

IV Epreuve de Bernoulli

Définition : C'est une (et une seule, **non** répétée)
expérience aléatoire,
à 2 issues (Succès *de probabilité* p , et Echec),

IV Epreuve de Bernoulli

Définition :

C'est une (et une seule, **non** répétée)
expérience aléatoire,
à 2 issues (Succès *de probabilité* p , et Echec),
à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs
1 (Succès) et **0** (Echec).

 **X** est la variable aléatoire
donnant le **nombre de succès**

IV Epreuve de Bernoulli

Définition : C'est une (et une seule, non répétée)
expérience aléatoire,
à 2 issues (Succès de probabilité p , et Echec),
à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs
 1 (Succès) et 0 (Echec).

Cette variable aléatoire est appelée « Variable aléatoire de Bernoulli de paramètre p ».

IV Epreuve de Bernoulli

Définition : C'est une (et une seule, non répétée)
expérience aléatoire,
à 2 issues (Succès de probabilité p , et Echec),
à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs
 1 (Succès) et 0 (Echec).

Cette variable aléatoire est appelée « Variable aléatoire de Bernoulli de paramètre p ».

Loi de Bernoulli : c'est la loi de probabilité de la variable.

valeurs x_i	... ?			
$p (X = x_i)$	... ?			

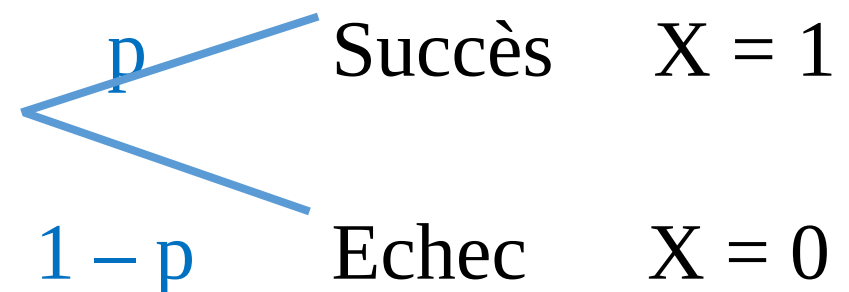
IV Epreuve de Bernoulli

Définition : C'est une (et une seule, non répétée)
expérience aléatoire,
à 2 issues (Succès de probabilité p , et Echec),
à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs
 1 (Succès) et 0 (Echec).

Cette variable aléatoire est appelée « Variable aléatoire de Bernoulli de paramètre p ».

Loi de Bernoulli : c'est la loi de probabilité de la variable.

valeurs x_i	0	1
$p (X = x_i)$	$1 - p$	p



IV Epreuve de Bernoulli

Définition : C'est une (et une seule, non répétée)
expérience aléatoire,

à 2 issues (Succès de probabilité p , et Echec),

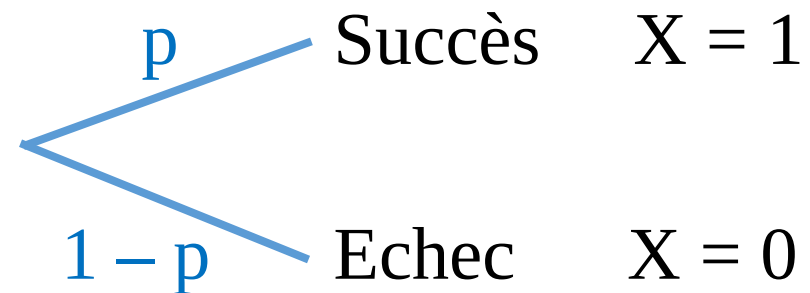
à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs

1 (Succès) et 0 (Echec).

Cette variable aléatoire est appelée « Variable aléatoire de Bernoulli de paramètre p ».

Loi de Bernoulli : c'est la loi de probabilité de la variable.

valeurs x_i	0	1
$p (X = x_i)$	$1 - p$	p



Espérance : $E(X) = \dots$

IV Epreuve de Bernoulli

Définition : C'est une (et une seule, non répétée)
expérience aléatoire,

à 2 issues (Succès de probabilité p , et Echec),

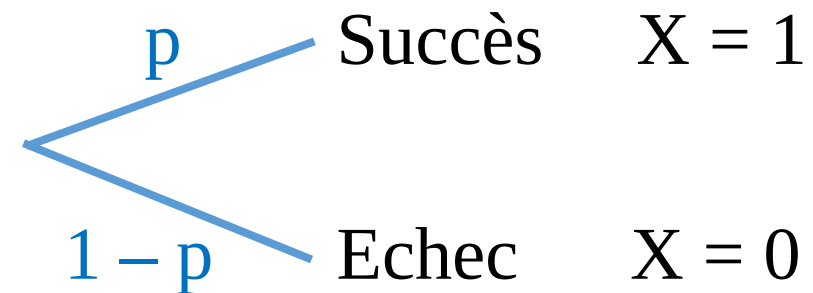
à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs

1 (Succès) et 0 (Echec).

Cette variable aléatoire est appelée « Variable aléatoire de Bernoulli de paramètre p ».

