VI Extremums d’une fonction :

En 2nd, il était difficile de démontrer algébriquement que

M est le maximum de f sur un intervalle J

$\Longleftrightarrow$ …

VI Extremums d'une fonction :

En 2^{nd}, il était difficile de démontrer algébriquement que

M est le maximum de f sur un intervalle J

$\Longleftrightarrow$ $f(x) \leq M$ pour tous les x de l'intervalle J

et il existe au moins un x de J tel que $f(x) = M$.

En $1^{ère}$, **le tableau de variation** facilement obtenu nous permet de démontrer les extremums, locaux (sur un intervalle) et absolus (sur l'ensemble de définition).

VII Signes d'une fonction :

En 2^{nd}, il était difficile de ...

En $1^{ère}$, **le tableau de variation** facilement obtenu nous permet de démontrer les signes.

VI Extremums d'une fonction :

En 2nd, il était difficile de démontrer algébriquement que

M est le maximum de f sur un intervalle J

$\Longleftrightarrow$ $f(x) \leq M$ pour tous les x de l'intervalle J

et il existe au moins un x de J tel que $f(x) = M$.

En 1ère, **le tableau de variation** facilement obtenu nous permet de démontrer les extremums, locaux (sur un intervalle) et absolus (sur l'ensemble de définition).

VII Signes d'une fonction :

En 2nd, il était difficile de résoudre $f(x) = 0$; $f(x) > 0$; $f(x) < 0$

En 1ère, **le tableau de variation** facilement obtenu nous permet de démontrer les signes.

Exercice 2 :

Soit la fonction définie par $f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

1°) Déterminez le tableau de variations de f.

2°) Déterminez l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1. Existe-t-il des tangentes à la courbe parallèles à la droite d'équation $2x + y + 4 = 0$? En quels points ? Quelles sont leurs équations ?

3°) Déterminez et tracez sa courbe. Déduisez-en le nombre et le signe des racines.

4°) Résumez l'exercice par un graphe.

Exercice 2 :

Soit la fonction définie par $f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

1°) Déterminez le tableau de variations de f.

$$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$$

1°) Tableau de variation de f ?

$$f'(x) = -3\,(x^2)' + (10x - 4)'$$

$$= -3(2x) + 10 = -6x + 10$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \ldots$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \quad \ldots$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \quad \ldots$$

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

1°) Tableau de variation de f ?

$f'(x) = -3\,(x^2)' + (10x - 4)'$

$= -3(2x) + 10 = -6x + 10$

$f'(x) = 0 \iff -6x + 10 = 0$ *addition de 10*

$\iff -6x = 0 - 10$ *soustraction de 10*

Remarque : un réel, lorsqu'il change de côté, ne change pas. C'est l'opération dans laquelle il était qui change.

$$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$$

1°) Tableau de variation de f ?

$$f'(x) = -3\,(x^2)' + (10x - 4)'$$

$$= -3(2x) + 10 = -6x + 10$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow -6 \times x = 0 - 10 \Leftrightarrow x = -10/(-6) = 5/3$$

Multiplication par – 6 *division par – 6*

$$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$$

1°) Tableau de variation de f ?

$$f'(x) = -3\,(x^2)' + (10x - 4)'$$

$$= -3(2x) + 10 = -6x + 10$$

$$f'(x) = 0 \iff -6x + 10 = 0$$

$$\iff -6x = 0 - 10 \iff x = -10/(-6) = 5/3$$

$$f'(x) < 0 \iff -6x + 10 < 0$$

$$\iff -6x < -10 \iff x > -10/(-6) = 5/3$$

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

1°) Tableau de variation de f ?

$f'(x) = -3\,(x^2)' + (10x - 4)'$

$= -3(2x) + 10 = -6x + 10$

$f'(x) = 0 \iff -6x + 10 = 0$

$\iff -6x = 0 - 10 \iff x = -10/(-6) = 5/3$

$f'(x) < 0 \iff -6x + 10 < 0$

$\iff -6x < -10 \iff x > -10/(-6) = 5/3$

Un réel négatif dans une multiplication (ou division) inverse l'ordre lorsqu'il change de côté.

