités

Pour faire des probabilités à partir d'une série statistique, il faut tirer au hasard un élément de la série.

Les caractéristiques caractères et fréquences de la série

sont alors remplacées par événements et probabilités.

III Probabilités

Je tire au hasard plusieurs fois (n fois) un élément de la série statistique.

Je calcule la fréquence f(C) de l'événement « L'élément est de caractère C ».

Dans quels cas la fréquence f(C) est-elle égale à la probabilité p(C) ?

Lorsque …

et lorsque …

III Probabilités

Je tire au hasard plusieurs fois (n fois) un élément de la série statistique.

Je calcule la fréquence f(C) de l'événement « L'élément est de caractère C ».

Dans quels cas la fréquence f(C) est-elle égale à la probabilité p(C) ?

Lorsque le hasard donne f(C) = p(C)

ou lorsque n tend vers l'infini.

Je tire au hasard plusieurs fois (n fois) un élément de la série statistique.

Je calcula la fréquence f(C) de l'événement « L'élément est de caractère C ».

Dans quels cas la fréquence f(C) est-elle égale à la probabilité p(C) ?

Lorsque le hasard donne f(C) = p(C) **Exemple 1 :**

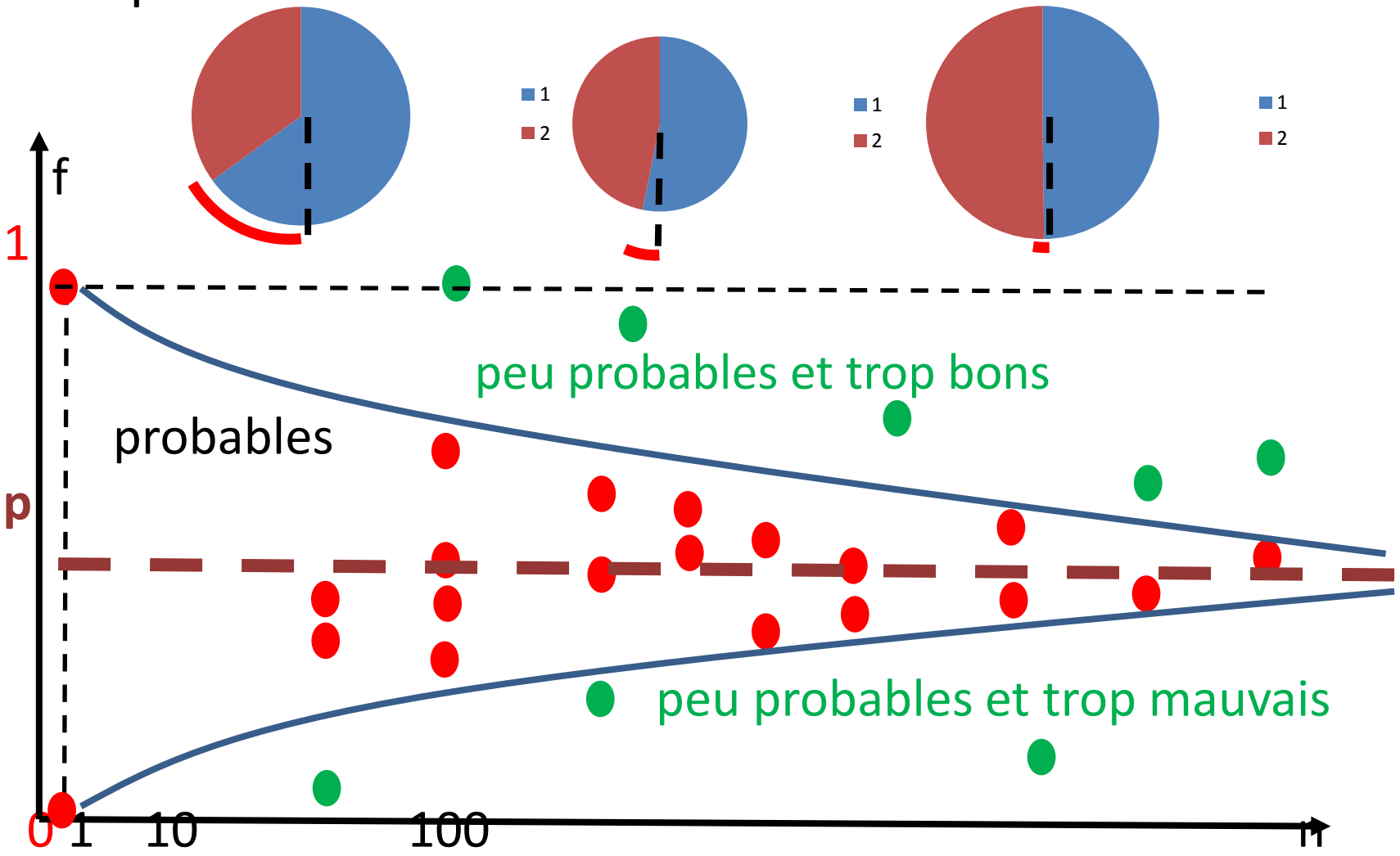
ou lorsque n tend vers l'infini. **Exemple 2 :**

Exemple 1 :

Je lance 12 fois une pièce de monnaie et elle retombe 6 fois sur Pile.

f = 6/12 = 0,5 et p = 1/2 = 0,5

Exemple 2 : La fréquence tend vers la probabilité lorsque n tend vers l'infini :



Vocabulaire :

Evénement vide :

…

Vocabulaire :

Evénement vide :

il ne comporte aucune issue.

on écrit A = Ø se lit « ensemble vide »

Evénement élémentaire :

…

Vocabulaire :

Evénement vide :

il ne comporte aucune issue.

on écrit A = Ø se lit « ensemble vide »

Evénement élémentaire :

il ne comporte qu'une seule issue.

Univers Ω : …

Vocabulaire :

Evénement vide :

il ne comporte aucune issue.

on écrit A = Ø se lit « ensemble vide »

Evénement élémentaire :

il ne comporte qu'une seule issue.

Univers Ω : il comporte toutes les issues.

Evénements incompatibles : **…**

Vocabulaire :

Evénement vide :

il ne comporte aucune issue.

on écrit A = Ø se lit « ensemble vide »

Evénement élémentaire :

il ne comporte qu'une seule issue.

Univers Ω : il comporte toutes les issues.

Evénements incompatibles : **A** ∩ **B** = Ø

Exemple :

On joue avec un dé.

