

III Fonctions cosinus et sinus d'un réel.

1°) Définition :

Soit un réel z en un point M sur le cercle trigo.

Les fonctions **cos** et **sin** sont définies sur \mathbb{R} par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos z = \text{abscisse de } M \\ \sin z = \text{ordonnée de } M \end{array} \right.$$

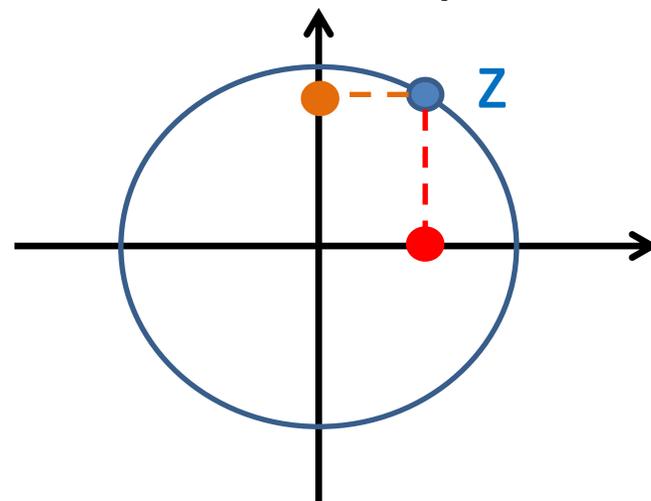
III Fonctions cosinus et sinus d'un réel.

1°) Définition :

Soit un réel z en un point M sur le cercle trigo.

Les fonctions **cos** et **sin** sont définies sur \mathbb{R} par :

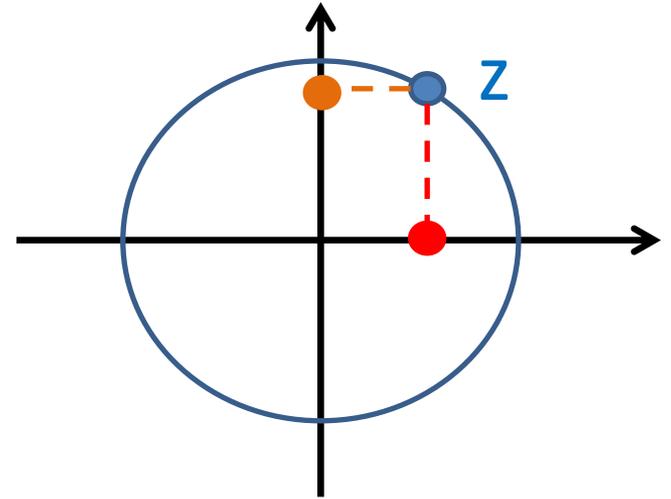
$$\begin{cases} \cos z = \text{abscisse de } M \\ \sin z = \text{ordonnée de } M \end{cases}$$



Soit un réel z en un point M sur le cercle trigo.

Les fonctions \cos et \sin sont définies sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} \cos z = \text{abscisse de } M \\ \sin z = \text{ordonnée de } M \end{cases}$$



Remarque :

\cos et \sin sont des *fonctions* donc on devrait écrire $\cos(z)$ et $\sin(z)$ mais on ne peut confondre \cos et \sin avec des *nombres*.

Application : déterminez les **cos** et **sin** des réels suivants (sans calculatrice) :

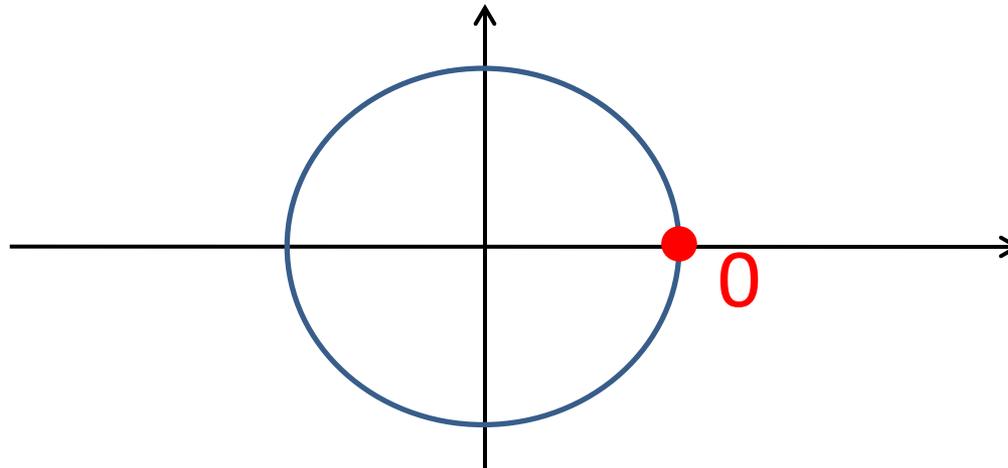
z	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos z$					
$\sin z$					

Application : déterminez les cos et sin des réels suivants :

z	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos z$	1				
$\sin z$	0				

abscisse

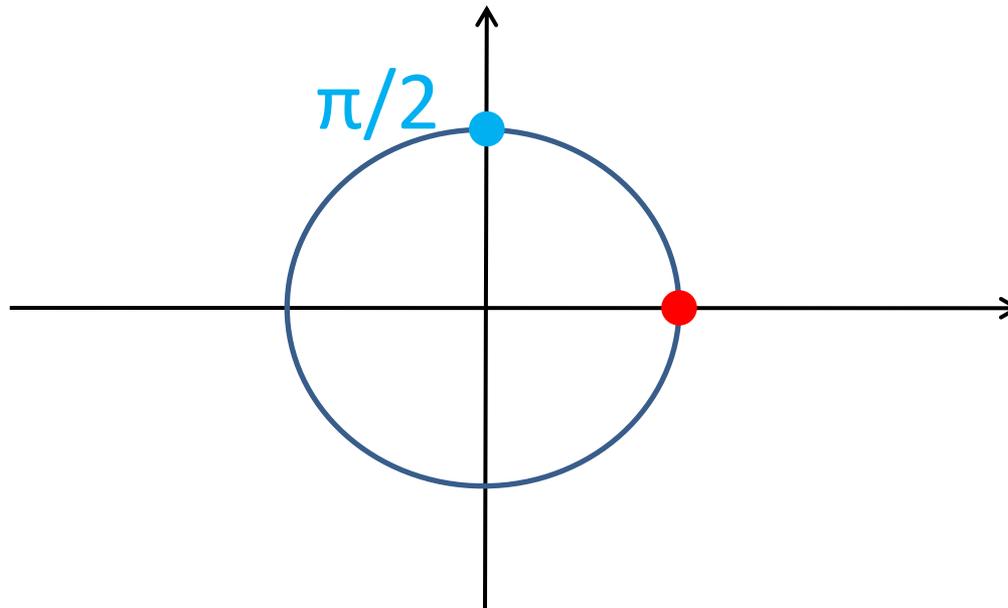
ordonnée



point de coordonnées $(1; 0)$

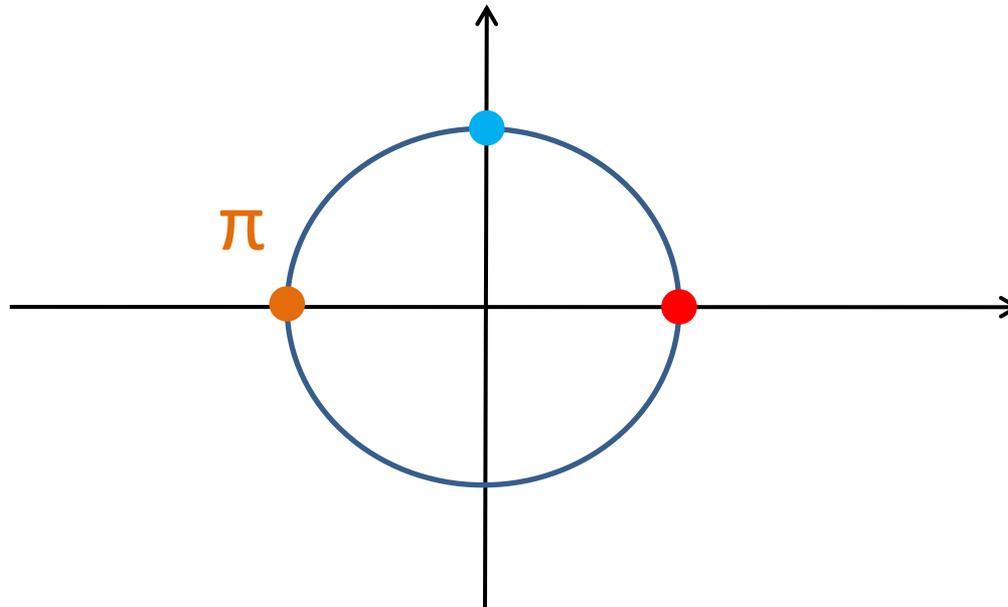
Application : déterminez les cos et sin des réels suivants :

z	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos z$	1	0			
$\sin z$	0	1			



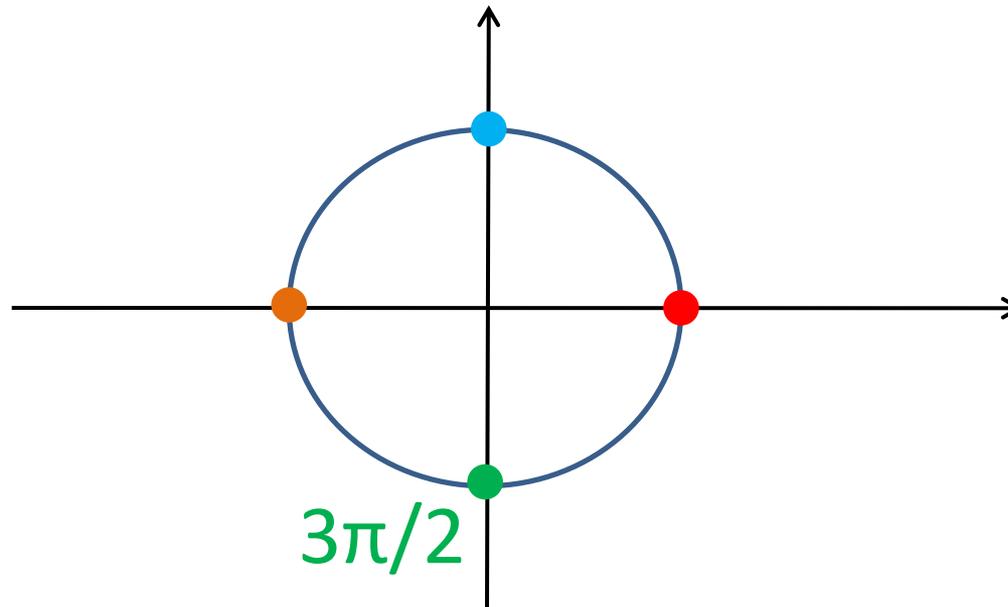
Application : déterminez les cos et sin des réels suivants :

z	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos z$	1	0	-1		
$\sin z$	0	1	0		



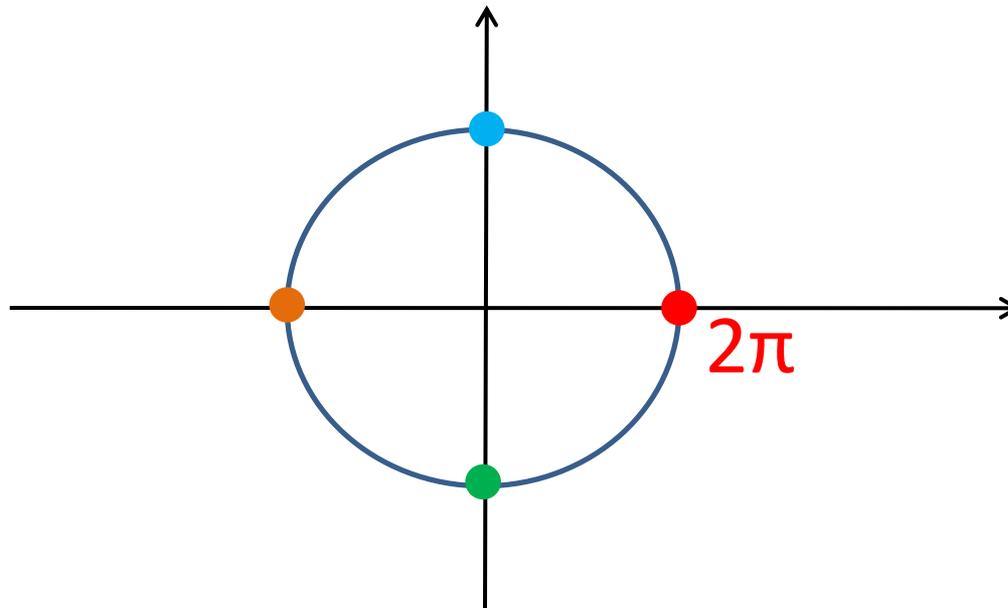
Application : déterminez les cos et sin des réels suivants :

z	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos z$	1	0	-1	0	
$\sin z$	0	1	0	-1	



Application : déterminez les cos et sin des réels suivants :

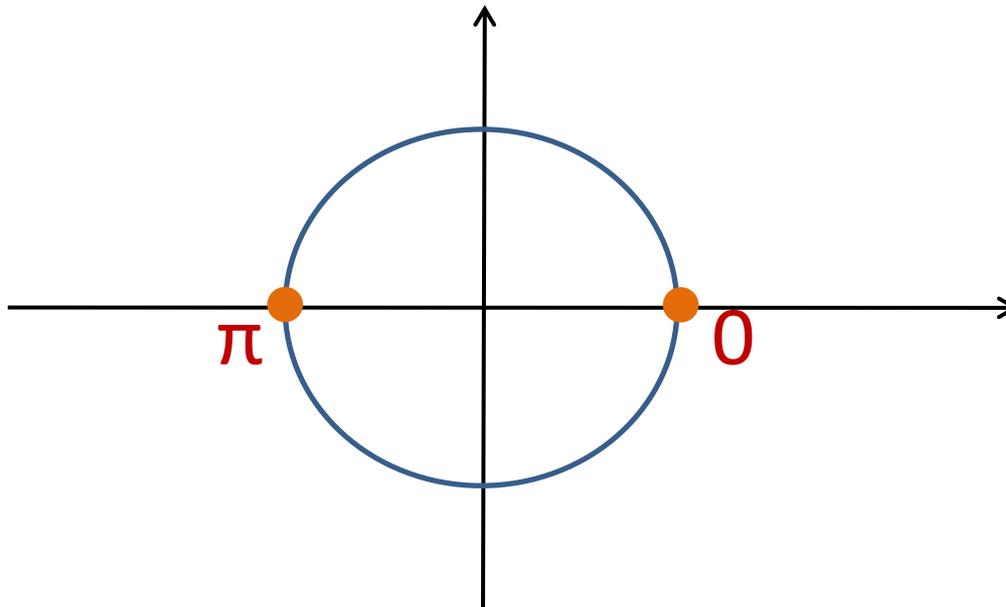
z	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos z$	1	0	-1	0	1
$\sin z$	0	1	0	-1	0



Remarque :

On a obtenu $\cos \pi = -1$

Si vous utiliser votre calculatrice, obtenez-vous les mêmes résultats ? Pourquoi ?