Loi de Bernoulli : c'est la loi de probabilité de la variable.

valeurs x_i	0	1
$p (X = x_i)$	$1 - p$	p



Espérance : $E(X) = \sum p_i x_i$

IV Epreuve de Bernoulli

Définition : C'est une (et une seule, non répétée)
expérience aléatoire,

à 2 issues (Succès de probabilité p , et Echec),

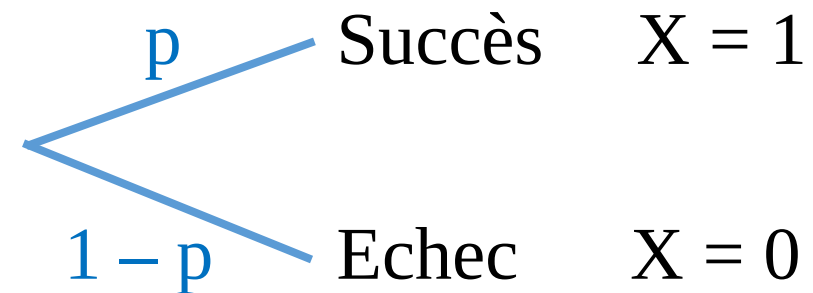
à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs

1 (Succès) et 0 (Echec).

Cette variable aléatoire est appelée « Variable aléatoire de Bernoulli de paramètre p ».

Loi de Bernoulli : c'est la loi de probabilité de la variable.

valeurs x_i	0	1
$p (X = x_i)$	$1 - p$	p



Espérance : $E(X) = \sum p_i x_i = (1 - p) (0) + p (1)$

IV Epreuve de Bernoulli

Définition : C'est une (et une seule, non répétée)
expérience aléatoire,

à 2 issues (Succès de probabilité p , et Echec),

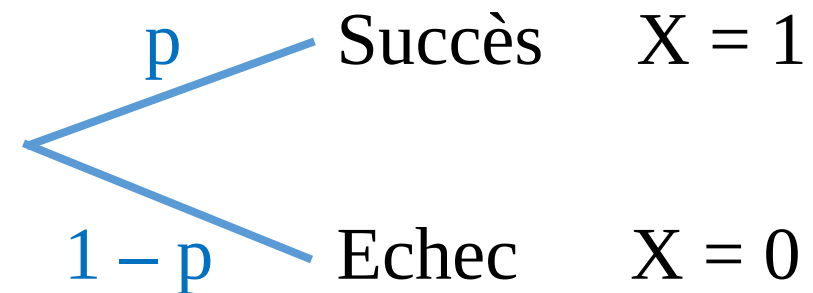
à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs

1 (Succès) et 0 (Echec).

Cette variable aléatoire est appelée « Variable aléatoire de Bernoulli de paramètre p ».

Loi de Bernoulli : c'est la loi de probabilité de la variable.

valeurs x_i	0	1
$p (X = x_i)$	$1 - p$	p



Espérance : $E(X) = \sum p_i x_i = (1 - p) (0) + p (1) = 0 + p = p$

Exemple :

Peut-on créer une loi de Bernoulli avec
un dé ?

Oui car ...

Exemple :

Peut-on créer une loi de Bernoulli avec un dé ?

Oui :

Soit la variable aléatoire définie par :

succès $X = 1$ si le nombre qui sort est le 5 ou le 6

échec $X = 0$ si le nombre qui sort est ≤ 4

Déterminez son espérance.

Déterminez l'**espérance** de cette variable aléatoire.

succès si le nombre qui sort est le 5 ou le 6

échec $X = 0$ si le nombre qui sort est ≤ 4

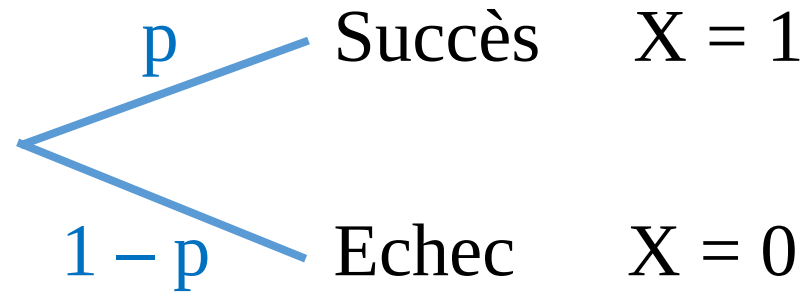
Loi de probabilité de la variable aléatoire :

valeurs x_i prises par X	0	1
$p (X = x_i)$	$4/6$	$2/6$

$$\text{Espérance : } E(X) = \sum p_i x_i = \frac{4}{6} 0 + \frac{2}{6} 1 = 1/3$$

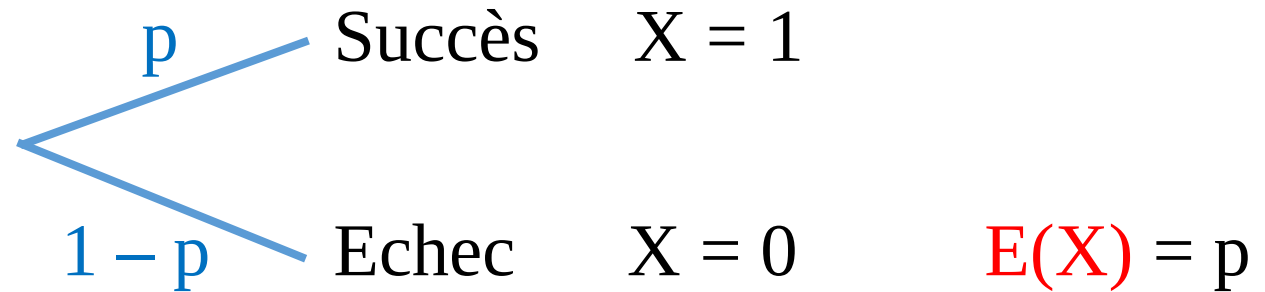
V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :



V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :



Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.