Soient les événements suivants :

A = « le nombre est pair » = { 2 ; 4 ; 6 }

B = « le nombre est supérieur ou égal à 4 »

Décrivez et donnez les issues des événements suivants :

$\overline{B}$ $\overline{A} \cup B$ $A \cup \overline{B}$ $A \cap B$ $\overline{A} \cap \overline{B}$

A = « le nombre est pair » ; B = « le nombre est ≥ à 4 »

$\overline{B}$ = « le nombre est < à 4 »

= { 1 ; 2 ; 3 }

$\overline{A}$ U B = « le nombre est impair **ou** ≥ à 4 »

= { 1 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 }

A U $\overline{B}$ = « le nombre est pair **ou** < 4 »

= { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 }

A ∩ B = « le nombre est pair **et** ≥ à 4 »

= { 4 ; 6 }

$\overline{A}$ ∩ $\overline{B}$ = « le nombre est impair **et** < 4 »

= { 1 ; 3 }

Probabilité d’un événement

C’est un …

Probabilité d’un événement

C’est un nombre.

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = \ldots$

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = \ldots$

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = 1$ car l'issue tombe **toujours** dans l'ensemble de toutes les issues.

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = 1$ car l'issue tombe **toujours** dans l'ensemble de toutes les issues.

$\emptyset \subset A$ donc $p(A)$ ... se lit « A inclus dans $\emptyset$ »

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = 1$ car l'issue tombe **toujours** dans l'ensemble de toutes les issues.

$\emptyset \subset A$ donc $0 \leq p(A)$ se lit « A inclus dans $\emptyset$ »

$A \subset \Omega$ donc $p(A)$ ....

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = 1$ car l'issue tombe **toujours** dans l'ensemble de toutes les issues.

$\emptyset \subset A$ donc $0 \leq p(A)$ se lit « A inclus dans $\emptyset$ »

$A \subset \Omega$ donc $p(A) \leq 1$ donc ...

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = 1$ car l'issue tombe **toujours** dans l'ensemble de toutes les issues.

$\emptyset \subset A$ donc $0 \leq p(A)$ se lit « A inclus dans $\emptyset$ »

$A \subset \Omega$ donc $p(A) \leq 1$ donc $0 \leq p(A) \leq 1$

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = 1$ car l'issue tombe **toujours** dans l'ensemble de toutes les issues.

$\emptyset \subset A$ donc $0 \leq p(A)$ se lit « A inclus dans Ø »

$A \subset \Omega$ donc $p(A) \leq 1$ donc $0 \leq p(A) \leq 1$

Equiprobabilité : lorsque tous les événements ...

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = 1$ car l'issue tombe **toujours** dans l'ensemble de toutes les issues.

$\emptyset \subset A$ donc $0 \leq p(A)$ se lit « A inclus dans Ø »

$A \subset \Omega$ donc $p(A) \leq 1$ donc $0 \leq p(A) \leq 1$

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = 1$ car l'issue tombe **toujours** dans l'ensemble de toutes les issues.

$\emptyset \subset A$ donc $0 \leq p(A)$ se lit « A inclus dans Ø »

$A \subset \Omega$ donc $p(A) \leq 1$ donc $0 \leq p(A) \leq 1$

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = 1$ car l'issue tombe **toujours** dans l'ensemble de toutes les issues.

$\emptyset \subset A$ donc $0 \leq p(A)$ se lit « A inclus dans Ø »

$A \subset \Omega$ donc $p(A) \leq 1$ donc $0 \leq p(A) \leq 1$

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

et $p(\Omega) = 1$ donne $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p = 1$

Probabilité d'un événement

C'est un nombre.

$p(\emptyset) = 0$ car l'issue ne peut **jamais** tomber dans un ensemble vide.

$p(\Omega) = 1$ car l'issue tombe **toujours** dans l'ensemble de toutes les issues.

$\emptyset \subset A$ donc $0 \leq p(A)$ se lit « A inclus dans Ø »

$A \subset \Omega$ donc $p(A) \leq 1$ donc $0 \leq p(A) \leq 1$

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

et $p(\Omega) = 1$ donne $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p = 1$

donc (n^b d'événements élémentaires)$\times p = 1$

donc

Probabilité d'un événement

C'est un nombre. $0 \leq p(A) \leq 1$

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

et $p(\Omega) = 1$ donne $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p = 1$

donc (n^b d'événements élémentaires)$\times p = 1$

$$\text{donc } p(e_i) = p = \frac{1}{n^b \text{ d'issues élémentaires}}$$

Probabilité d'un événement

C'est un nombre. $0 \leq p(A) \leq 1$

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

et $p(\Omega) = 1$ donne $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p = 1$

donc (n^b d'événements élémentaires)$\times p = 1$

$$\text{donc } p(e_i) = p = \frac{1}{n^b \text{ d'issues élémentaires}}$$

et $p(A) = p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_n) =$

Probabilité d'un événement

C'est un nombre. $0 \leq p(A) \leq 1$

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

et $p(\Omega) = 1$ donne $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p = 1$

donc (n^b d'événements élémentaires)$\times p = 1$

$$\text{donc } p(e_i) = p = \frac{1}{n^b \text{ d'issues élémentaires}}$$

et $p(A) = p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_n) = p + p + \dots + p =$

Probabilité d'un événement

C'est un nombre. $0 \leq p(A) \leq 1$

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

et $p(\Omega) = 1$ donne $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p = 1$

donc (n^b d'événements élémentaires)×p = 1

$$\text{donc } p(e_i) = p = \frac{1}{n^b \text{ d'issues élémentaires}}$$

et $p(A) = p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_n) = p + p + \dots + p$

= (n^b d'issues favorables) × p

=

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

et $p(\Omega) = 1$ donne $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p = 1$

donc (n^b d'événements élémentaires)$\times p = 1$

$$\text{donc } p(e_i) = p = \frac{1}{n^b \text{ d'issues élémentaires}}$$

et $p(A) = p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_n) = p + p + \dots + p$

$= (n^b \text{ d'issues favorables}) \times p$

$$= \frac{n^b \text{ d'issues favorables}}{n^b \text{ d'issues de l'univers}}$$

toujours vrai ?