Remarque :

On a obtenu $\cos \pi = -1$

Si vous utiliser votre calculatrice, obtenez-vous les mêmes résultats ? Pourquoi ?

A la machine : $\cos \pi \approx 0,99$!

Remarque :

Si vous utilisez votre calculatrice, obtenez-vous les mêmes résultats ?

Je tape $\cos \pi$, je dois obtenir -1 ,
et elle m'affiche $\approx 0,998\dots$

Pourquoi ?

Car π doit être un réel z (de même valeur numérique que l'angle exprimé *en radian*) *sur le cercle trigonométrique*, alors qu'au collège ce n'était qu'un *angle aigu* exprimé *en degrés*. Il faut donc configurer sa machine **en radian** :

Shift SET UP → Angle → Rad

Exercice : soit le réel $A = 10000$
(et non 10000π)

A 0,1 près, déterminez
graphiquement son **cos** et son **sin**.

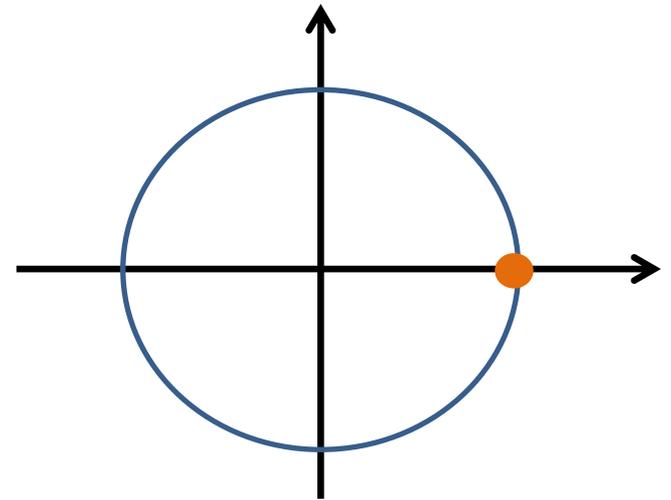
Vérifiez **ensuite** à la calculatrice.

$$A = 10000$$

$$\frac{10000}{2\pi} \approx 1591,55\dots$$

$$A = 10000 \approx 0 + 1591,55 (2\pi)$$

donc je pars de 0, j'avance de ...

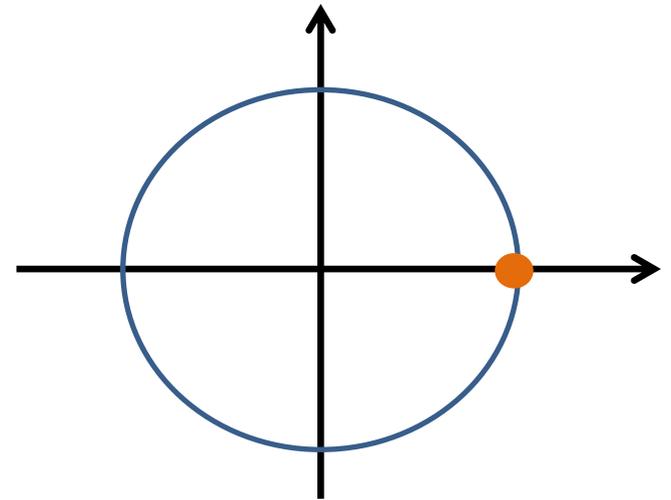


$$A = 10000$$

$$\frac{10000}{2\pi} \approx 1591,55\dots$$

$$A = 10000 \approx 0 + 1591,55 (2\pi)$$

donc je pars de 0, j'avance de 1591 tours, puis de ...

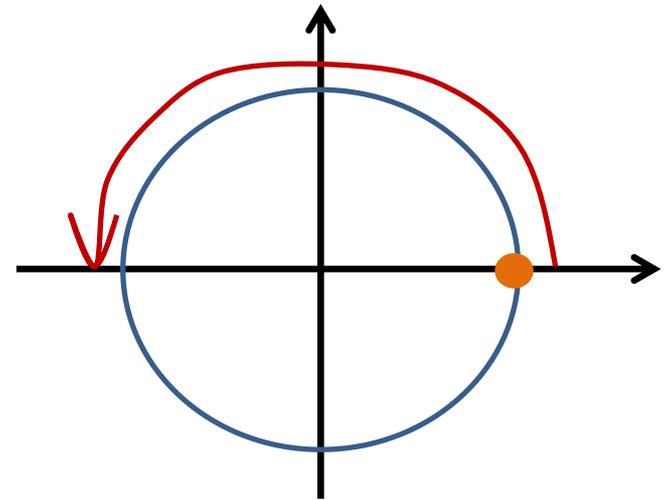


$$A = 10000$$

$$\frac{10000}{2\pi} \approx 1591,55\dots$$

$$A = 10000 \approx 0 + 1591,55 (2\pi)$$

donc je pars de 0, j'avance de 1591 tours, puis de 0,5 tour, puis de ...



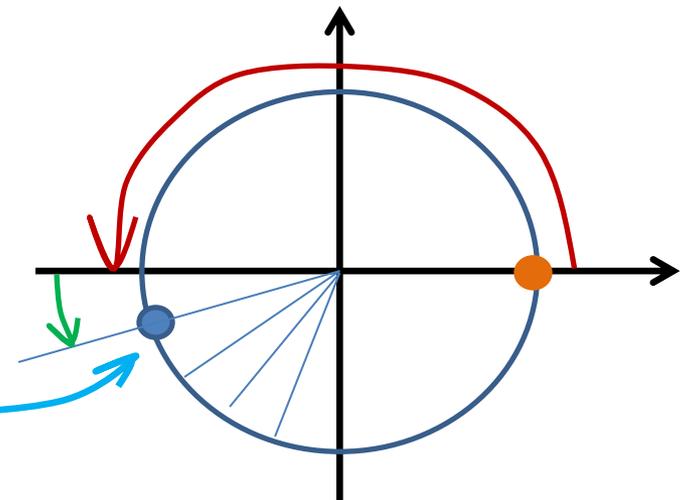
$$A = 10000$$

$$\frac{10000}{2\pi} \approx 1591,55\dots$$

$$A = 10000 \approx 0 + 1591,55 (2\pi)$$

donc je pars de 0, j'avance de 1591 tours, puis de 0,5 tour, puis de 0,05 = 1/20 tour (donc de 1/5 de 1/4 tour) :

le réel 10000 est ici



$$A = 10000$$

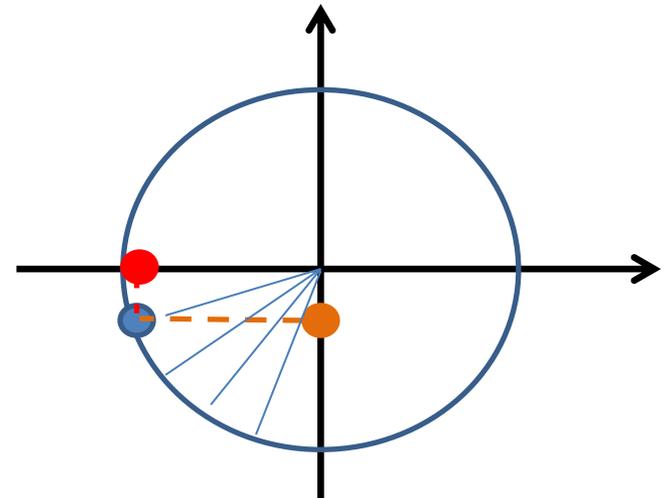
$$\frac{10000}{2\pi} \approx 1591,55$$

$$A = 10000 \approx 0 + 1591,55 (2\pi)$$

donc je pars de 0, j'avance de 1591 tours, puis de 0,5 tour, puis de 0,05 = 1/20 tour (donc de 1/5 de 1/4 tour) :

$$\cos A = \text{abscisse de } M \approx -0,9$$

$$\sin A = \text{ordonnée de } M \approx -0,3$$



$$A = 10000$$

$$\frac{10000}{2\pi} \approx 1591,55$$

$$A = 10000 \approx 0 + 1591,55 (2\pi)$$

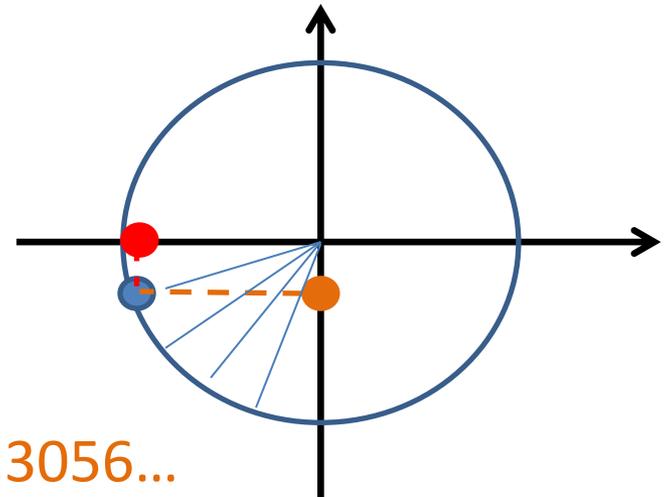
donc je pars de 0, j'avance de 1591 tours, puis de 0,5 tour, puis de 0,05 = 1/20 tour (donc de 1/5 de 1/4 tour) :

$$\cos A = \text{abscisse de } M \approx -0,9$$

$$\sin A = \text{ordonnée de } M \approx -0,3$$

Vérification à la calculatrice :

$$\cos 10000 \approx -0,9521... \text{ et } \sin 10000 \approx -0,3056...$$



Exercice : soit le réel $B = -1000$
(et non -1000π)

A 0,1 près, déterminez
graphiquement son **cos** et son **sin**.

Vérifiez **ensuite** à la calculatrice.

$$B = -1000$$

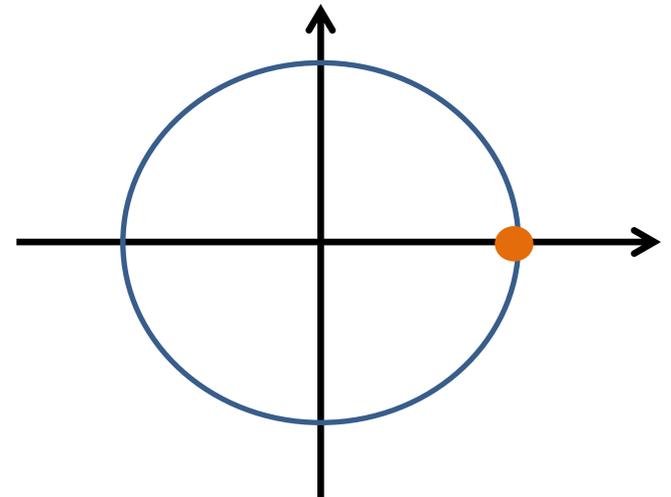
$$-1000$$

$$\frac{\quad}{2\pi} \approx -159,15\dots$$

$$2\pi$$

$$B = -1000 \approx 0 - 159,15 (2\pi)$$

donc je pars de 0, je recule de ...



$$B = -1000$$

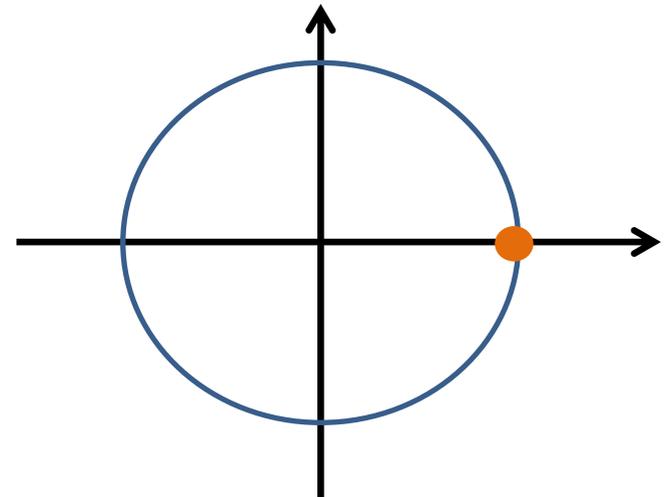
$$-1000$$

$$\frac{\quad}{2\pi} \approx -159,15\dots$$

$$2\pi$$

$$B = -1000 \approx 0 - 159,15 (2\pi)$$

donc je pars de 0, je recule de 159 tours, puis de ...