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$ $\qquad$ $f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x + 10 = 0$

$\Leftrightarrow -6x = -10 \Leftrightarrow x = -10/(-6) = 5/3$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow -6x + 10 < 0$

$\Leftrightarrow -6x < -10 \Leftrightarrow x > -10/(-6) = 5/3$

x	- ∞ 5/3 + ∞
f '(x)	0

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$ $\quad$ $f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x + 10 = 0$

$\Leftrightarrow -6x = -10 \Leftrightarrow x = -10/(-6) = 5/3$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow -6x + 10 < 0$

$\Leftrightarrow -6x < -10 \Leftrightarrow \boxed{x > -10/(-6) = 5/3}$

x	- ∞	5/3		+ ∞
f '(x)		0		

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$ $\qquad$ $f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x + 10 = 0$

$\Leftrightarrow -6x = -10 \Leftrightarrow x = -10/(-6) = 5/3$

$\boxed{f'(x) < 0} \Leftrightarrow -6x + 10 < 0$

$\Leftrightarrow -6x < -10 \Leftrightarrow \boxed{x > -10/(-6) = 5/3}$

x	- ∞	5/3		+ ∞
f '(x)		0		

$$f(x) = -3x^2 + 10x - 4 \qquad f'(x) = -6x + 10$$

1°) Tableau de variation de f ?

$$\boxed{f'(x) < 0} \iff -6x + 10 < 0$$

$$f'(x) = 0 \iff -6x + 10 = 0$$

$$\iff -6x = -10 \iff x = -10/(-6) = 5/3$$

$$\iff -6x < -10 \iff \boxed{x > -10/(-6) = 5/3}$$

x	$-\infty$	$5/3$		$+\infty$
$f'(x)$		0	< 0	

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4 \qquad f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x + 10 = 0$

$\Leftrightarrow -6x = -10 \Leftrightarrow x = -10/(-6) = 5/3$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -6x + 10 > 0$

$\Leftrightarrow -6x > -10 \Leftrightarrow x < -10/(-6) = 5/3$

x	$-\infty$ 5/3 $+\infty$
$f'(x)$	0 -

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$ $\qquad$ $f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

$f'(x) = 0 \iff -6x + 10 = 0$

$\iff -6x = -10 \iff x = -10/(-6) = 5/3$

$f'(x) > 0 \iff -6x + 10 > 0$

$\iff -6x > -10 \iff \boxed{x < -10/(-6) = 5/3}$

x	- ∞ $\qquad\qquad\qquad$ 5/3 $\qquad\qquad\qquad$ + ∞
f '(x)	$\qquad\qquad\qquad$ 0 $\qquad\qquad$ -

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$ $\quad$ $f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

$f'(x) = 0 \iff -6x + 10 = 0$

$\iff -6x = -10 \iff x = -10/(-6) = 5/3$

$\boxed{f'(x) > 0} \iff -6x + 10 > 0$

$\iff -6x > -10 \iff \boxed{x < -10/(-6) = 5/3}$

x	- ∞ 5/3 + ∞
f '(x)	0 -

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$ $\quad$ $f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

$f'(x) = 0 \iff -6x + 10 = 0$

$\iff -6x = -10 \iff x = -10/(-6) = 5/3$

$\boxed{f'(x) > 0} \iff -6x + 10 > 0$

$\iff -6x > -10 \iff \boxed{x < -10/(-6) = 5/3}$

x	- ∞		5/3		+ ∞
f '(x)		> 0	0	-	

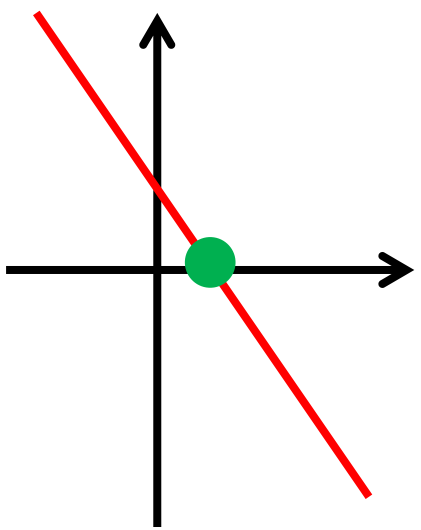
$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$ $\quad f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -10/(-6) = 5/3$

Autre méthode : $f'(x) = -6x + 10$ est une fct affine, coeff. directeur = - 6 < 0 donc f ' est strictement décroissante, donc $f'(x) > 0$ avant 5/3 et $f'(x) < 0$ après 5/3

x	- ∞	5/3	+ ∞
f '(x)	+	0	-



$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$ $\quad$ $f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

x	$-\infty$		$5/3$		$+\infty$
f '(x)		+	0	-	

J'ai déterminé les signes de f '