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

et $p(\Omega) = 1$ donne $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p = 1$

donc (n^b d'événements élémentaires)$\times p = 1$

$$\text{donc } p(e_i) = p = \frac{1}{n^b \text{ d'issues élémentaires}}$$

et $p(A) = p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_n) = p + p + \dots + p$

$= (n^b \text{ d'issues favorables}) \times p$

$$= \frac{n^b \text{ d'issues favorables}}{n^b \text{ d'issues de l'univers}}$$ si on est en équiprobabilité !

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

et $p(\Omega) = 1$ donne $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p = 1$

donc (nb d'événements élémentaires)×p = 1

donc $p(e_i) = p = \dfrac{1}{\text{nb d'issues élémentaires}}$

et $p(A) = p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p$

= nb d'issues favorables × p

$= \dfrac{\text{nb d'issues favorables}}{\text{nb d'issues de l'univers}}$ si on est en équiprobabilité ! lorsque …

Equiprobabilité : lorsque tous les événements élémentaires e_i ont la même probabilité.

$A = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$ et $\Omega = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_z \}$

$p(e_1) = p(e_2) = \dots = p$

et $p(\Omega) = 1$ donne $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p = 1$

donc (nb d'événements élémentaires)×p = 1

donc $p(e_i) = p = \dfrac{1}{\text{nb d'issues élémentaires}}$

et $p(A) = p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_z) = p + p + \dots + p$

= nb d'issues favorables × p

$= \dfrac{\text{nb d'issues favorables}}{\text{nb d'issues de l'univers}}$ si on est en équiprobabilité !

lorsque seul le hasard intervient

$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc p…

$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $p(\overline{A}) = \ldots$

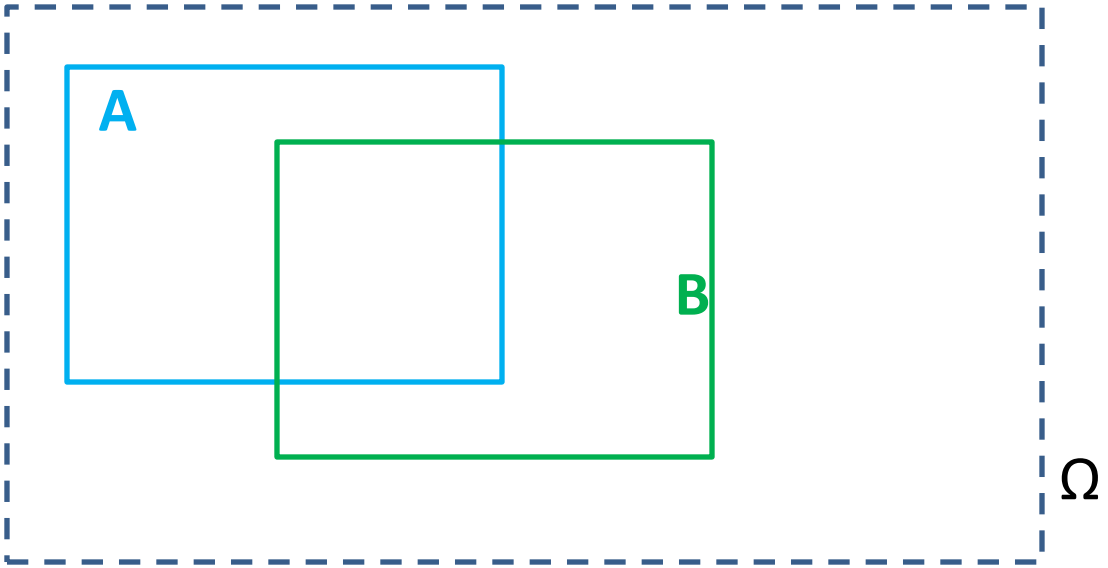
$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

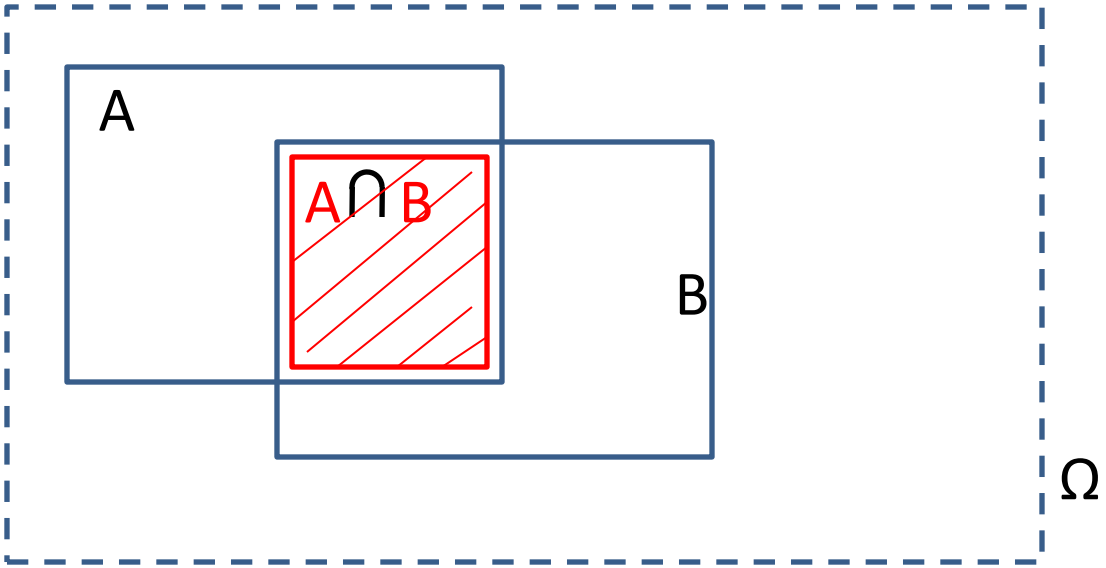
$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$