$$B = -1000$$

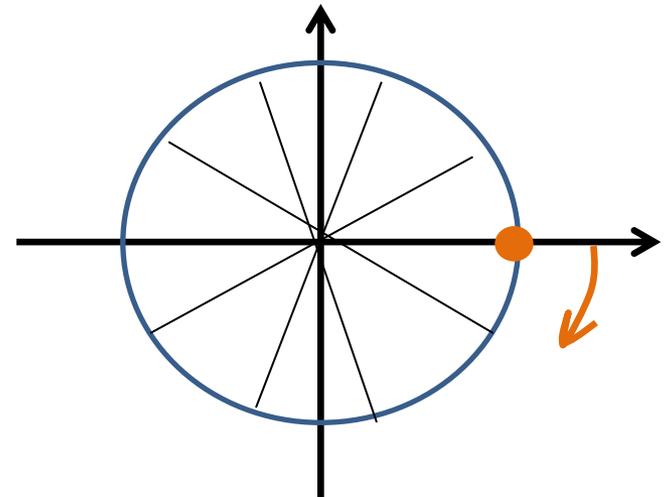
$$-1000$$

$$\frac{\quad}{2\pi} \approx -159,15\dots$$

$$2\pi$$

$$B = -1000 \approx 0 - 159,15 (2\pi)$$

donc je pars de 0, je recule de 159 tours, puis de 0,1 tour (donc de 1/10 de tour), puis de ...



$$B = -1000$$

$$-1000$$

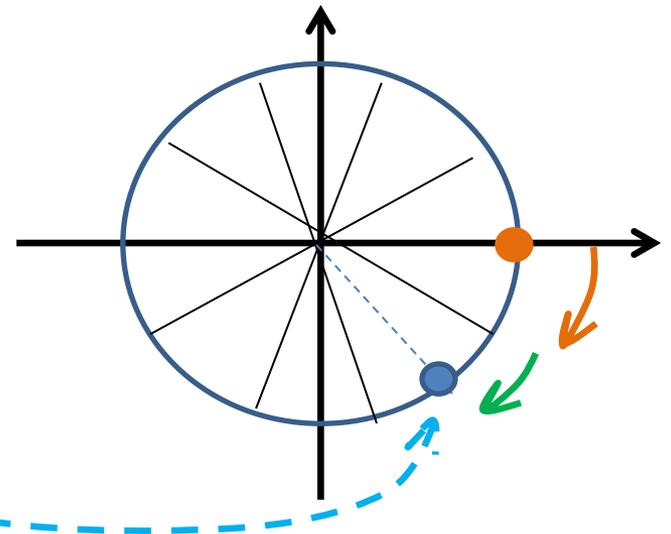
$$\frac{\quad}{2\pi} \approx -159,15\dots$$

$$2\pi$$

$$B = -1000 \approx 0 - 159,15 (2\pi)$$

donc je pars de 0, je recule de 159 tours, puis de 0,1 tour (donc de 1/10 de tour), puis de 0,05 tour (donc de 1/2 de 1/10 de tour) :

le réel -1000 est ici :



$$B = -1000$$

$$-1000$$

$$\frac{\quad}{2\pi} \approx -159,15\dots$$

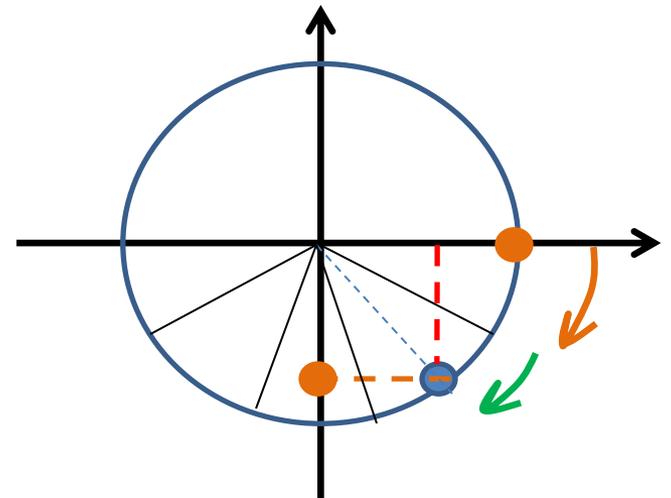
$$2\pi$$

$$B = -1000 \approx 0 - 159,15 (2\pi)$$

donc je pars de 0, je recule de 159 tours, puis de 0,1 tour (donc de 1/10 de tour), puis de 0,05 tour (donc de 1/2 de 1/10 de tour) :

$$\cos B = \text{abscisse de } M \approx 0,6$$

$$\sin B = \text{ordonnée de } M \approx -0,9$$



$$B = -1000$$

$$-1000$$

$$\frac{\quad}{2\pi} \approx -159,15\dots$$

$$2\pi$$

$$B = -1000 \approx 0 - 159,15 (2\pi)$$

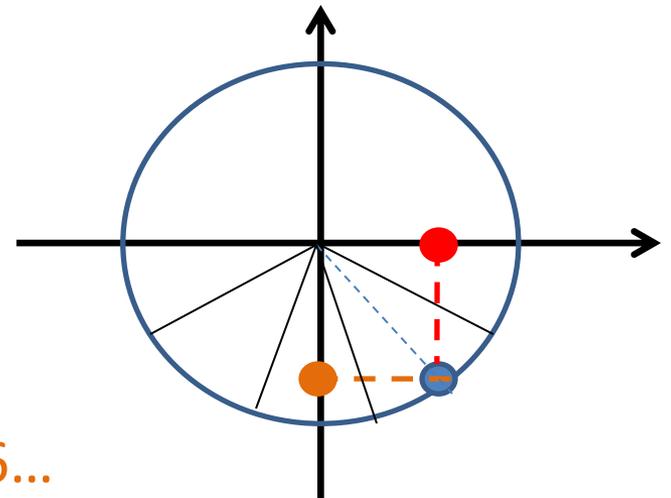
donc je pars de 0, je recule de 159 tours, puis de 0,1 tour (donc de 1/10 de tour), puis de 0,05 tour (donc de 1/2 de 1/10 de tour) :

$$\cos B = \text{abscisse de } M \approx 0,6$$

$$\sin B = \text{ordonnée de } M \approx -0,9$$

Vérification à la calculatrice :

$$\cos -1000 \approx 0,562\dots \text{ et } \sin -1000 \approx -0,826\dots$$



Exercice : déterminez les **signes** des **cos** et **sin** du réel $17\pi/6$

Sans calculette !

Exercice : déterminez les signes des cos et sin du réel $17\pi/6$

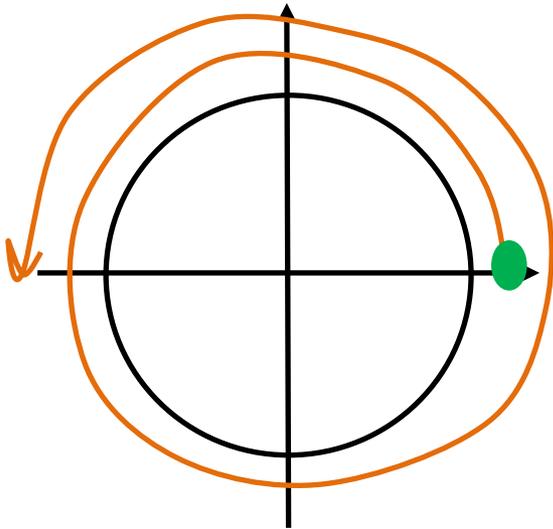
$$17\pi/6 = 18\pi/6 - \pi/6 = 3\pi - \pi/6 = 0 + 1,5(2\pi) - (\pi/2)/3$$

donc à partir de 0 j'avance de 1,5 tour, puis je recule de $\pi/6$ (soit $1/3$ de $\pi/2$ qui est $1/4$ de tour) :

Exercice : déterminez les signes des cos et sin du réel $17\pi/6$

$$17\pi/6 = 18\pi/6 - \pi/6 = 3\pi - \pi/6 = 0 + 1,5(2\pi) - (\pi/2)/3$$

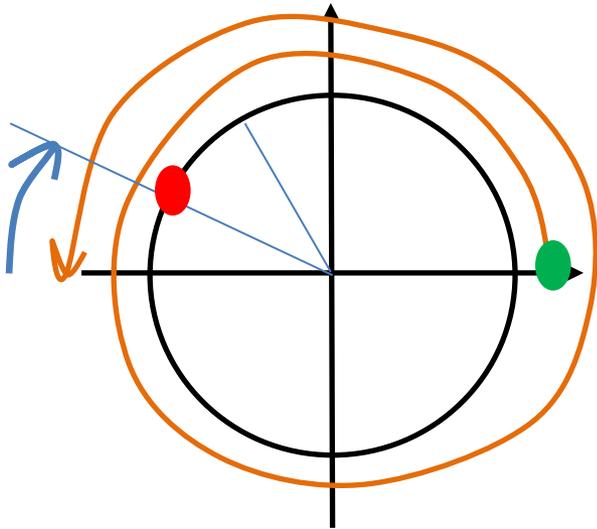
donc à partir de 0 j'avance de 1,5 tour, puis je recule de $\pi/6$ (soit $1/3$ de $\pi/2$ qui est $1/4$ de tour) :



Exercice : déterminez les signes des cos et sin du réel $17\pi/6$

$$17\pi/6 = 18\pi/6 - \pi/6 = 3\pi - \pi/6 = 0 + 1,5(2\pi) - (\pi/2)/3$$

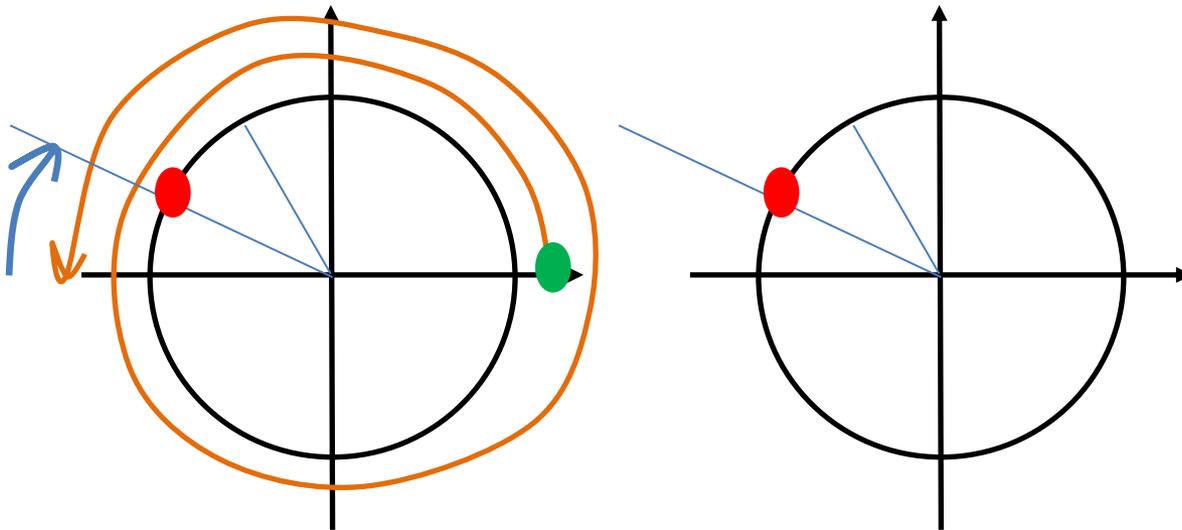
donc à partir de 0 j'avance de 1,5 tour, puis je recule de $\pi/6$ (soit $1/3$ de $\pi/2$ qui est $1/4$ de tour) :



Exercice : déterminez les signes des cos et sin du réel $17\pi/6$

$$17\pi/6 = 18\pi/6 - \pi/6 = 3\pi - \pi/6 = 0 + 1,5(2\pi) - (\pi/2)/3$$

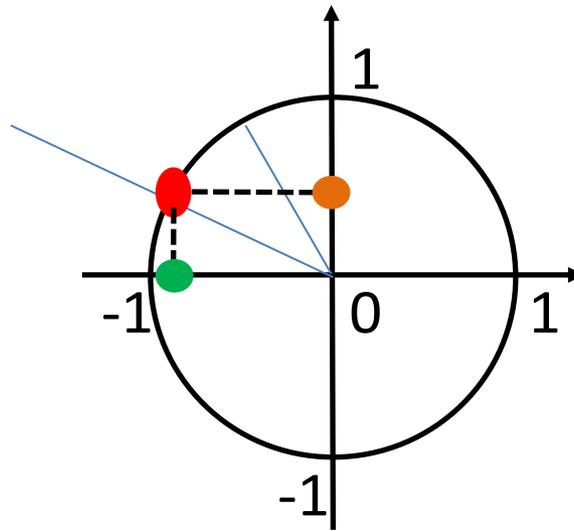
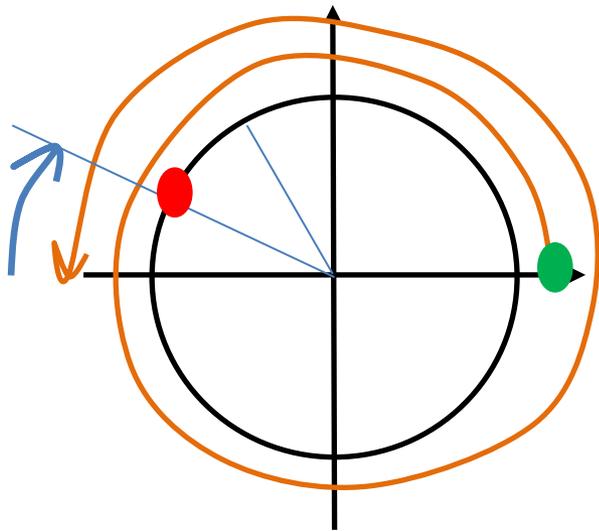
donc à partir de 0 j'avance de 1,5 tour, puis je recule de $\pi/6$ (soit $1/3$ de $\pi/2$ qui est $1/4$ de tour) :