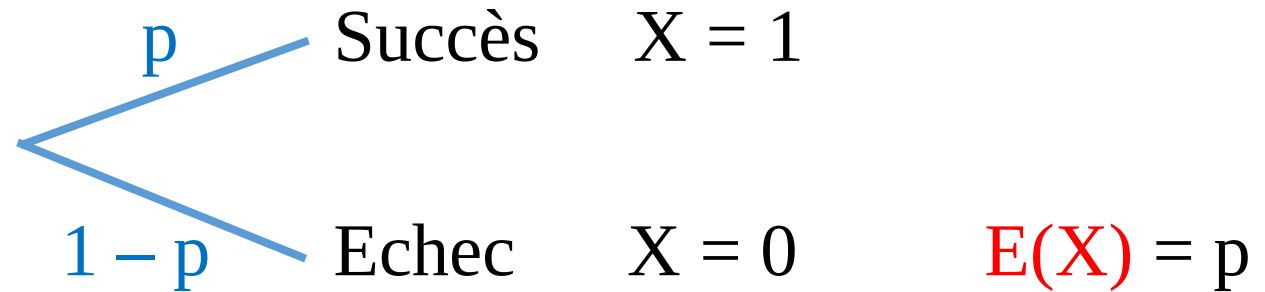
Tracez l'arbre de choix

et déterminez l'espérance

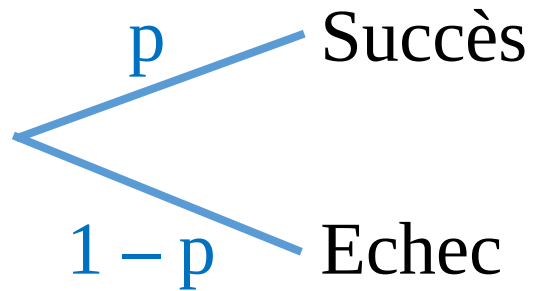
de la variable aléatoire X donnant le nombre de succès.

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :



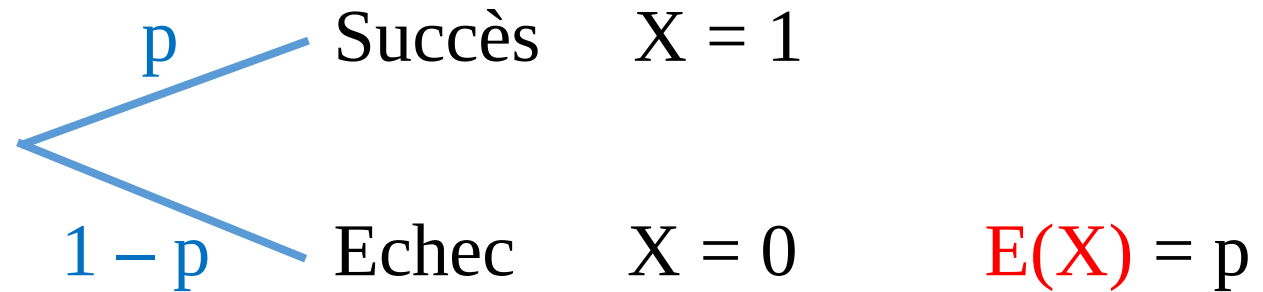
Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.



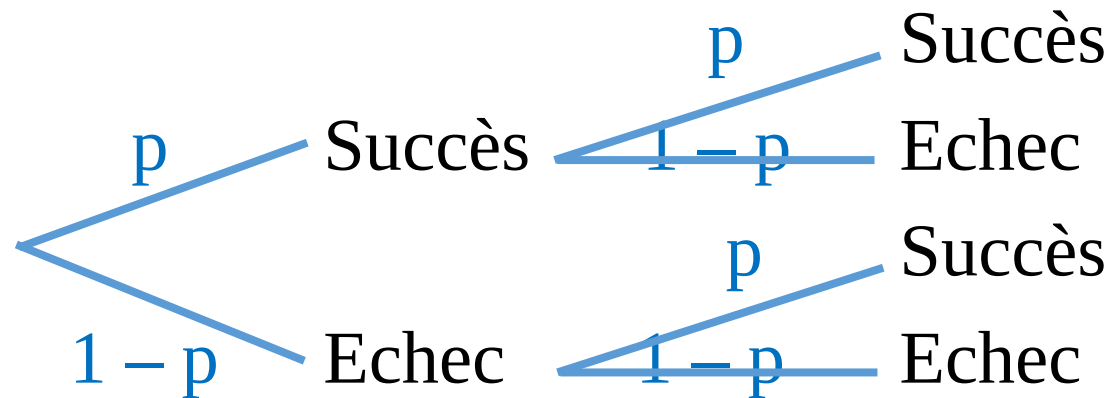
1^{ère} épreuve de Bernoulli

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :



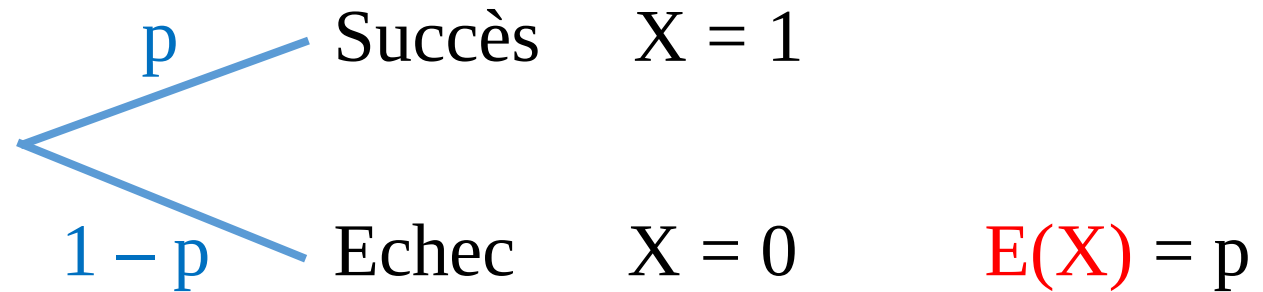
Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.



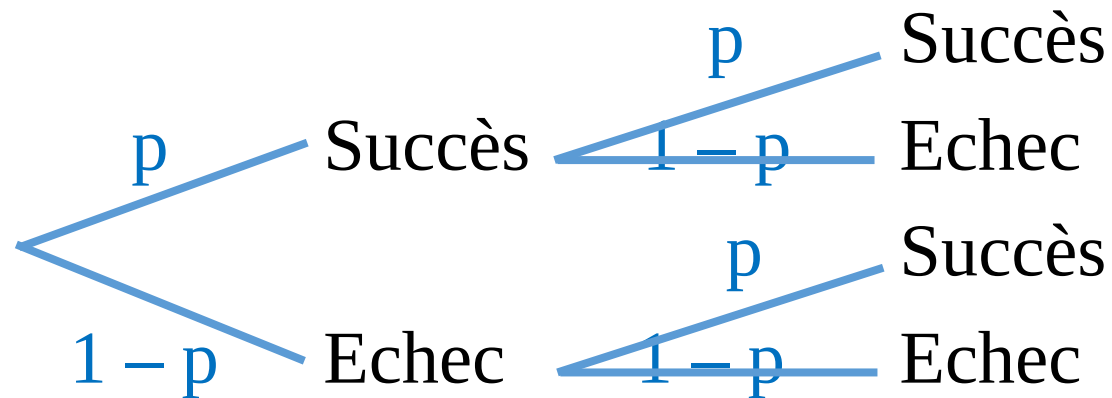
2^{ème} épreuve de Bernoulli

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :

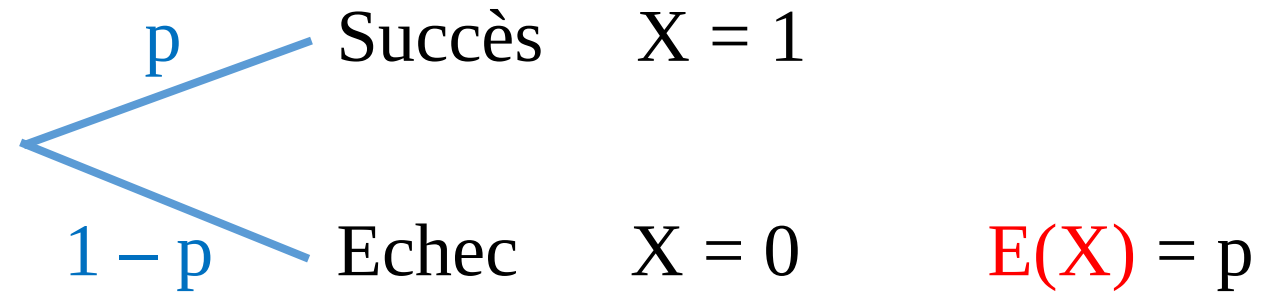


Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.

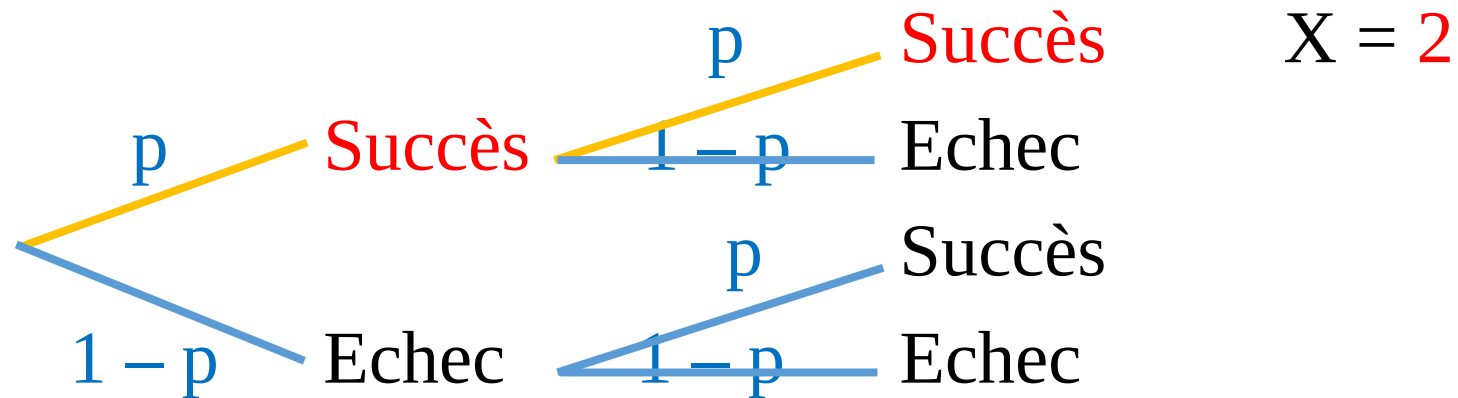


V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :

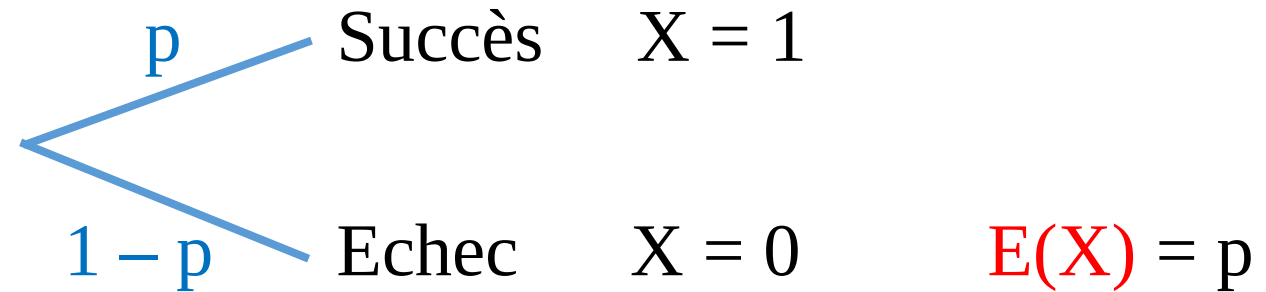


Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.

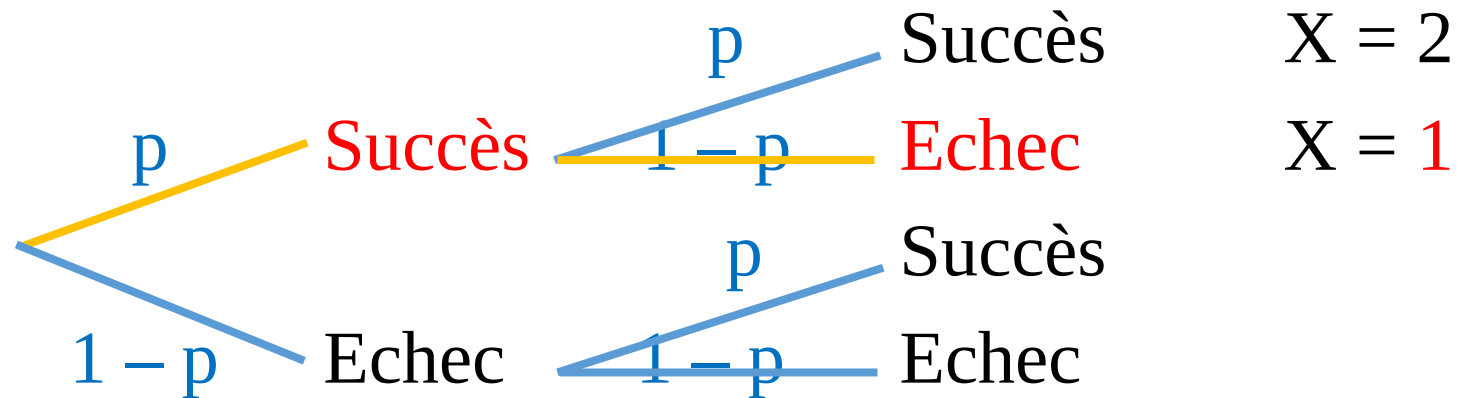


V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :

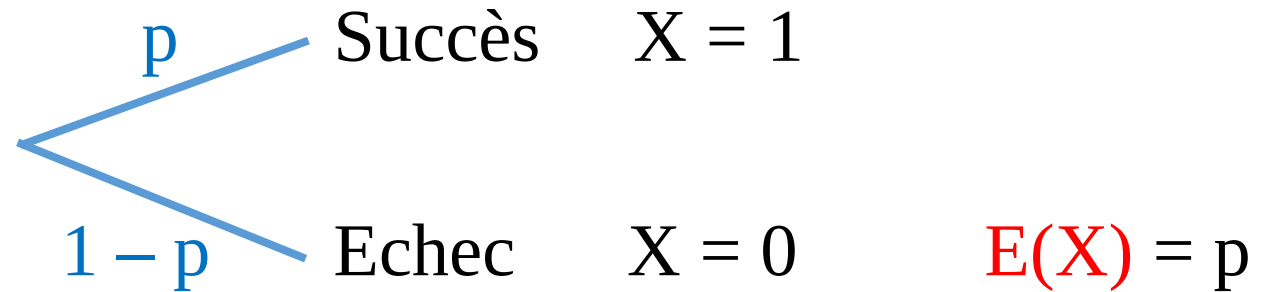


Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.