Hachurez $A \cap B$

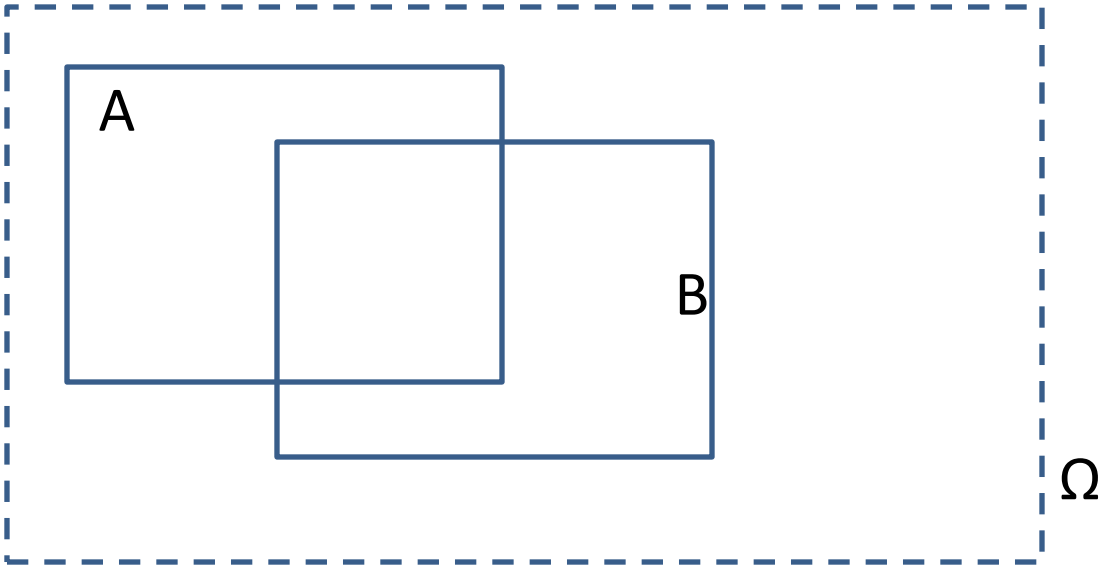
$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$



$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

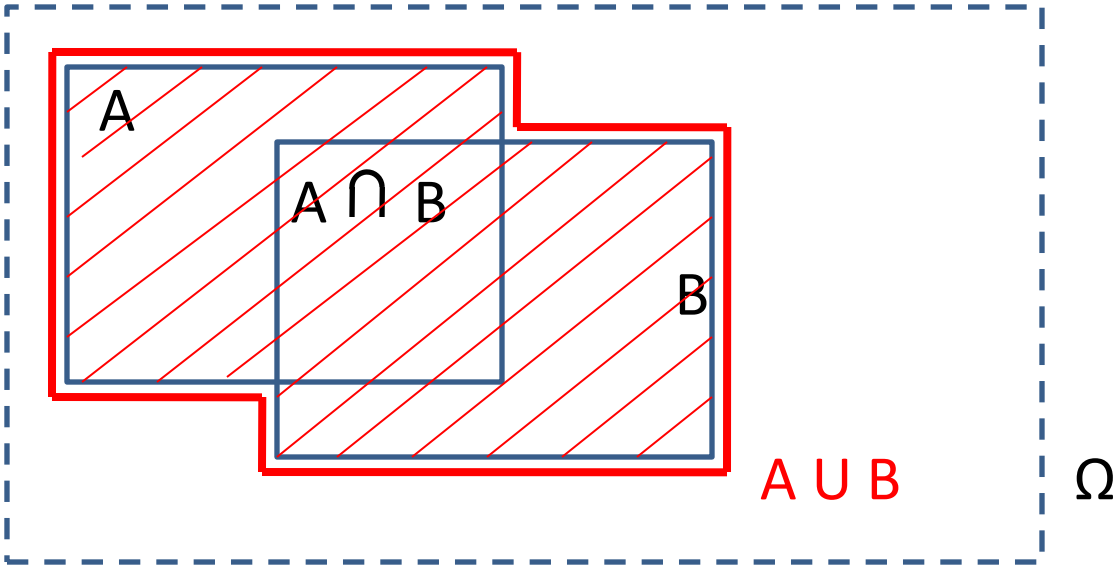
$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$



Hachurez $A \cup B$

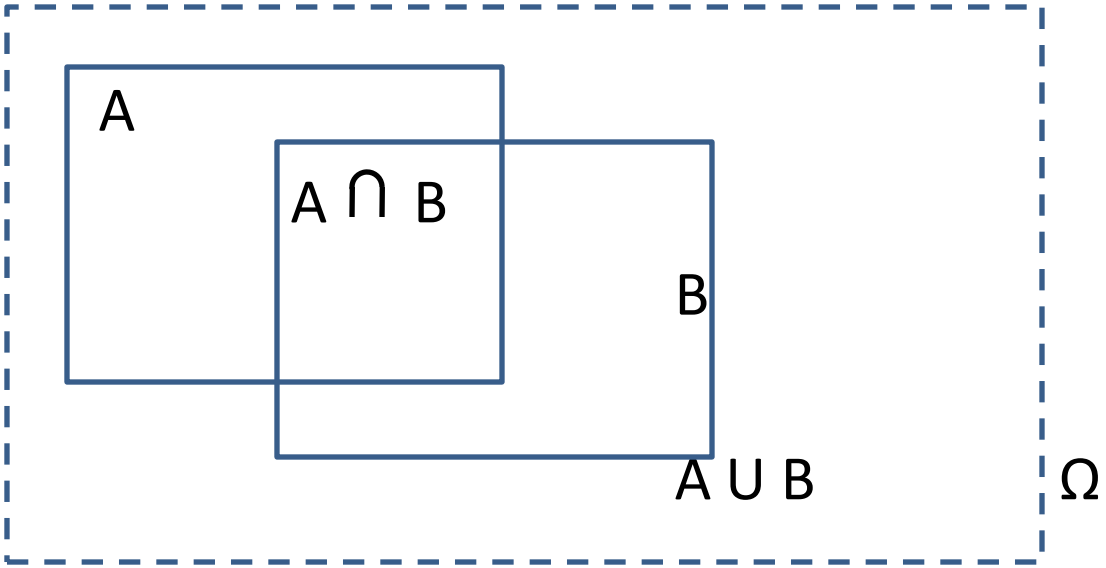
$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$