Exercice : déterminez les signes des cos et sin du réel $17\pi/6$

$$17\pi/6 = 18\pi/6 - \pi/6 = 3\pi - \pi/6 = 0 + 1,5(2\pi) - (\pi/2)/3$$

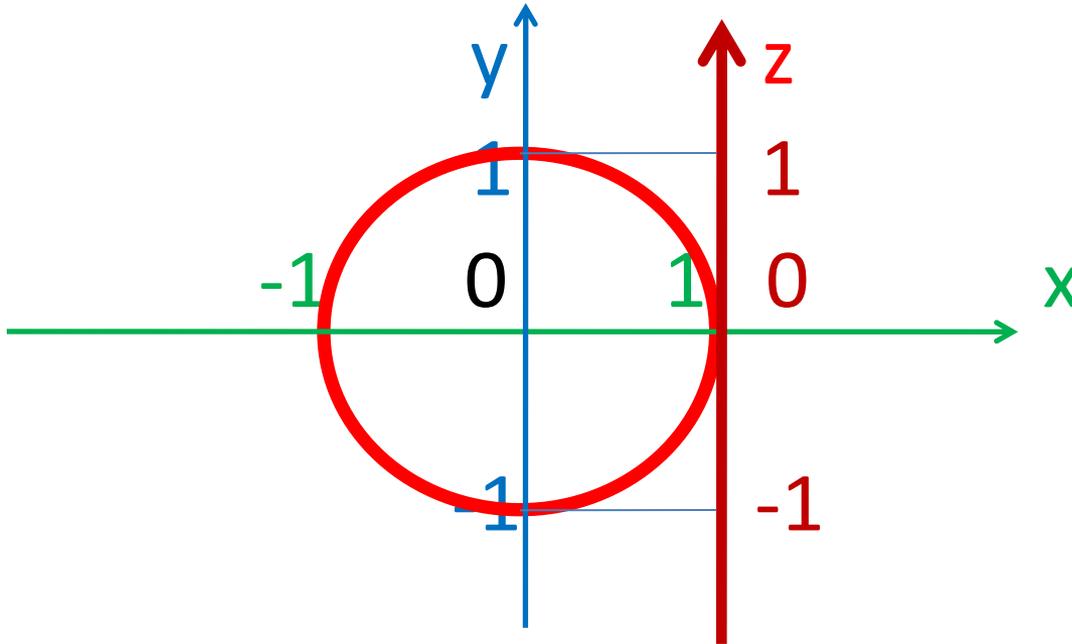
donc à partir de 0 j'avance de 1,5 tour, puis je recule de $\pi/6$ (soit $1/3$ de $\pi/2$ qui est $1/4$ de tour) :



$$\cos 17\pi/6 < 0$$

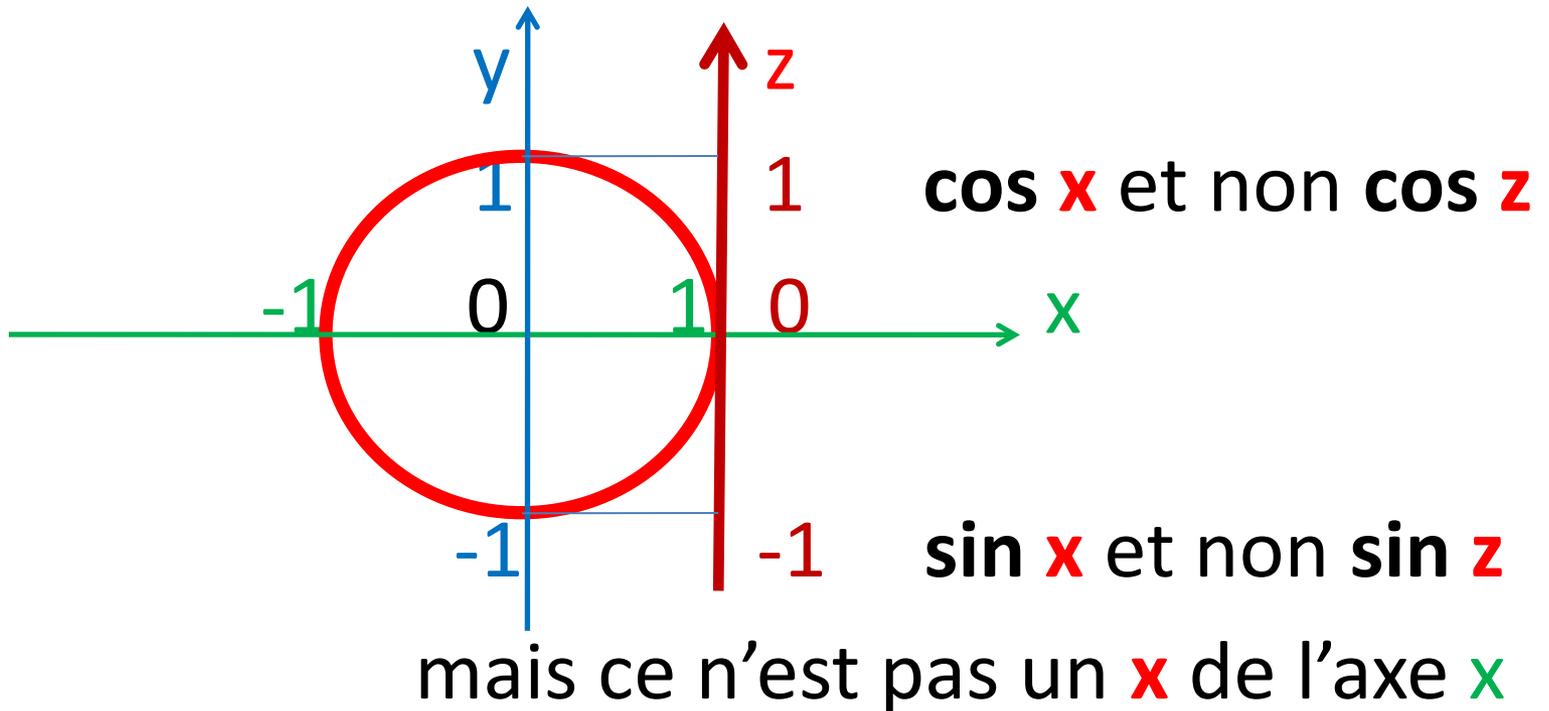
$$\sin 17\pi/6 > 0$$

Notation : Le cercle trigo. a été gradué par l'enroulement de l'axe **z** autour du cercle, donc les réels sur le cercle sont des **z** :



Notation : Le cercle trigo. a été gradué par l'enroulement de l'axe **z** autour du cercle, donc les réels sur le cercle sont des **z** :

Mais nous avons l'habitude d'appeler **x** les **antécédents** d'une fonction, donc dorénavant **cos x** et **sin x** désigneront non **pas** les images d'une **abscisse**, mais **d'un réel sur le cercle**.



2°) Angles remarquables :

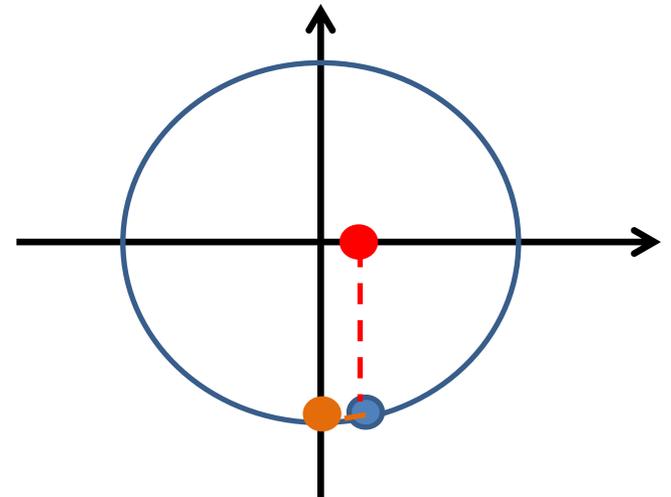
Ce sont des angles dont on connaît les cos et sin **en valeurs exactes**

(en plus des réels placés à l'intersection des axes x et y).

Par exemple,

$$\cos 19\pi/12 = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin 19\pi/12 = \frac{-\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$$



2°) Angles remarquables :

Ce sont des angles dont on connaît les cos et sin **en valeurs exactes.**

Au lycée, on se cantonnera à ceux-là :

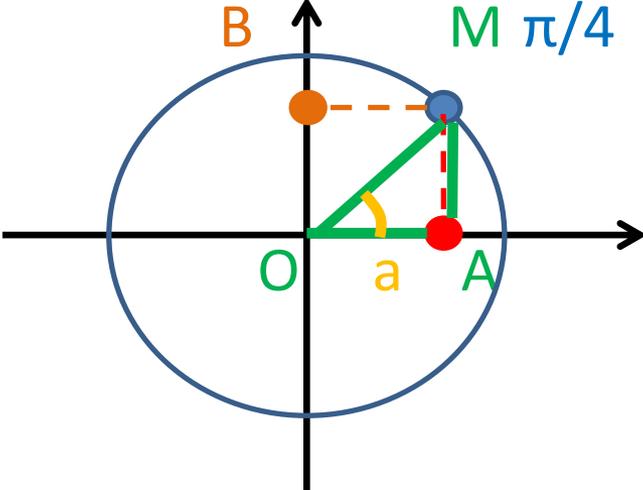
$$\pi/6$$

$$\pi/4$$

$$\pi/3$$

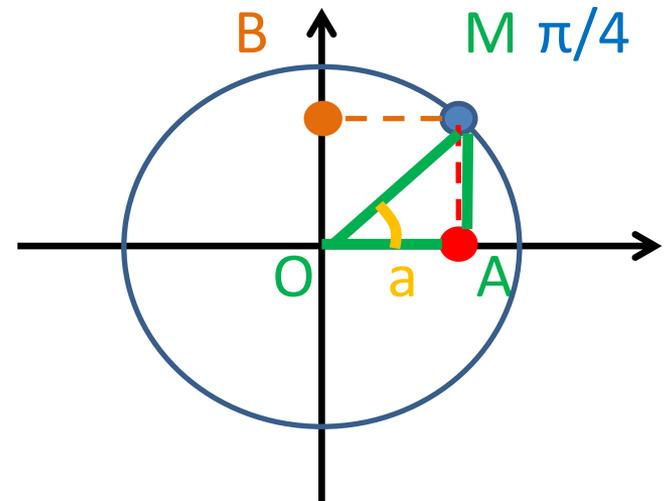
pour en déduire d'**autres réels** ayant des cos et sin en valeurs exactes.

Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:



Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:

L'angle a en radian et le réel $\pi/4$ ont la même valeur numérique, donc $a = \pi/4$ rad (soit 45°).

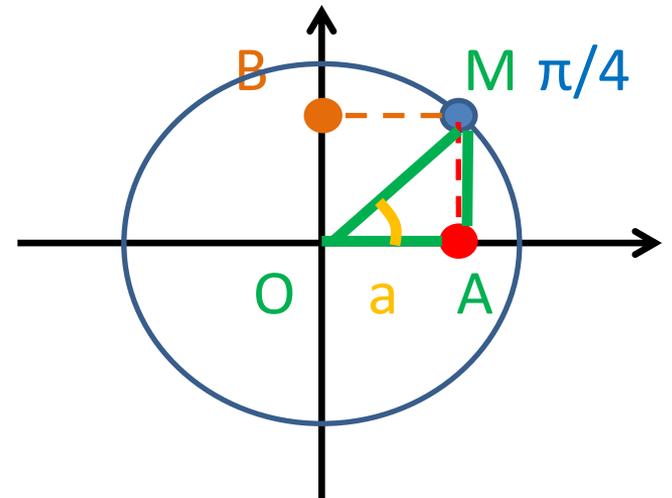


Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:

L'angle a en radian et le réel $\pi/4$ ont la même valeur numérique, donc $a = \pi/4$ rad (soit 45°).