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$ $\qquad$ $f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

x	$-\infty$		5/3		$+\infty$
f '(x)		+	0	-	
f(x)					

J'ai déterminé les signes de f '

Le théorème de la monotonie nous donne les sens de variations de f

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$ $\quad\quad$ $f'(x) = -6x + 10$

1°) Tableau de variation de f ?

x	$-\infty$		$5/3$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

J'ai déterminé les signes de f '

Le théorème de la monotonie nous donne les sens de variations de f

$f(x) = - 3x^2 + 10x – 4$

2°) Equation de la tangente à la courbe de f au point d’abscisse 1 :

Son équation est $y = mx + p$?

$f(x) = - 3x^2 + 10x – 4$

2°) Equation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 :

La tangente à la courbe d'une fonction ne peut être parallèle à l'axe y, donc son équation est $y = mx + p$

$m = ...$

$f(x) = - 3x^2 + 10x – 4$

2°) Equation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 :

La tangente à la courbe d'une fonction ne peut être parallèle à l'axe y, donc son équation est $y = mx + p$

m = coefficient directeur = …

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

2°) Equation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 :

La tangente à la courbe d'une fonction ne peut être parallèle à l'axe y, donc son équation est $y = mx + p$ (et non $x = k$)

m = coefficient directeur = f '(1)

$f'(x) = -6x + 10$ *voir question 1°*

$m = -6(1) + 10 = 4$

$f(x) = -\ 3x^2 + 10x - 4$

2°) son équation est $y = mx + p$ (car non // à l'axe y)

m = coeff. directeur $= f\,'(1) = -\ 6(1) + 10 = 4$

Un point appartient à une courbe

$\Leftrightarrow$ ses coordonnées vérifient l'équation de la courbe

Soit A le point d'abscisse 1

$y_A = f(x_A) = f(1) = -\ 3(1^2) + 10(1) - 4 = 3$

A(1 ; 3)

$y_A = m\,x_A + p \Leftrightarrow 3 = 4(1) + p \Leftrightarrow p = -\ 1$

Réponse : la tangente en 1 a pour équation $y = 4x - 1$

$f(x) = -\ 3x^2 + 10x - 4$

2°) Existe-t-il des tangentes à la courbe parallèles à la droite d'équation $2x + y + 4 = 0$?

La tangente est parallèle à la droite

$\Leftrightarrow$ …

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

2°) Existe-t-il des tangentes à la courbe parallèles à la droite d'équation
$2x + y + 4 = 0$?

La tangente est parallèle à la droite

$\Longleftrightarrow$ elles ont mêmes coeff. directeurs

$\Longleftrightarrow$ …

$f(x) = - 3x^2 + 10x - 4$

2°) Existe-t-il des tangentes à la courbe parallèles à la droite d'équation $2x + y + 4 = 0$?

La tangente est parallèle à la droite

$\Leftrightarrow$ elles ont mêmes coeff. directeurs

$\Leftrightarrow$ … = coeff. directeur de la droite

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

2°) Existe-t-il des tangentes à la courbe parallèles à la droite d'équation
$2x + y + 4 = 0$?

La tangente est parallèle à la droite

$\Longleftrightarrow$ elles ont mêmes coeff. directeurs

$\Longleftrightarrow$ $f'(x)$ = coeff. directeur de la droite

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

2°) Existe-t-il des tangentes à la courbe parallèles à la droite d'équation

$2x + y + 4 = 0 \Longleftrightarrow y = -2x - 4$

La tangente est parallèle à la droite

$\Longleftrightarrow$ elles ont mêmes coeff. directeurs

$\Longleftrightarrow$ $f'(x)$ = coeff. directeur de la droite

$\Longleftrightarrow -6x + 10 = -2 \Longleftrightarrow -6x = -12 \Longleftrightarrow x = 2$

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

2°) Existe-t-il des tangentes à la courbe parallèles à la droite d'équation

$2x + y + 4 = 0 \Longleftrightarrow y = -2x - 4$

La tangente est parallèle à la droite

$\Longleftrightarrow$ elles ont mêmes coeff. directeurs

$\Longleftrightarrow$ f '(x) = coeff. directeur de la droite

$\Longleftrightarrow -6x + 10 = -2 \Longleftrightarrow -6x = -12 \Longleftrightarrow x = 2$

Réponse : La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 est parallèle à la droite.