$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

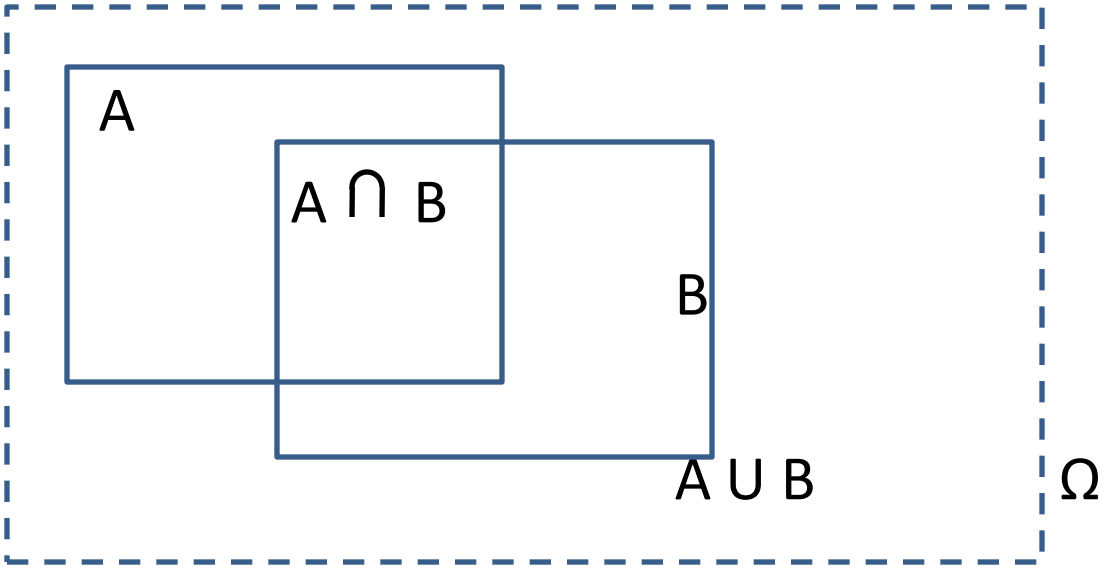
$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$



Lorsqu'on compte p(A) + p(B), on a compté … les issues se trouvant dans l'intersection,

$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

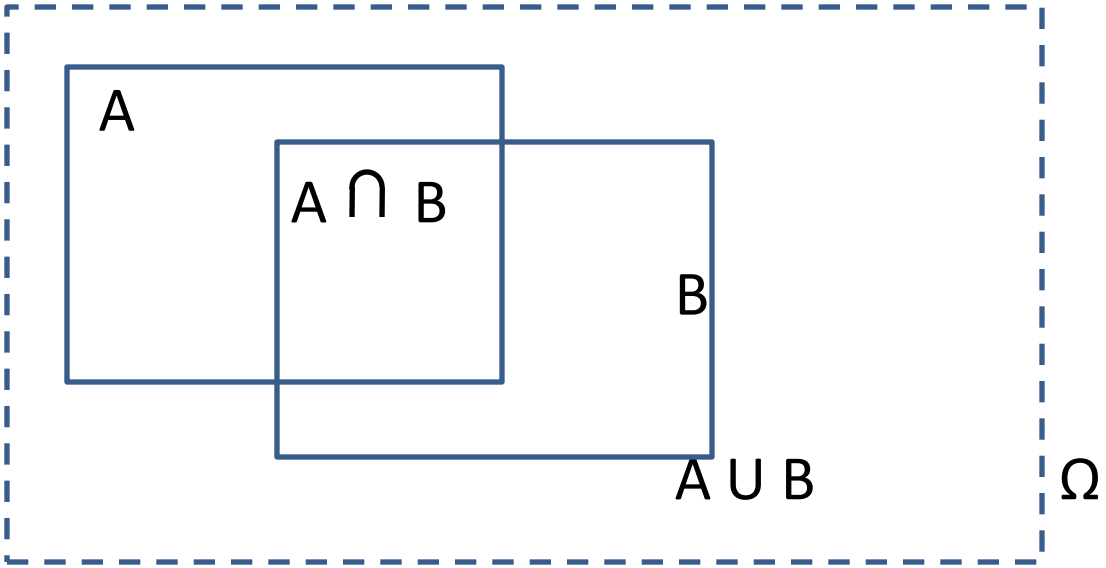
$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$



Lorsqu'on compte p(A) + p(B), on a compté 2 fois les issues se trouvant dans l'intersection, donc pour effacer l'erreur commise il faut …

$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

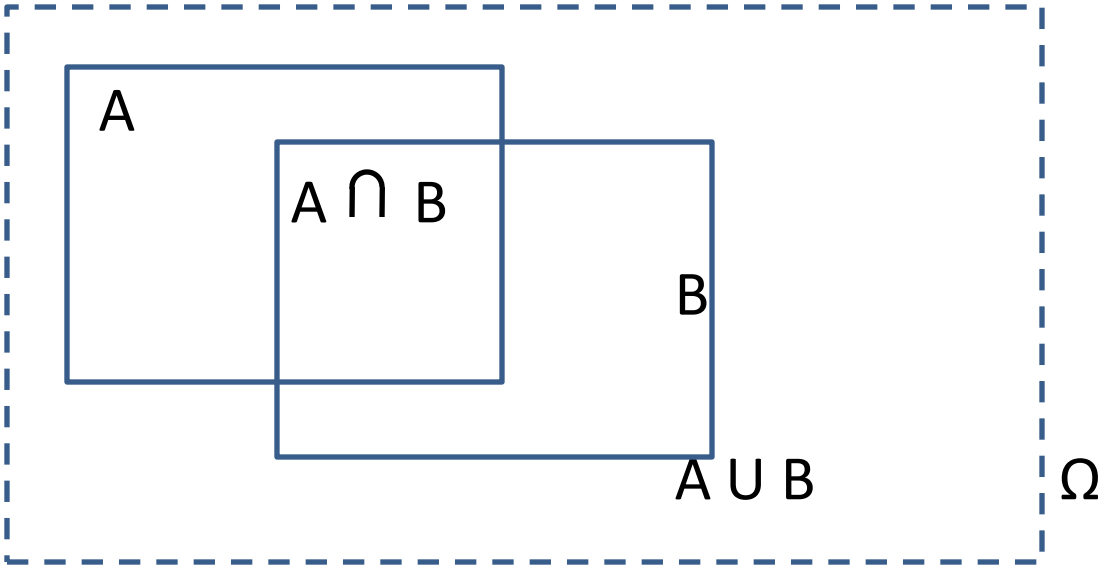
$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$



Lorsqu'on compte p(A) + p(B), on a compté 2 fois les issues se trouvant dans l'intersection, donc pour effacer l'erreur commise il faut enlever 1 fois ces issues.