Somme des angles intérieurs du triangle OAM :

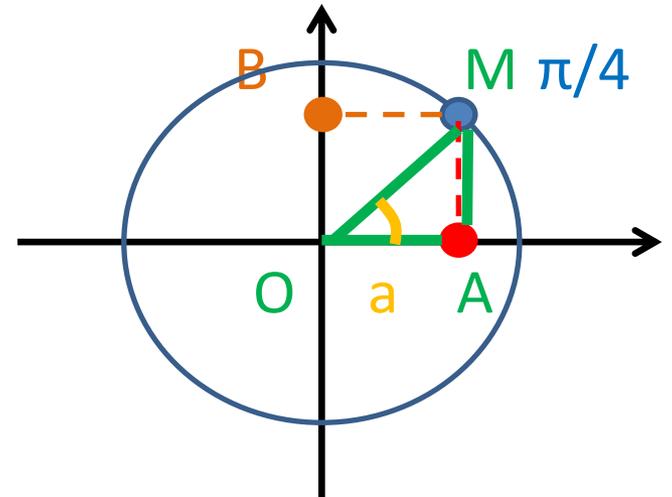
$$\widehat{O} + \widehat{A} + \widehat{M} = \pi \text{ (en radians)}$$



Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:

L'angle a en radian et le réel $\pi/4$ ont la même valeur numérique, donc $a = \pi/4$ rad (soit 45°).

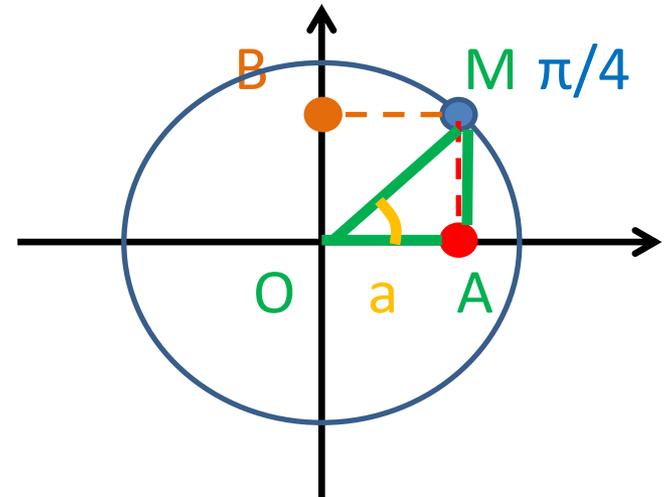
Somme des angles intérieurs du triangle OAM :
 $\widehat{O} + \widehat{A} + \widehat{M} = \pi$ (en radians) donc $\pi/4 + \pi/2 + \widehat{M} = \pi$



Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:

L'angle a en radian et le réel $\pi/4$ ont la même valeur numérique, donc $a = \pi/4$ rad (soit 45°).

Somme des angles intérieurs du triangle OAM :
 $\widehat{O} + \widehat{A} + \widehat{M} = \pi$ (en radians) donc $\pi/4 + \pi/2 + \widehat{M} = \pi$
donc $\widehat{M} = \pi/4$

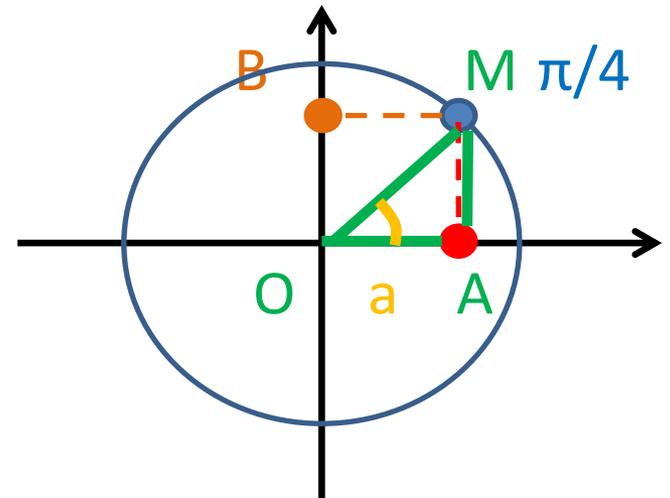


Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:

L'angle a en radian et le réel $\pi/4$ ont la même valeur numérique, donc $a = \pi/4$ rad (soit 45°).

Somme des angles intérieurs du triangle OAM :

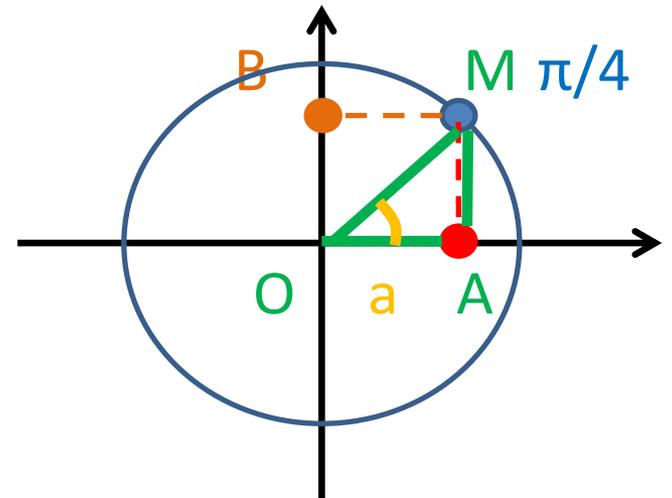
$$\widehat{O} + \widehat{A} + \widehat{M} = \pi \text{ (en radians) donc } \pi/4 + \pi/2 + \widehat{M} = \pi$$
$$\text{donc } \widehat{M} = \pi/4 = \widehat{A}$$



Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:

L'angle a en radian et le réel $\pi/4$ ont la même valeur numérique, donc $a = \pi/4$ rad (soit 45°).

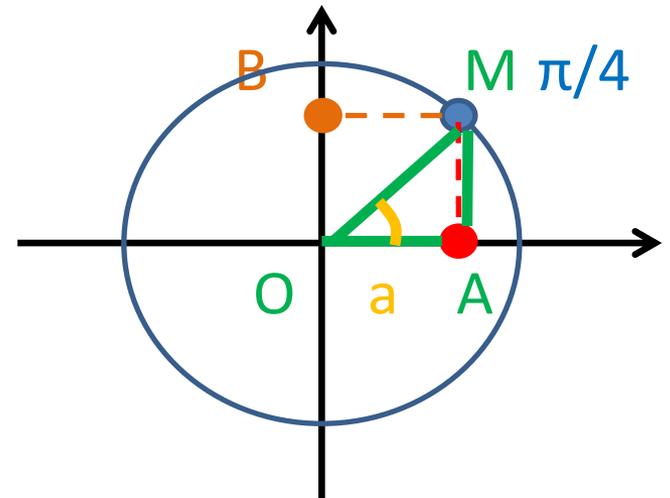
Somme des angles intérieurs du triangle OAM :
 $\widehat{O} + \widehat{A} + \widehat{M} = \pi$ (en radians) donc $\pi/4 + \pi/2 + \widehat{M} = \pi$
donc $\widehat{M} = \pi/4 = \widehat{A}$ donc OAM est isocèle en A,



Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:

L'angle a en radian et le réel $\pi/4$ ont la même valeur numérique, donc $a = \pi/4$ rad (soit 45°).

Somme des angles intérieurs du triangle OAM :
 $\widehat{O} + \widehat{A} + \widehat{M} = \pi$ (en radians) donc $\pi/4 + \pi/2 + \widehat{M} = \pi$
donc $\widehat{M} = \pi/4 = \widehat{A}$ donc OAM est isocèle en A,
donc $OA = AM$ donc $\cos(\pi/4) = \sin(\pi/4)$



Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:

L'angle a en radian et le réel $\pi/4$ ont la même valeur numérique, donc $a = \pi/4$ rad (soit 45°).

Somme des angles intérieurs du triangle OAM :

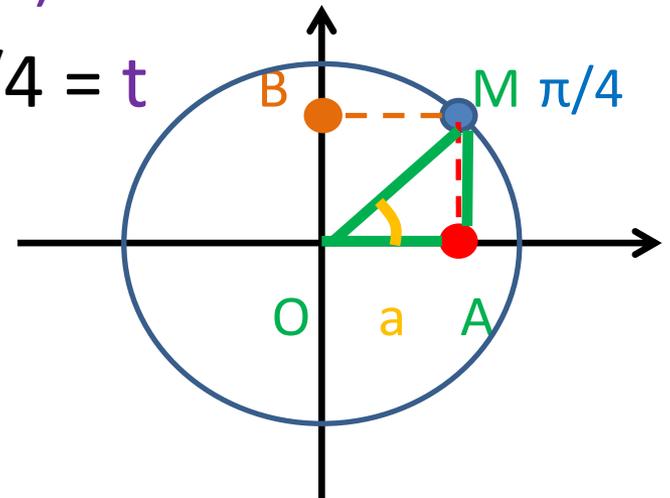
$$\widehat{O} + \widehat{A} + \widehat{M} = \pi \text{ (en radians) donc } \pi/4 + \pi/2 + M = \pi$$

donc $\widehat{M} = \pi/4 = \widehat{A}$ donc OAM est isocèle en A,

donc $OA = AM$ donc $\cos(\pi/4) = \sin(\pi/4)$

Notation : $(\cos (\pi/4))^2 = \cos^2 \pi/4 = t$

Pythagore : $OA^2 + AM^2 = OM^2$



Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:

L'angle a en radian et le réel $\pi/4$ ont la même valeur numérique, donc $a = \pi/4$ rad (soit 45°).

Somme des angles intérieurs du triangle OAM :

$$\widehat{O} + \widehat{A} + \widehat{M} = \pi \text{ (en radians) donc } \pi/4 + \pi/2 + M = \pi$$

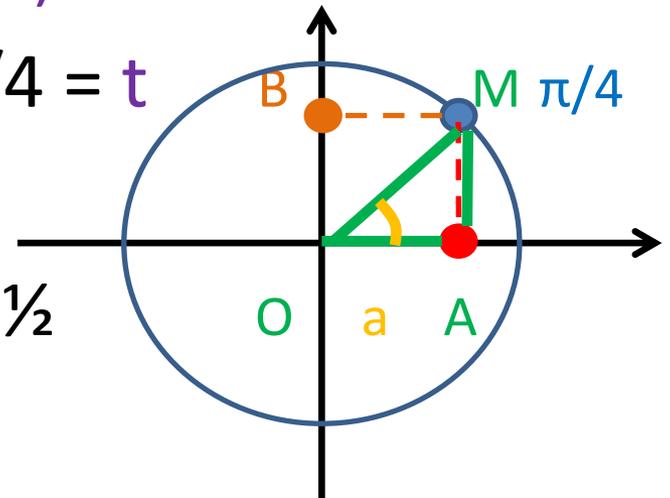
donc $\widehat{M} = \pi/4 = \widehat{A}$ donc OAM est isocèle en A,

donc $OA = AM$ donc $\cos(\pi/4) = \sin(\pi/4)$

Notation : $(\cos (\pi/4))^2 = \cos^2 \pi/4 = t$

Pythagore : $OA^2 + AM^2 = OM^2$

$$\Leftrightarrow t^2 + t^2 = 1^2 \Leftrightarrow 2t^2 = 1 \Leftrightarrow t^2 = \frac{1}{2}$$



Etudions l'angle remarquable $\pi/4$:

L'angle a en radian et le réel $\pi/4$ ont la même valeur numérique, donc $a = \pi/4$ rad (soit 45°).

Somme des angles intérieurs du triangle OAM :

$$\widehat{O} + \widehat{A} + \widehat{M} = \pi \text{ (en radians) donc } \pi/4 + \pi/2 + M = \pi$$

donc $\widehat{M} = \pi/4 = \widehat{A}$ donc OAM est isocèle en A,

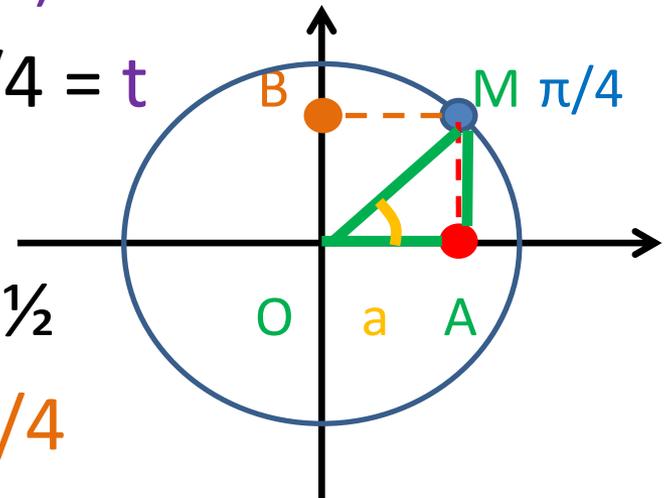
donc $OA = AM$ donc $\cos(\pi/4) = \sin(\pi/4)$

Notation : $(\cos (\pi/4))^2 = \cos^2 \pi/4 = t$

Pythagore : $OA^2 + AM^2 = OM^2$

$$\Leftrightarrow t^2 + t^2 = 1^2 \Leftrightarrow 2t^2 = 1 \Leftrightarrow t^2 = \frac{1}{2}$$

$t > 0$ donc $\cos \pi/4 = 1/\sqrt{2} = \sin \pi/4$



Etudions l'angle remarquable $\pi/6$:

Le triangle OAM est rectangle en A,

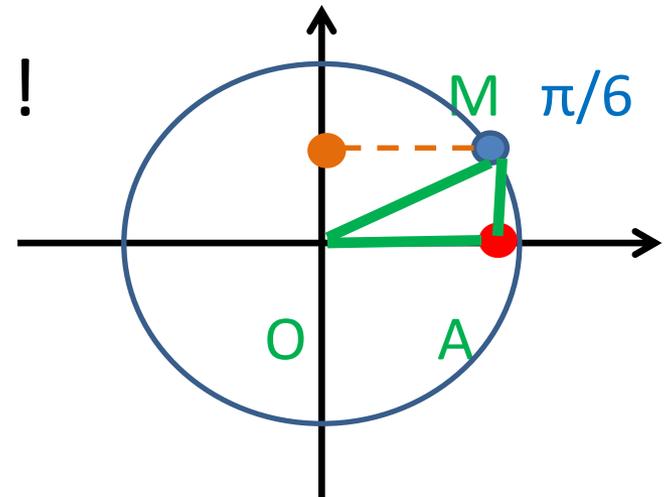
$$\text{donc } OA^2 + AM^2 = OM^2$$

$$\cos \pi/6 > 0 \text{ et } \sin \pi/6 > 0$$

$$\text{donc } OA = \cos \pi/6 = AM = \sin \pi/6$$

$$\text{et } \cos^2 \pi/6 + \sin^2 \pi/6 = 1^2$$

2 inconnues, 1 seule équation !