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

2°) Equation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 : *même méthode qu'en 1*

La tangente à la courbe d'une fonction ne peut être parallèle à l'axe y, donc son équation est $y = mx + p$

m = coefficient directeur = $f'(2)$

$f'(x) = -6x + 10$ *voir question 1°*

$m = -6(2) + 10 = -2$

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

2°) son équation est $y = mx + p$

m = coeff. directeur = $f'(2) = -6(2) + 10 = -2$

Un point appartient à une courbe

$\Leftrightarrow$ ses coordonnées vérifient l'équation de la courbe

Soit B le point d'abscisse 1

$y_B = f(x_B) = f(2) = -3(2^2) + 10(2) - 4 = 4$

B(2 ; 4)

$y_B = m\,x_B + p \Leftrightarrow 4 = -2(2) + p \Leftrightarrow p = 8$

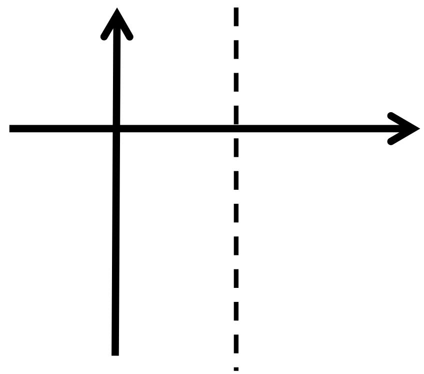
Réponse : la tangente en 2 a pour équation $y = -2x + 8$

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

3°) Déterminez sa courbe.

f(x) est un polynôme de degré 2 $ax^2 + bx + c$ donc sa courbe est une parabole. Elle est orientée vers le bas car $a = -3 < 0$

Elle est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 5/3$ puisqu'en 5/3 la fct change de sens de variation (voir question 1°)

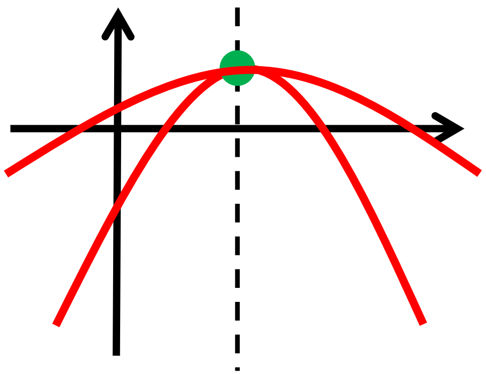


$f(x) = - 3x^2 + 10x - 4$

3°) Déterminez sa courbe.

f(x) est un polynôme de degré 2 $ax^2 + bx + c$ donc sa courbe est une parabole. Elle est orientée vers le bas car $a = -3 < 0$

Elle est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 5/3$ puisqu'en 5/3 la fct change de sens de variation (voir question 1°)



$f(5/3) = - 3(5/3)^2 + 10(5/3) - 4 = 13/3$

donc son sommet est en (5/3 ; 13/3).

$f(x) = - 3x^2 + 10x - 4$

3°) Déterminez sa courbe.

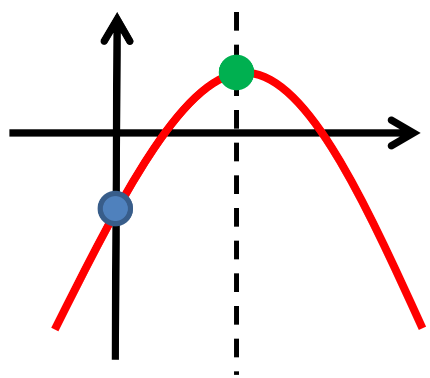
$f(x)$ est un polynôme de degré 2 $ax^2 + bx + c$ donc sa courbe est une parabole. Elle est orientée vers le bas car $a = -3 < 0$

Elle est symétrique par rapport

à la droite d'équation $x = 5/3$

puisqu'en 5/3 la fct change de

sens de variation (voir question 1°)



$f(5/3) = - 3(5/3)^2 + 10(5/3) - 4 = 13/3$

donc son sommet est en (5/3 ; 13/3).