$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$



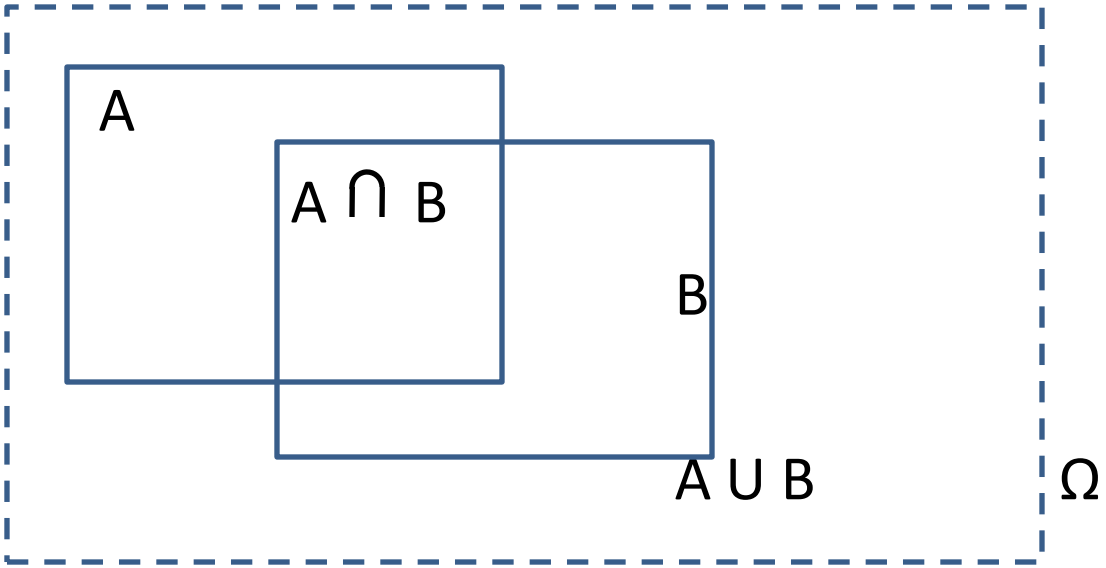
Si l'on prend $B = \overline{A}$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

devient ...

$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$



Si l'on prend $B = \overline{A}$

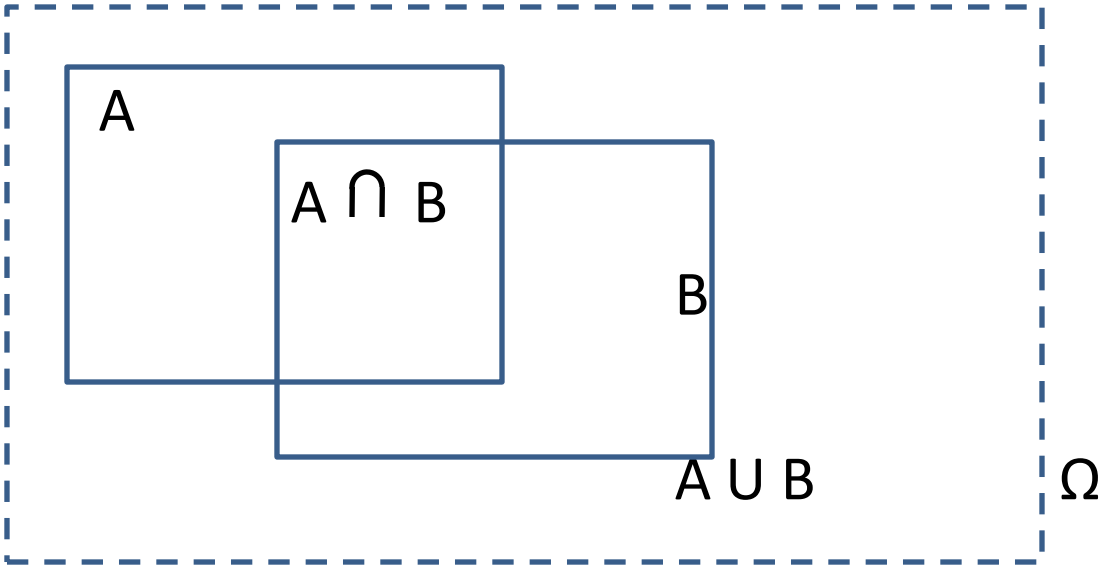
$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

devient $p(\Omega) = p(A) + p(\overline{A}) - p(\emptyset)$ donc $1 = p(A) + p(\overline{A}) - 0$

qui redonne …

$A \cup \overline{A} = \Omega$ donc $p(A) + p(\overline{A}) = p(\Omega)$ donc $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$



Si l'on prend $B = \overline{A}$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

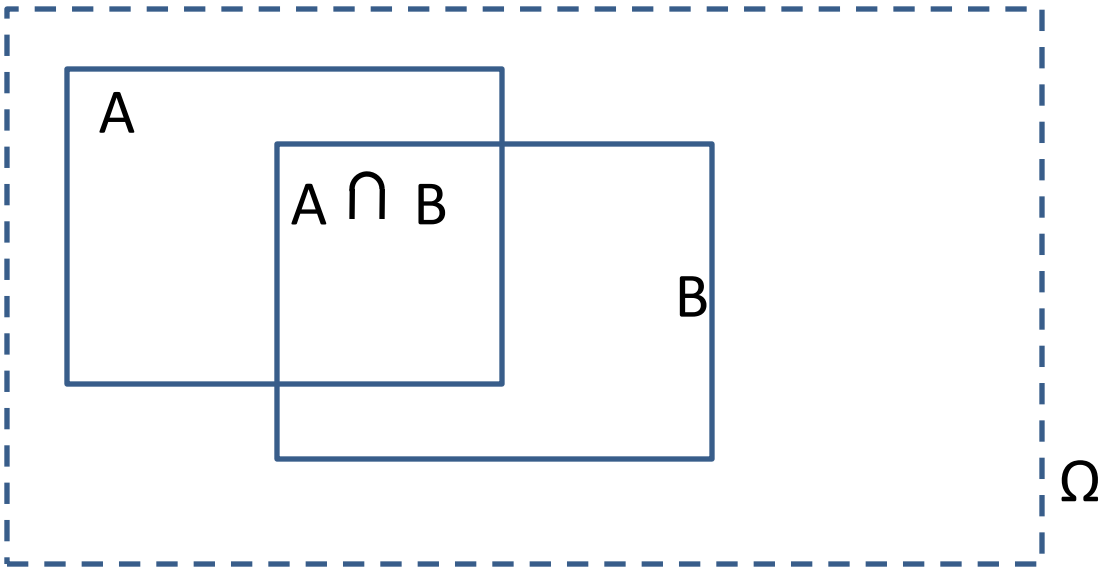
devient $p(\Omega) = p(A) + p(\overline{A}) - p(\emptyset)$ donc $1 = p(A) + p(\overline{A}) - 0$

qui redonne $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

Exercice :

Hachurez $\overline{A} \cup \overline{B}$ (sur un nouveau schéma)

A quel autre ensemble est-il égal ?