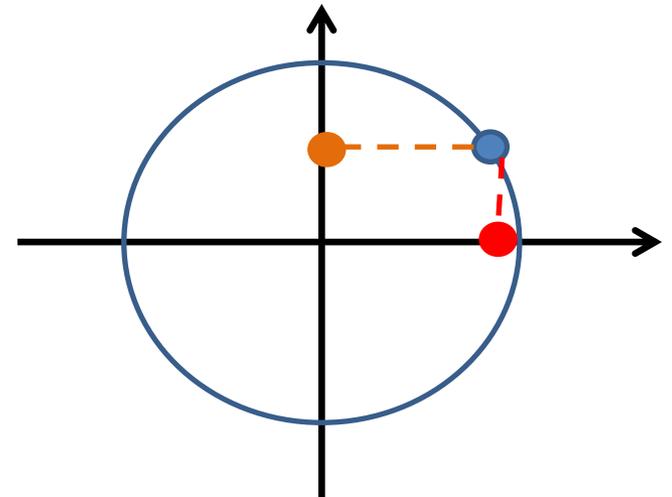
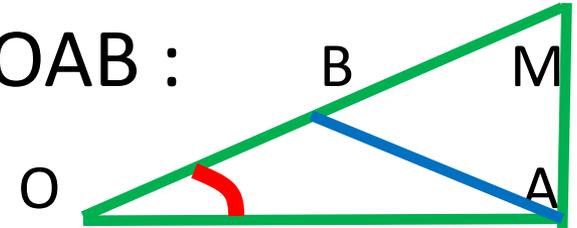


$$\cos \pi/6 = ? \text{ et } \sin \pi/6 = ?$$

Soit B le milieu de $[OM]$:

Etudions les angles internes de OAB :

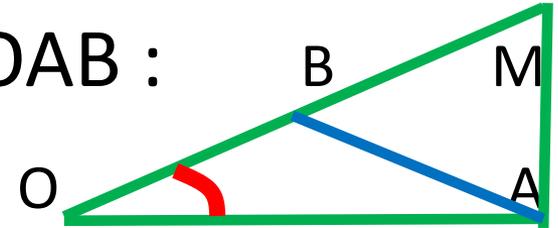
$a = ?$



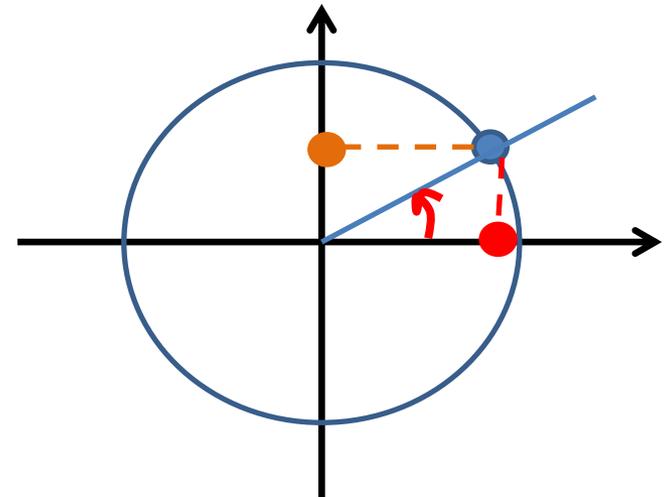
Soit B le milieu de [OM] :

Etudions les angles internes de OAB :

$$a = \pi/6$$



car l'angle en radian et le réel z ont la même valeur numérique.

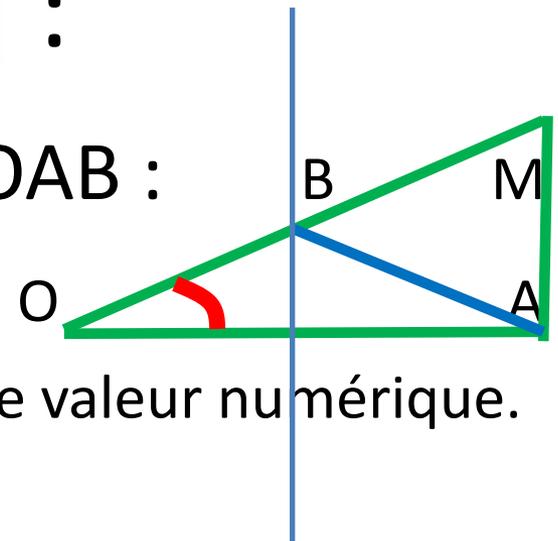


Soit B le milieu de [OM] :

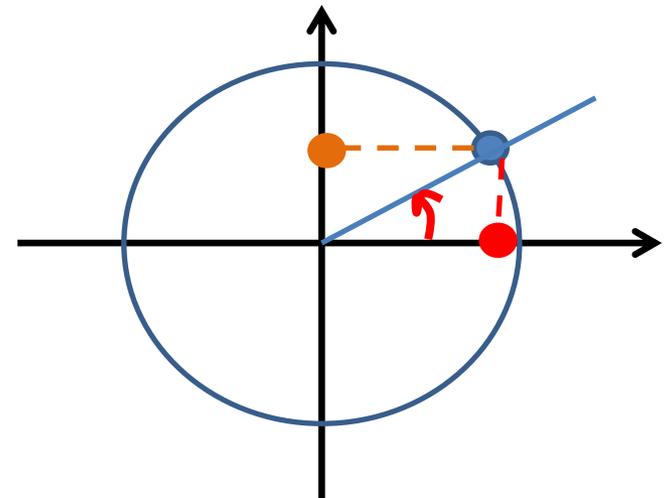
Etudions les angles internes de OAB :

$$a = \pi/6$$

car l'angle en radian et le réel z ont la même valeur numérique.



D'après Thalès ...

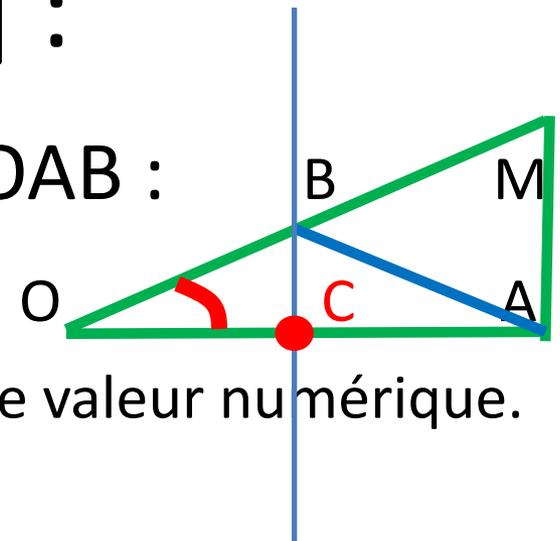


Soit B le milieu de [OM] :

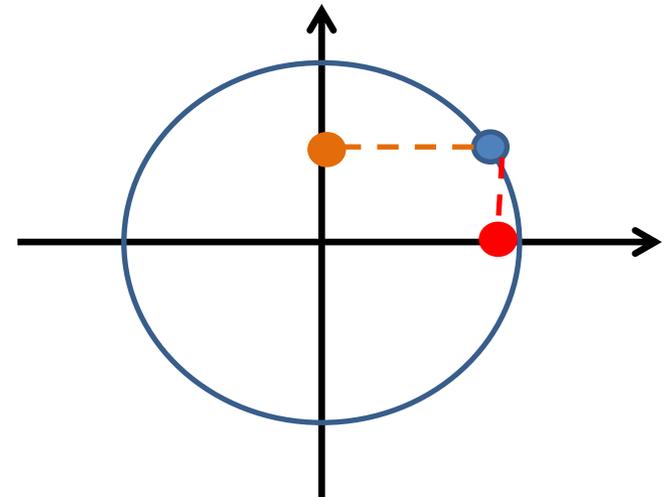
Etudions les angles internes de OAB :

$$a = \pi/6$$

car l'angle en radian et le réel z ont la même valeur numérique.



D'après Thalès la parallèle à (MA) passant par le milieu B coupe [OA] en son milieu C.

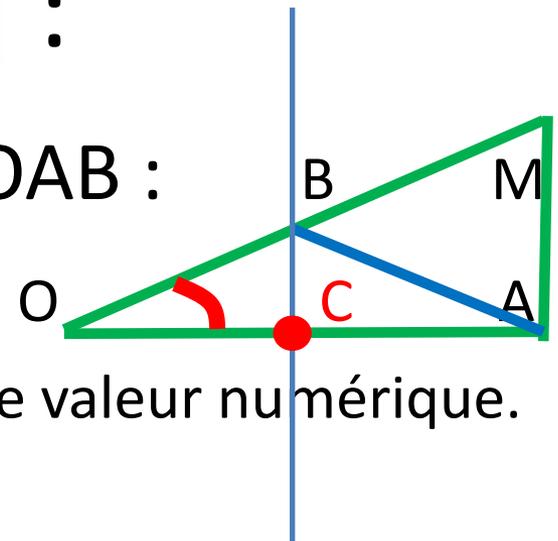


Soit B le milieu de [OM] :

Etudions les angles internes de OAB :

$$a = \pi/6$$

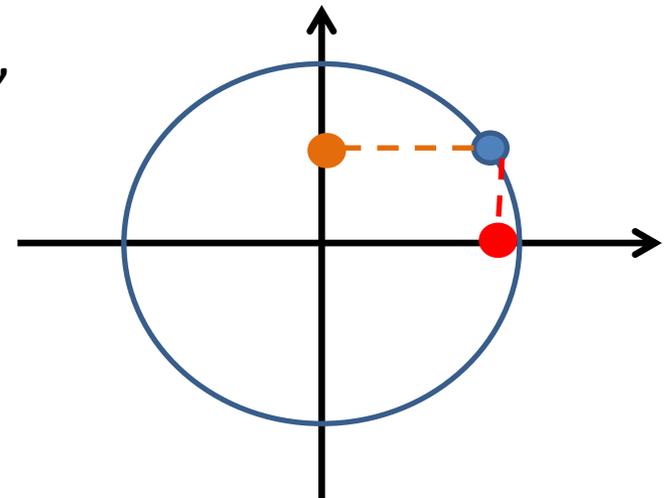
car l'angle en radian et le réel z ont la même valeur numérique.



D'après Thalès la parallèle à (MA) passant par le milieu B coupe [OA] en son milieu C.

Comme (MA) est perpendiculaire à (OA),

(BC) pour [OA] est ...

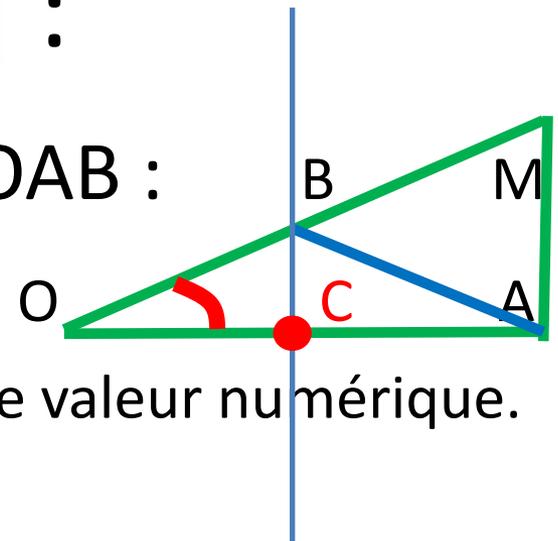


Soit B le milieu de [OM] :

Etudions les angles internes de OAB :

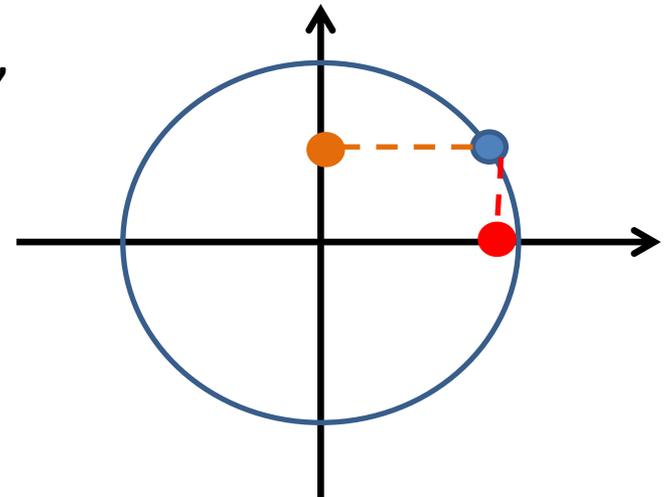
$$a = \pi/6$$

car l'angle en radian et le réel z ont la même valeur numérique.



D'après Thalès la parallèle à (MA) passant par le milieu B coupe [OA] en son milieu C.