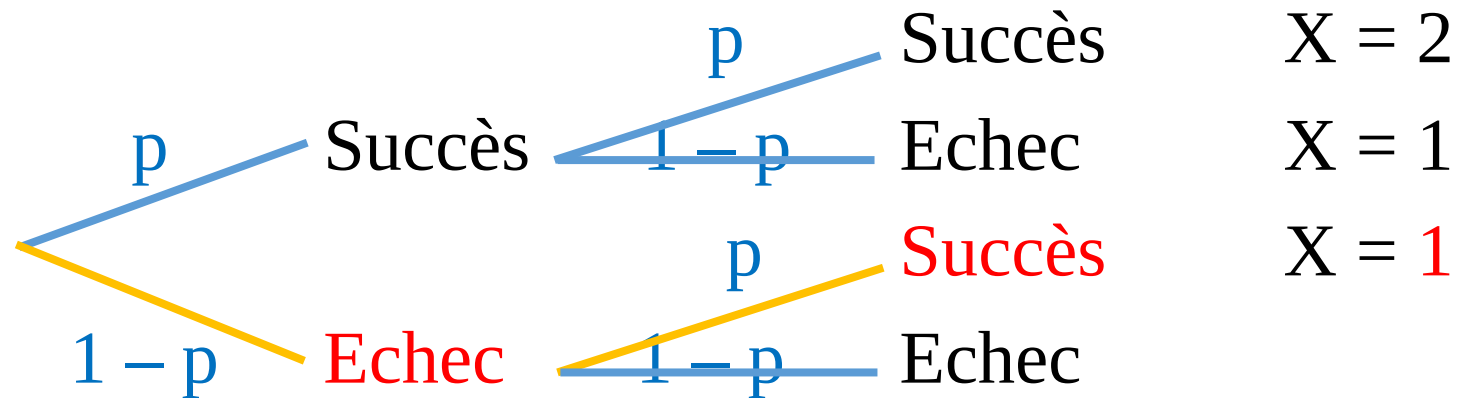


V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :

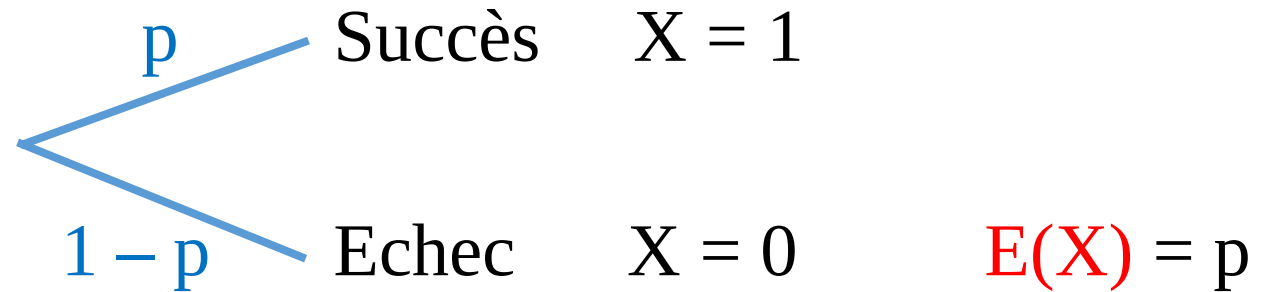


Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.

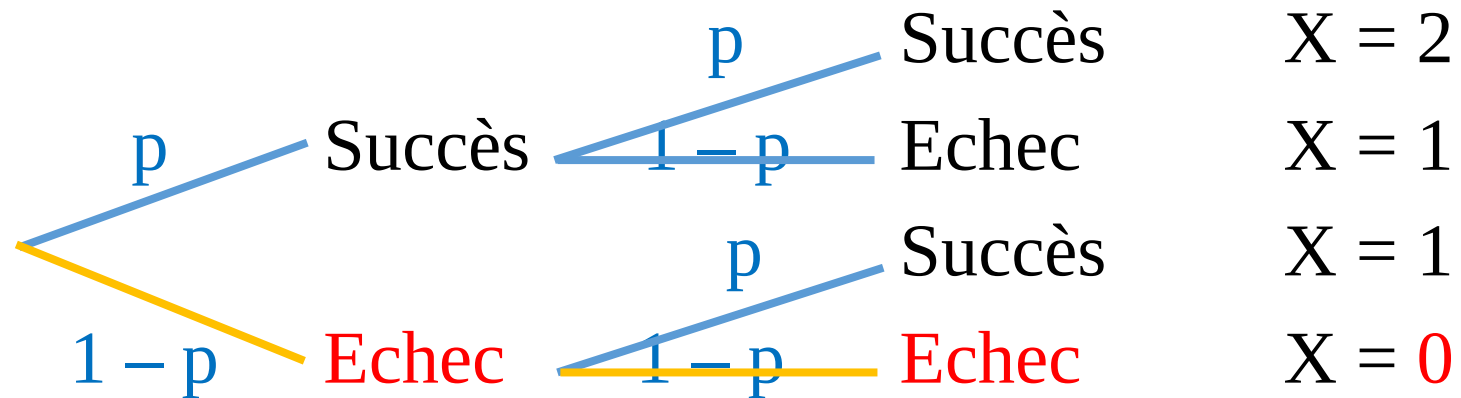


V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :

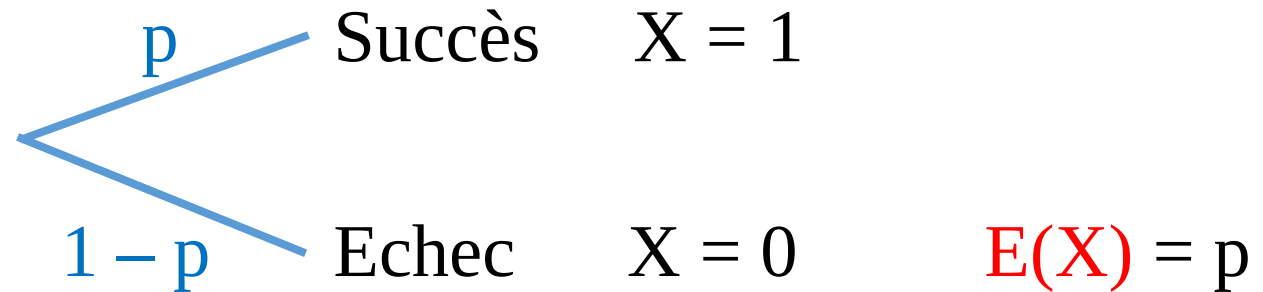


Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.

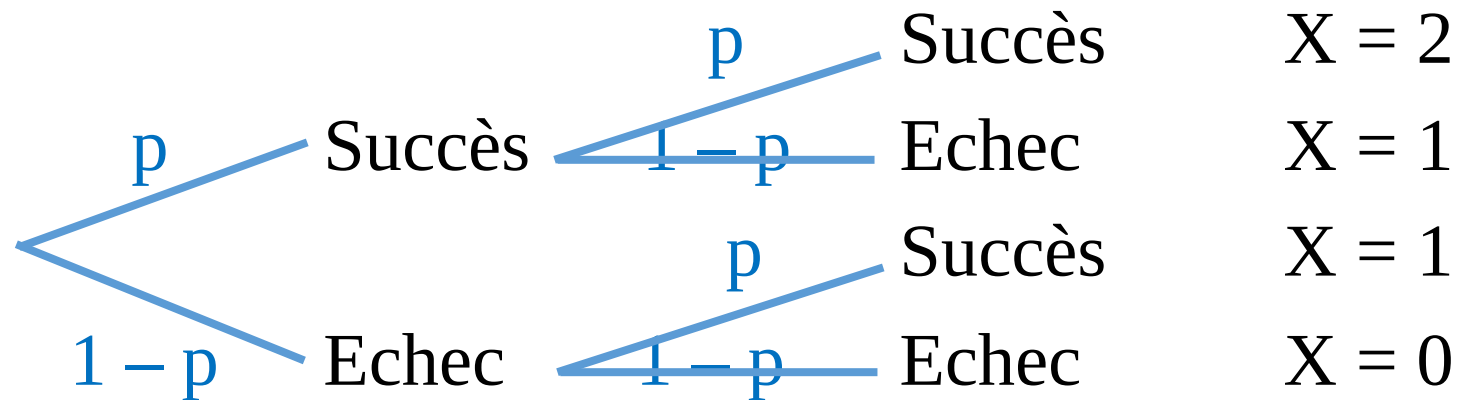


V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :



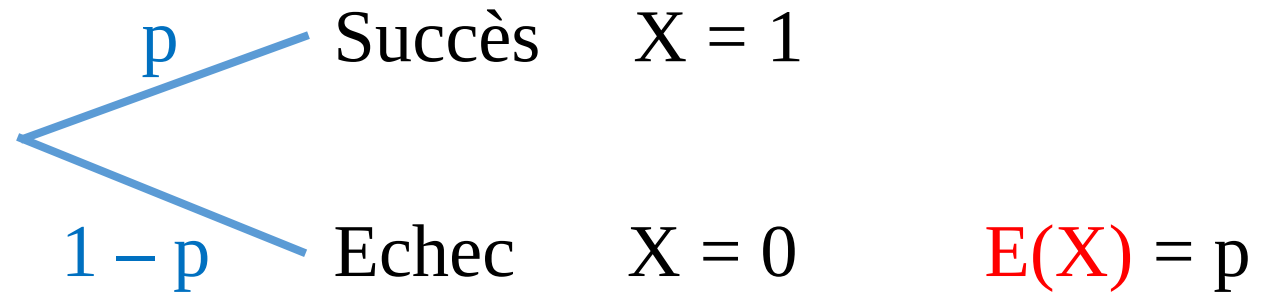
Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.