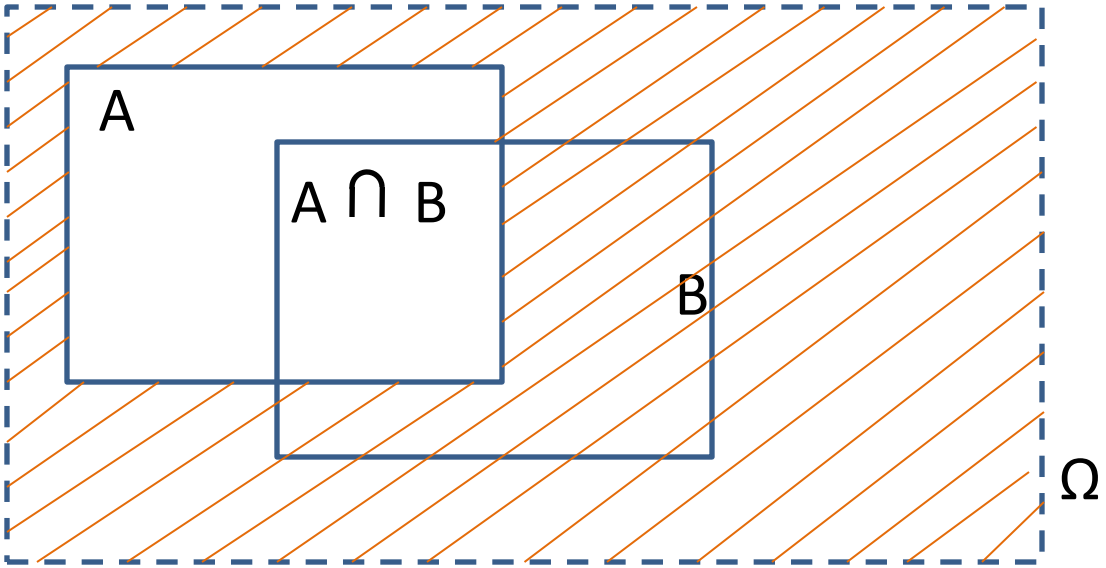


Réponse : $\overline{A} \cup \overline{B} = \ldots$

Exercice :

Hachurez $\overline{A} \cup \overline{B}$

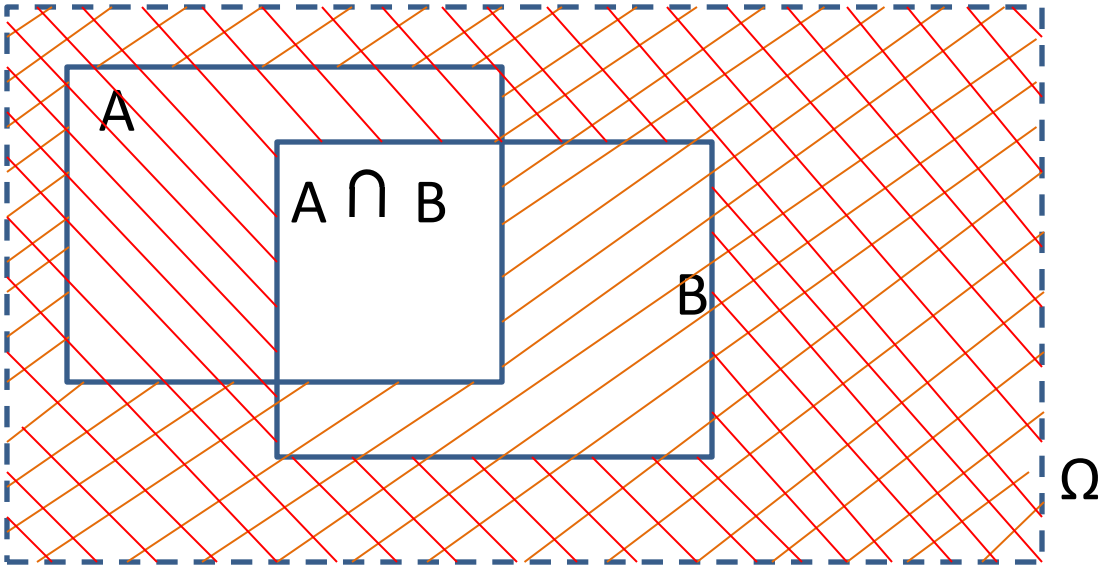
A quel autre ensemble est-il égal ?



Exercice :

Hachurez $\overline{A} \cup \overline{B}$

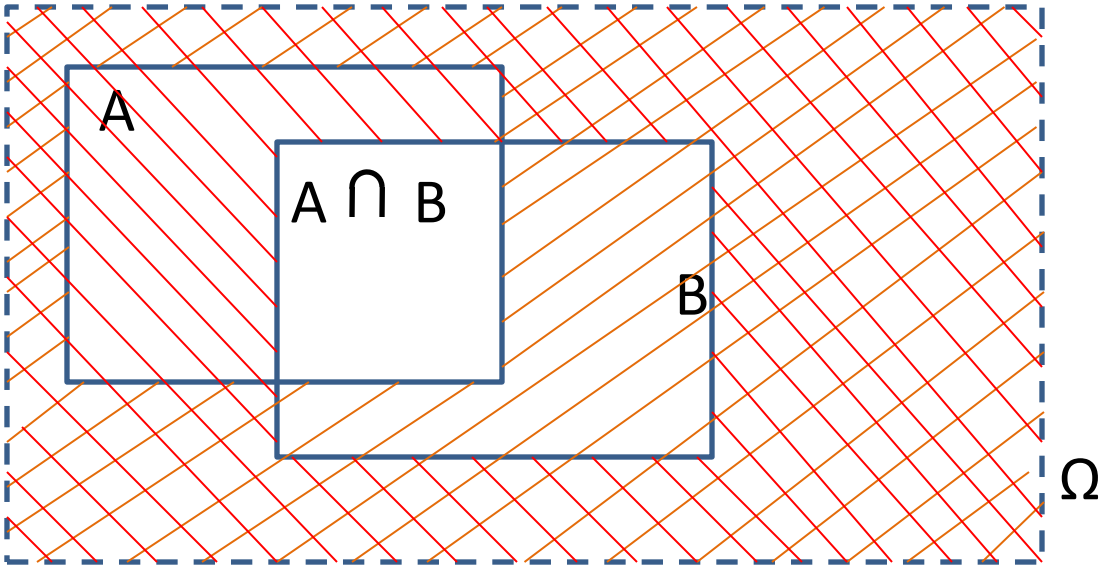
A quoi est-il égal ?