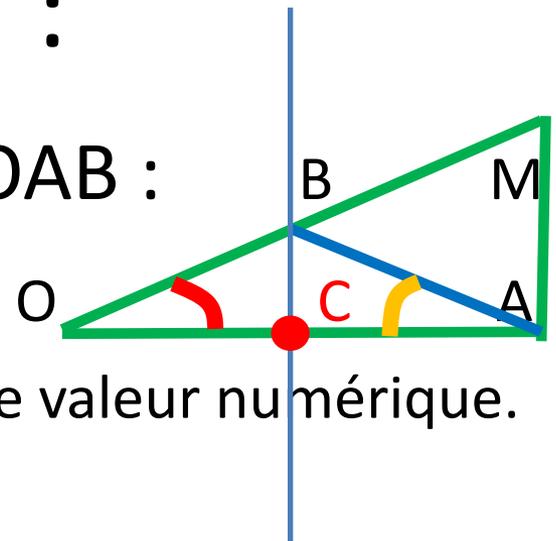
Comme (MA) est perpendiculaire à (OA),
(BC) pour [OA] est sa médiatrice et OCB
par symétrie ...



Soit B le milieu de [OM] :

Etudions les angles internes de OAB :

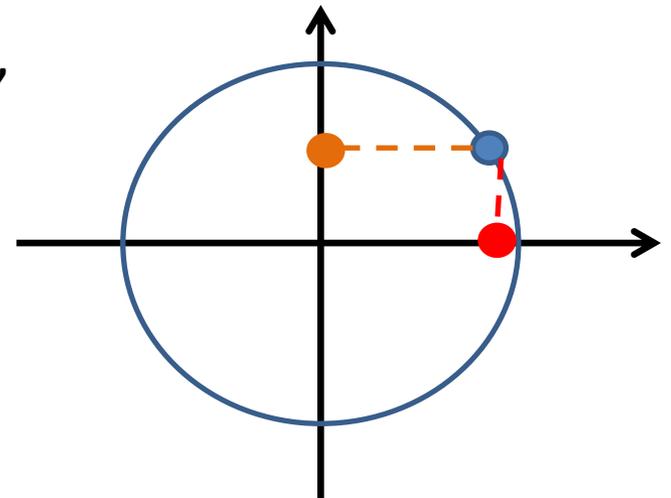
$$a = \pi/6$$



car l'angle en radian et le réel z ont la même valeur numérique.

D'après Thalès la parallèle à (MA) passant par le milieu B coupe [OA] en son milieu C.

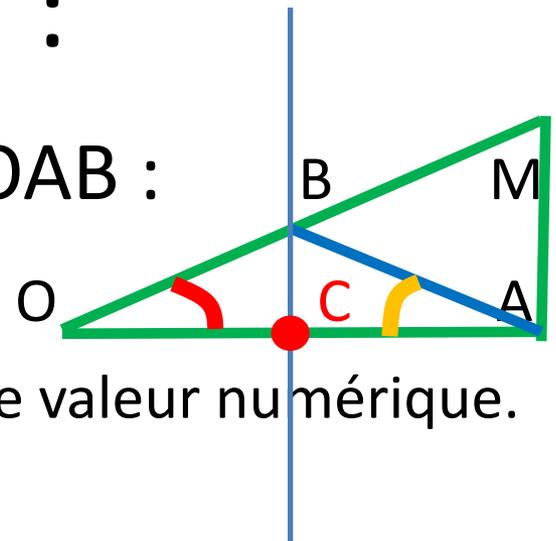
Comme (MA) est perpendiculaire à (OA),
(BC) pour [OA] est sa médiatrice et OCB
par symétrie a pour image ACB,
donc $\widehat{OAB} \dots$



Soit B le milieu de [OM] :

Etudions les angles internes de OAB :

$$a = \pi/6$$



car l'angle en radian et le réel z ont la même valeur numérique.

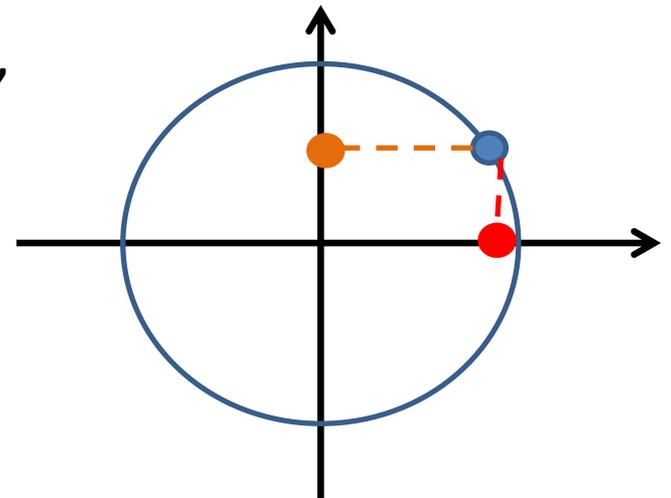
D'après Thalès la parallèle à (MA) passant par le milieu B coupe [OA] en son milieu C.

Comme (MA) est perpendiculaire à (OA),

(BC) pour [OA] est sa médiatrice et OCB

par symétrie a pour image ACB,

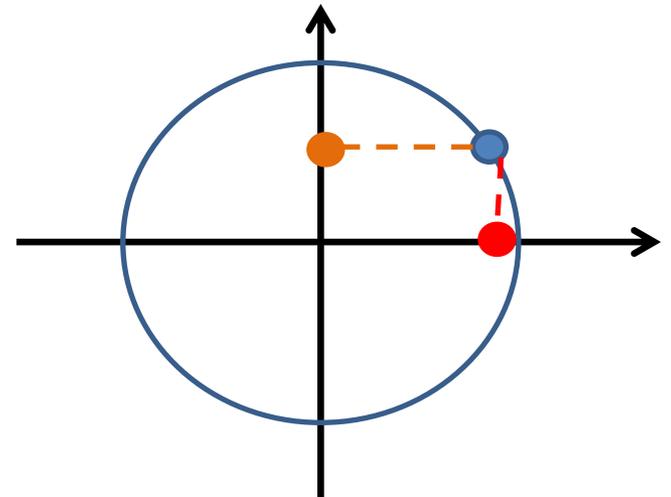
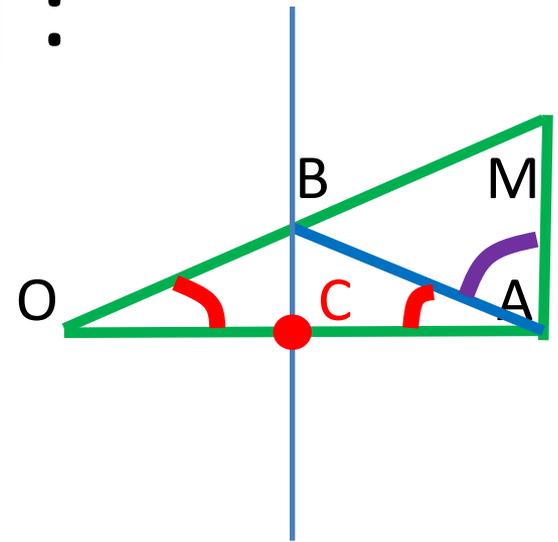
$$\text{donc } \widehat{OAB} = \widehat{AOB} = a$$



Soit B le milieu de [OM] :

$$a = \pi/6 = b$$

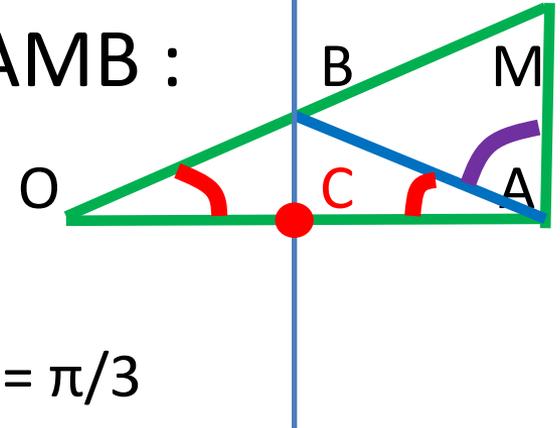
$$c = ?$$



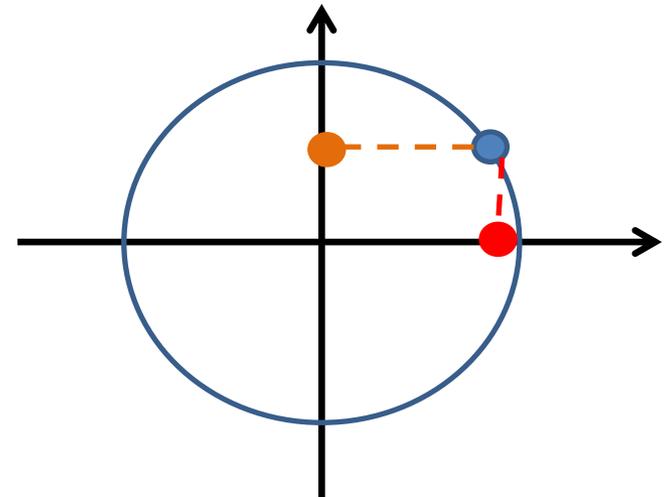
Soit B le milieu de [OM] :

Etudions les angles internes de AMB :

$$a = \pi/6 = b \quad c = ?$$



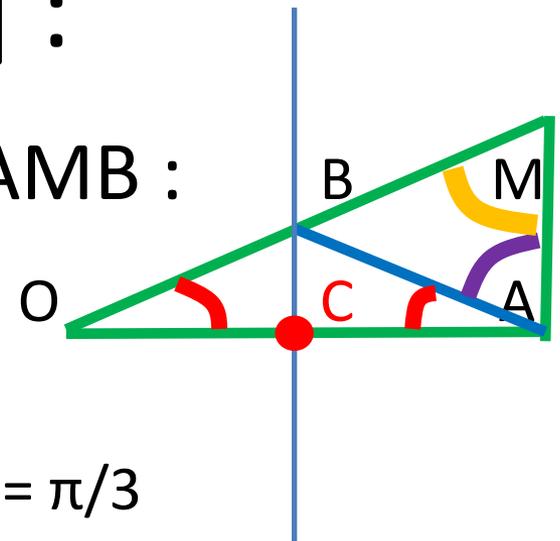
$$c = \pi/2 - b = \pi/2 - \pi/6 = 3\pi/6 - \pi/6 = 2\pi/6 = \pi/3$$



Soit B le milieu de [OM] :

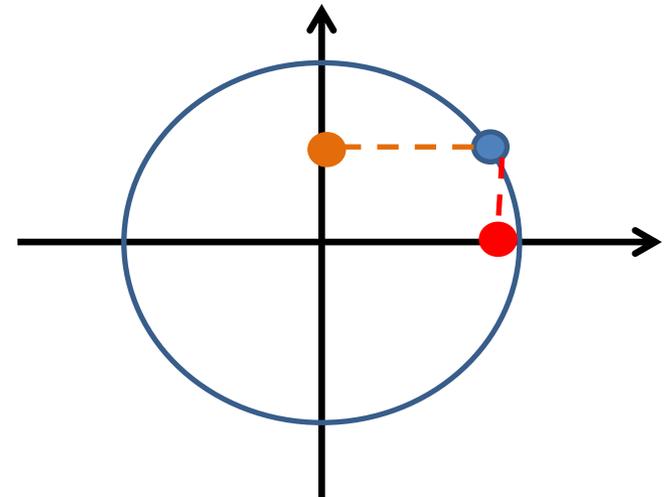
Etudions les angles internes de AMB :

$$a = \pi/6 = b \quad c = ?$$



$$c = \pi/2 - b = \pi/2 - \pi/6 = 3\pi/6 - \pi/6 = 2\pi/6 = \pi/3$$

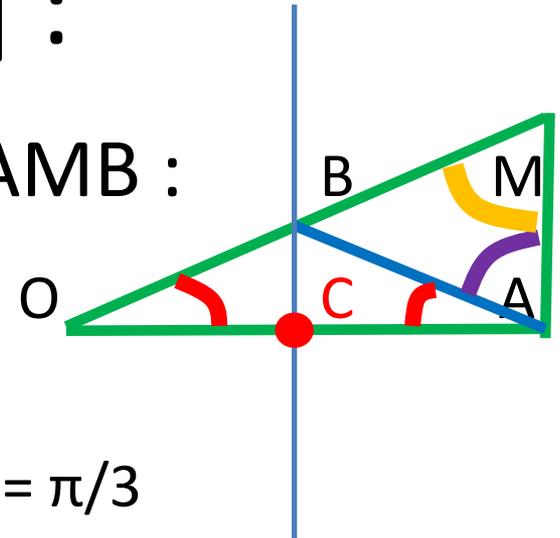
$$d = ?$$



Soit B le milieu de [OM] :

Etudions les angles internes de AMB :

$$a = \pi/6 = b \quad c = ?$$



$$c = \pi/2 - b = \pi/2 - \pi/6 = 3\pi/6 - \pi/6 = 2\pi/6 = \pi/3$$

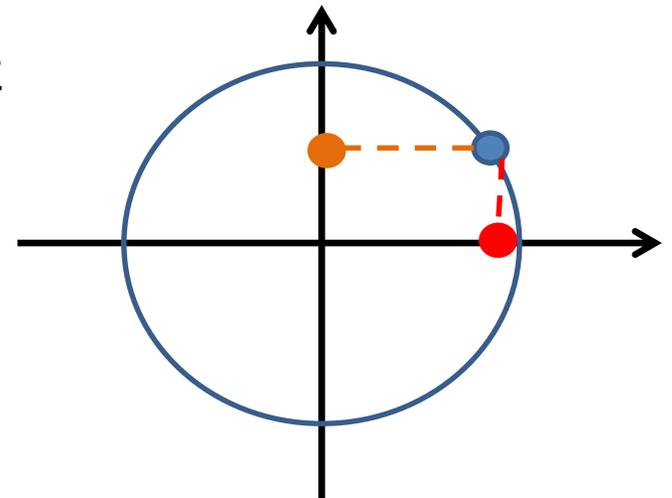
$$d = ?$$

Angles internes de OAM : $a + \pi/2 + d = \pi$

$$\text{donc } d = \pi - \pi/2 - a = \pi - \pi/2 - \pi/6$$

$$= 6\pi/6 - 3\pi/6 - \pi/6 = 2\pi/6 = \pi/3$$

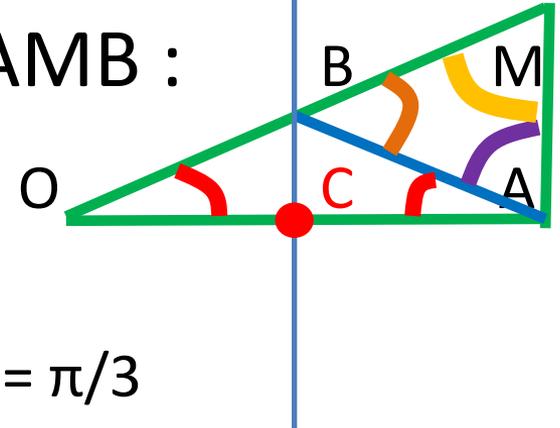
donc ABM est ...