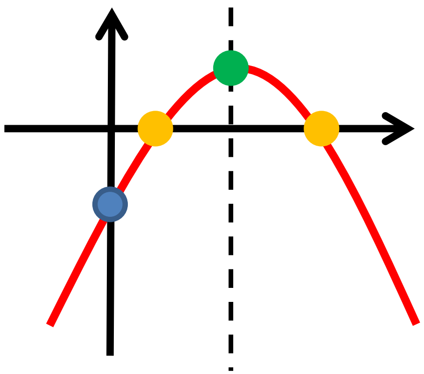
$f(0) = - 4$

$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$

3°) Déterminez sa courbe.

f(x) est un polynôme de degré 2 $ax^2 + bx + c$ donc sa courbe est une parabole. Elle est orientée vers le bas car $a = -3 < 0$

Elle est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 5/3$ puisqu'en 5/3 la fct change de sens de variation (voir question 1°)



$f(5/3) = -3(5/3)^2 + 10(5/3) - 4 = 13/3$

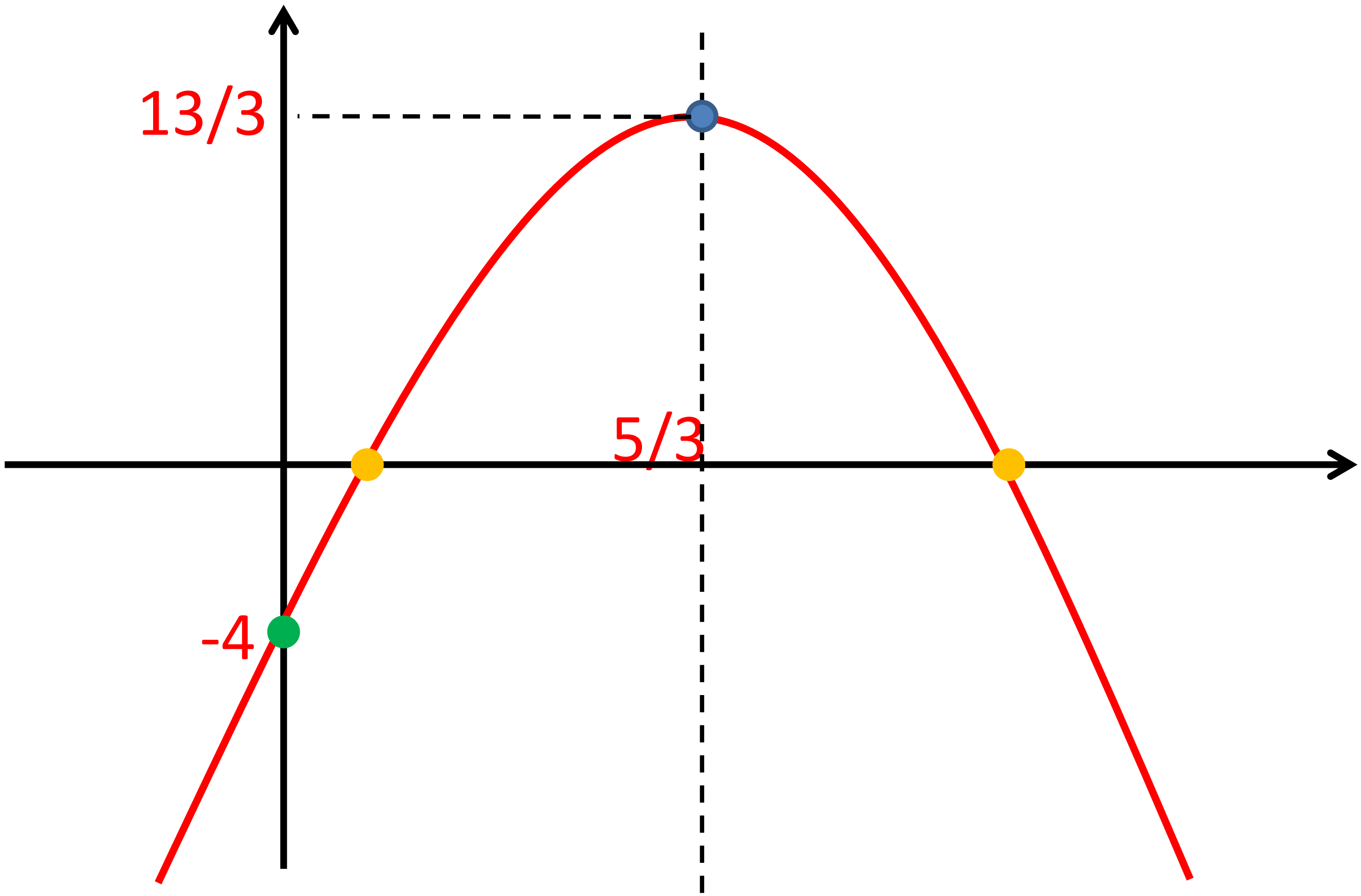
donc son sommet est en (5/3 ; 13/3).