Exercice :

Hachurez $\overline{A}$ U $\overline{B}$

A quoi est-il égal ?

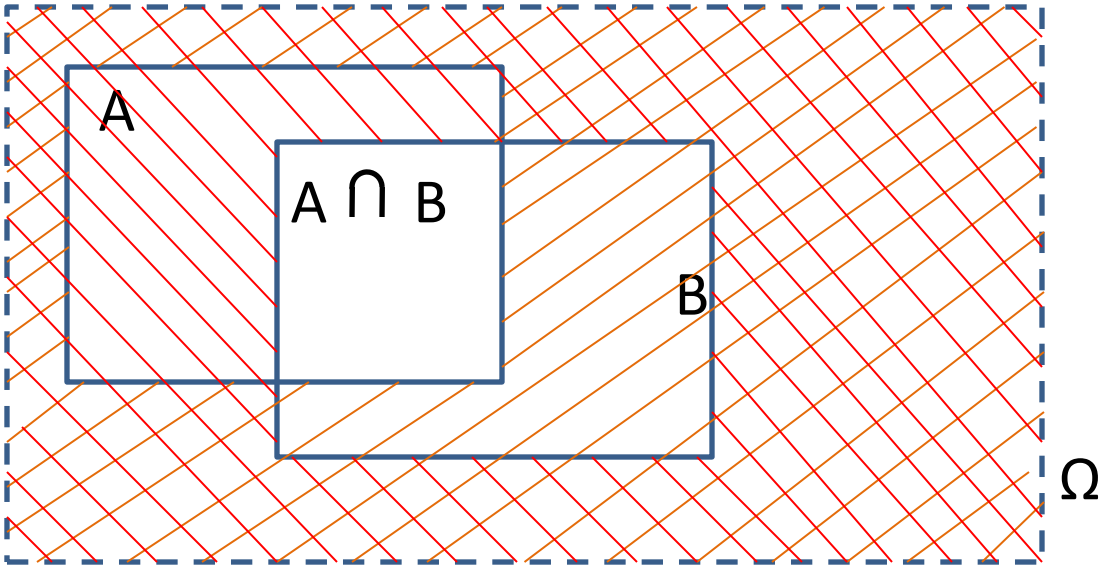


$$\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$$

Exercice :

Hachurez $\overline{A}$ U $\overline{B}$

A quoi est-il égal ?



$$\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$$

La réunion des contraires est le contraire de l'intersection.

Exo : On sait que $p(A) = 0{,}25$ Complétez :

$p(A \cup \overline{A}) = \ldots ?$

$p(A \cup \Omega) = \ldots ?$

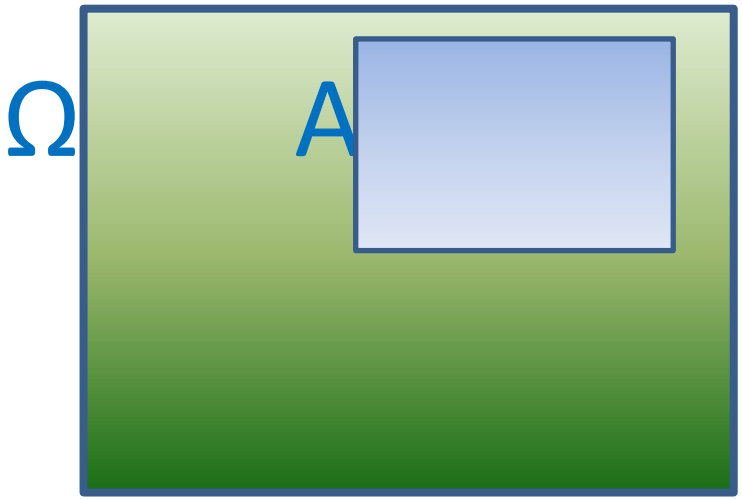
$p(A \cap \overline{A}) = \ldots ?$

$p(\overline{A} \cap \Omega) = \ldots ?$

$p_A(\overline{A}) = \ldots ?$

$p_{\overline{A}}(A) = \ldots ?$

$p_\Omega(\overline{A}) = \ldots ?$



$p_A(\Omega) = \ldots ?$

Exo : p(A) = 0,25

$p(A \cup \overline{A}) = 1$

$p(A \cup \Omega) = 1$

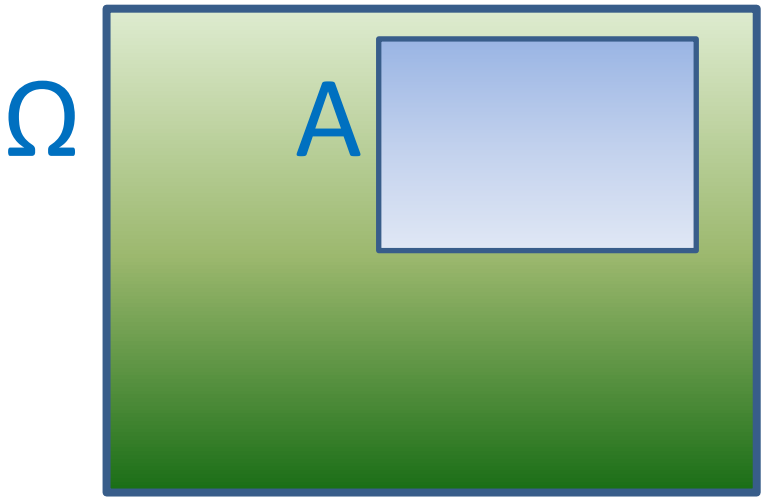
$p(A \cap \overline{A}) = 0$

$p(\overline{A} \cap \Omega) = 0{,}75$

$p_A(\overline{A}) = 0$

$p_{\overline{A}}(A) = 0$

$p_\Omega(\overline{A}) = 0{,}75$



$p_A(\Omega) = 1$