Soit B le milieu de [OM] :

Etudions les angles internes de AMB :

$$a = \pi/6 = b \quad c = ?$$



$$c = \pi/2 - b = \pi/2 - \pi/6 = 3\pi/6 - \pi/6 = 2\pi/6 = \pi/3$$

$$d = ?$$

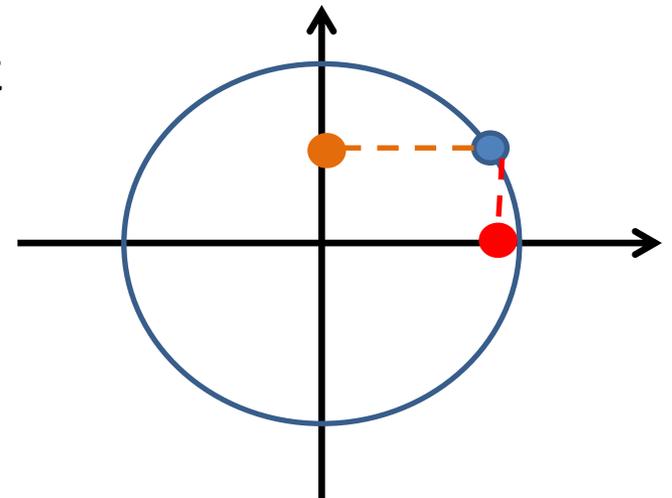
Angles internes de OAM : $a + \pi/2 + d = \pi$

$$\text{donc } d = \pi - \pi/2 - a = \pi - \pi/2 - \pi/6$$

$$= 6\pi/6 - 3\pi/6 - \pi/6 = 2\pi/6 = \pi/3$$

donc ABM est équilatéral car $d = c = \pi/3$

donc le 3^{ème} angle est aussi de $\pi/3$



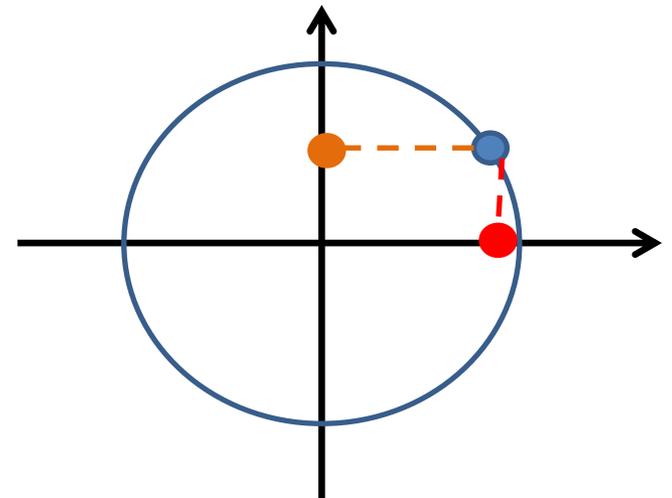
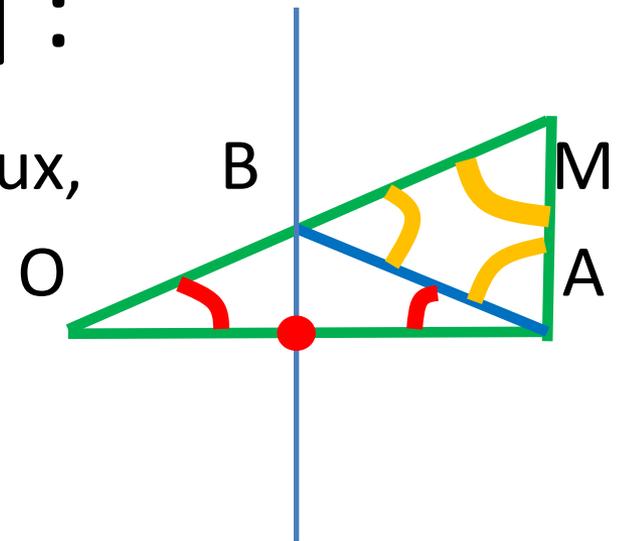
Soit B le milieu de [OM] :

ABM équilatéral par ses 3 angles égaux,
donc $AM = MB = BA$

et comme B milieu de [OM]

$MB = \frac{1}{2} MO = \frac{1}{2} (1) = \frac{1}{2}$ donc $AM = \frac{1}{2}$

$\sin \pi/6 > 0$ donc $\sin \pi/6 = AM$ donc $\sin \pi/6 = \frac{1}{2}$



Soit B le milieu de [OM] :

ABM équilatéral par ses 3 angles égaux,
donc $AM = MB = BM$

et comme B milieu de [OM]

$MB = \frac{1}{2} MO = \frac{1}{2} (1) = \frac{1}{2}$ donc $AM = \frac{1}{2}$

$\sin \pi/6 > 0$ donc $\sin \pi/6 = AM$ donc $\sin \pi/6 = \frac{1}{2}$

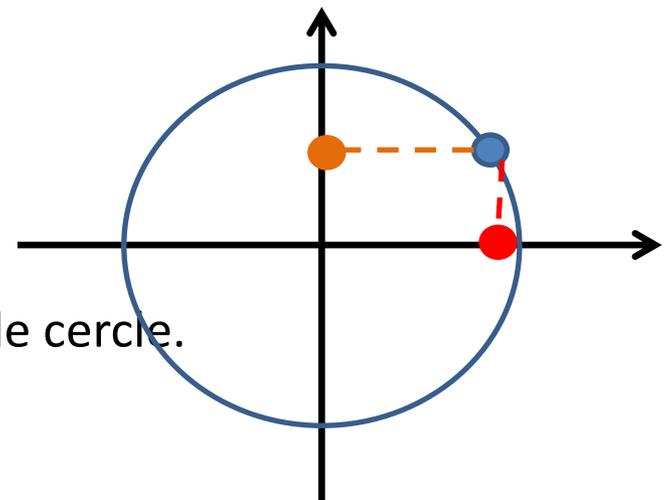
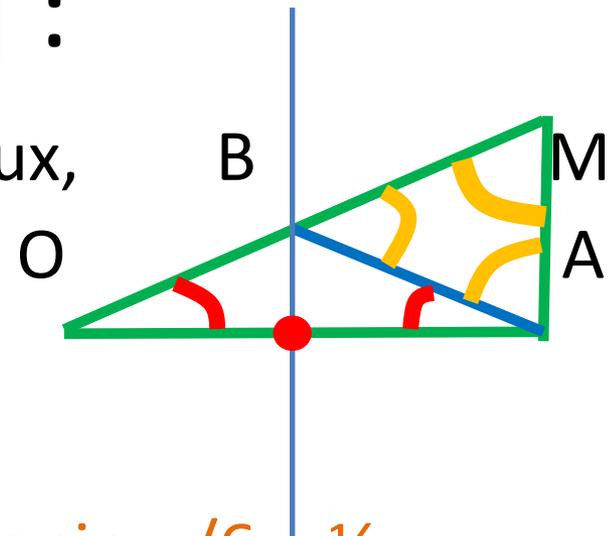
Pythagore dans OAM :

$$(\cos \pi/6)^2 + (1/2)^2 = 1^2$$

$$\text{donc } (\cos \pi/6)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

donc $\cos \pi/6 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ car $\cos \pi/6 > 0$

d'après la position du réel $\pi/6$ sur le cercle.

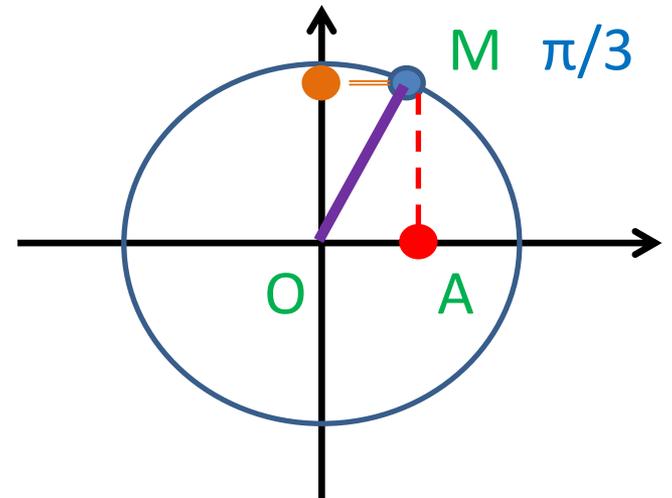


Etudions l'angle remarquable $\pi/3$:

Le triangle OAM est ...

$$\cos \pi/3 = ?$$

$$\text{et } \sin \pi/3 = ?$$



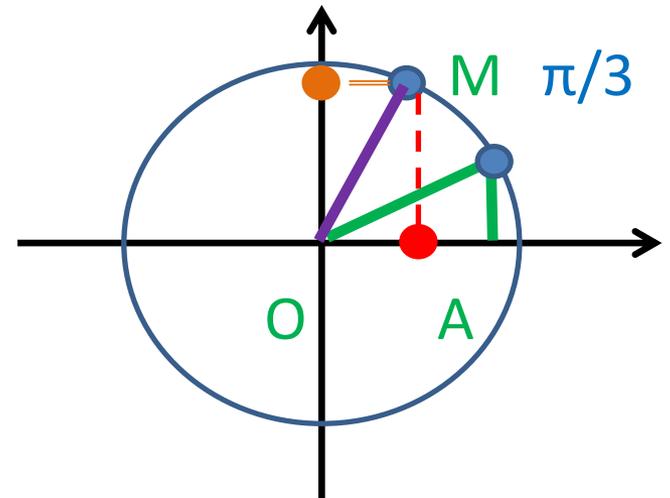
Etudions l'angle remarquable $\pi/3$:

Le triangle **OAM** est le même que le triangle correspondant à $\pi/6$, avec les cos et sin inversés.

Ce sera donc la même méthode, pour obtenir :

$$\cos \pi/3 = \dots$$

$$\text{et } \sin \pi/3 = \dots$$



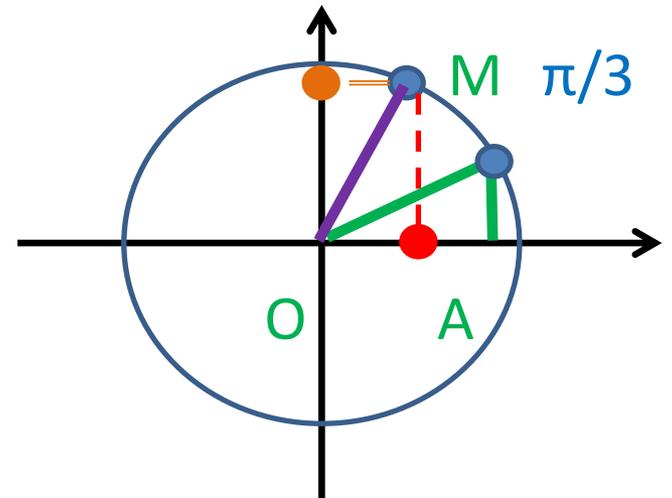
Etudions l'angle remarquable $\pi/3$:

Le triangle **OAM** est le même que le triangle correspondant à $\pi/6$, avec les cos et sin inversés.

Ce sera donc la même méthode, pour obtenir :

$$\cos \pi/3 = \frac{1}{2}$$

$$\text{et } \sin \pi/3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

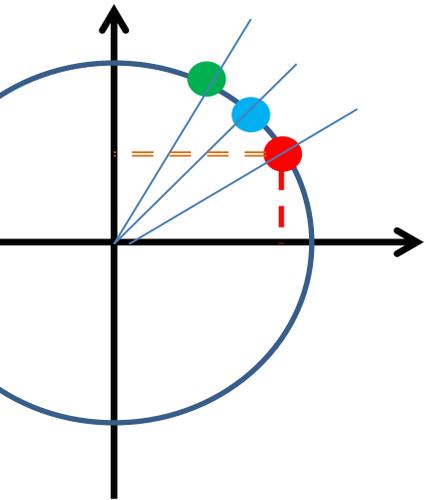


en remarquant que $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

On a donc (au lycée) ces **angles remarquables** :

x	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
sin x	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

On a donc (au lycée) ces **angles remarquables** :



x	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$
$\cos x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$