$f(0) = -4$

On en déduit qu'il y a deux racines positives.

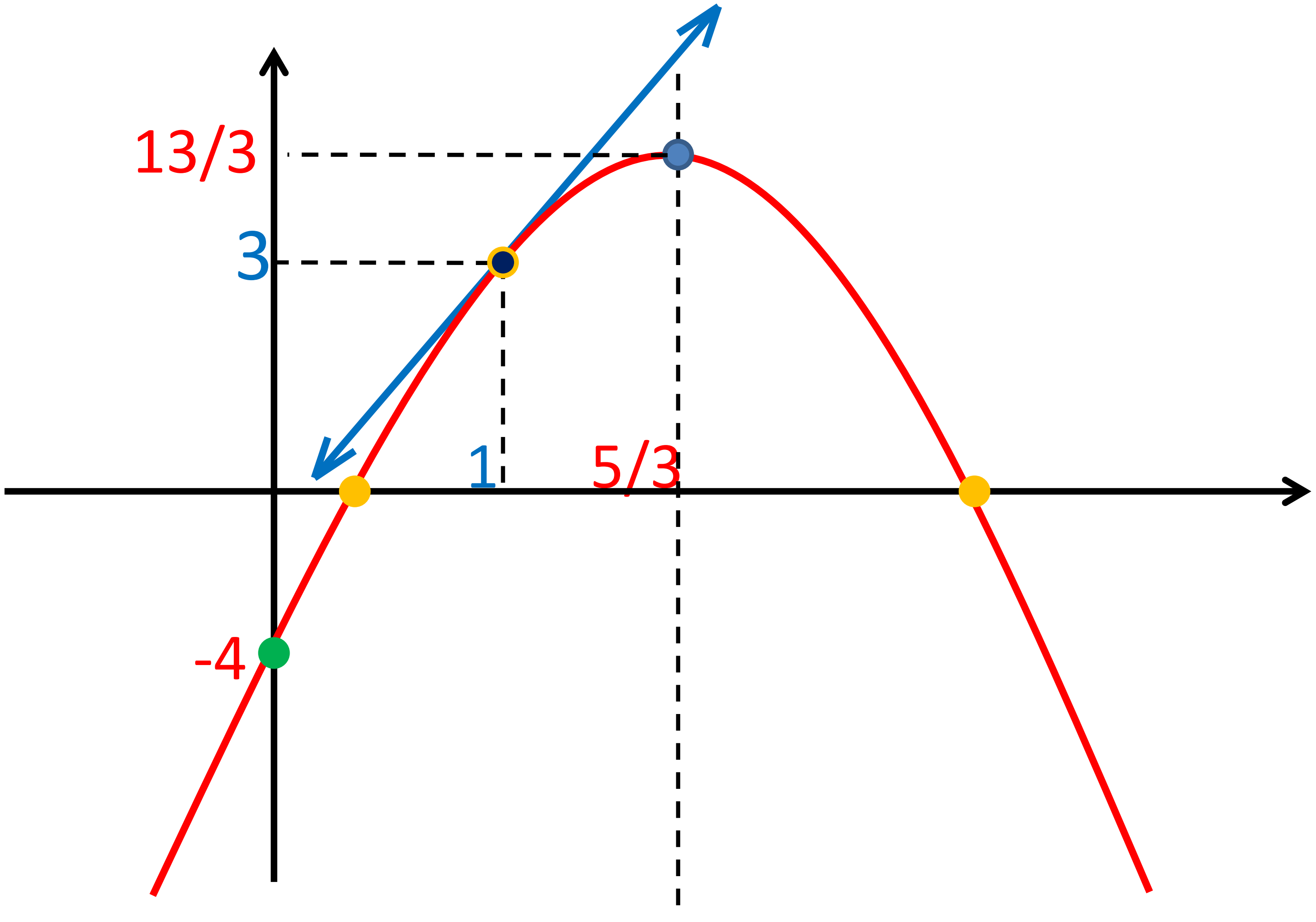
$$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$$

4°) Résumez l'exercice par un graphe.



$$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$$

4°) Résumez l'exercice par un graphe.



$$f(x) = -3x^2 + 10x - 4$$

4°) Résumez l'exercice par un graphe.