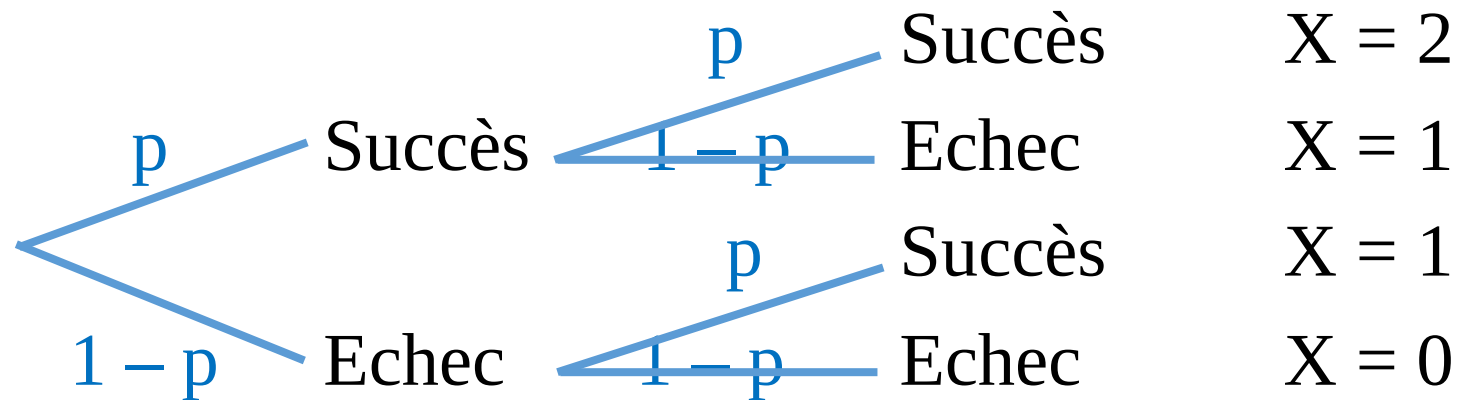
valeurs x_i	... ?	... ?			
$p (X = x_i)$					

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :



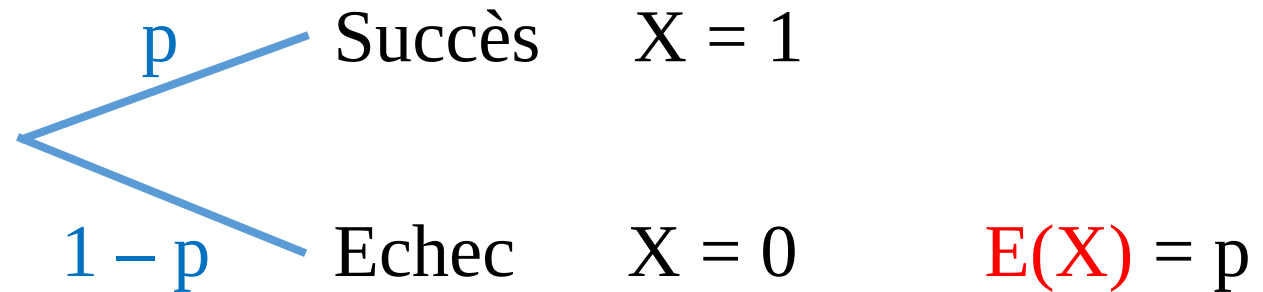
Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.



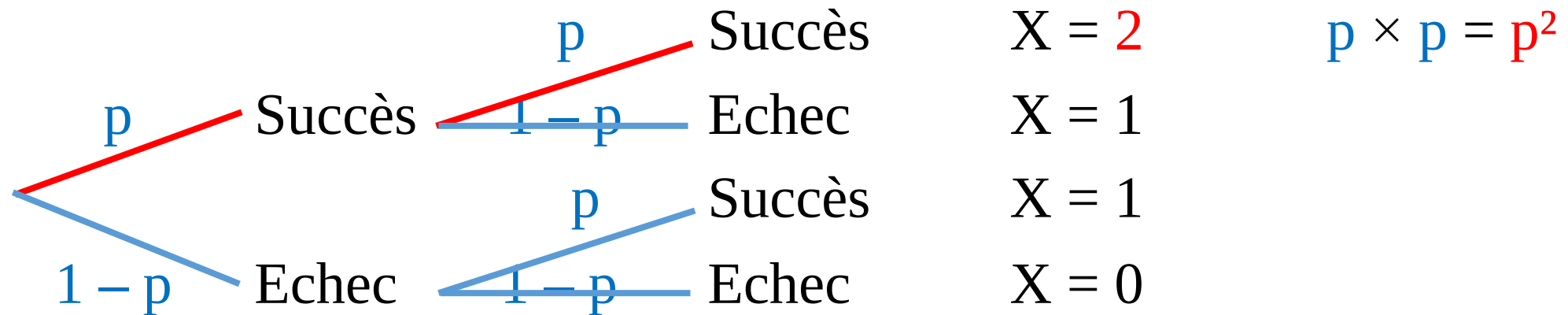
valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$			

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :



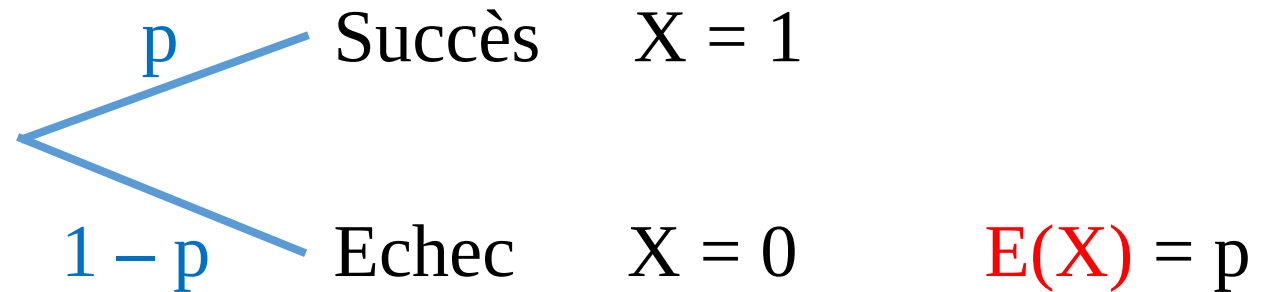
Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.



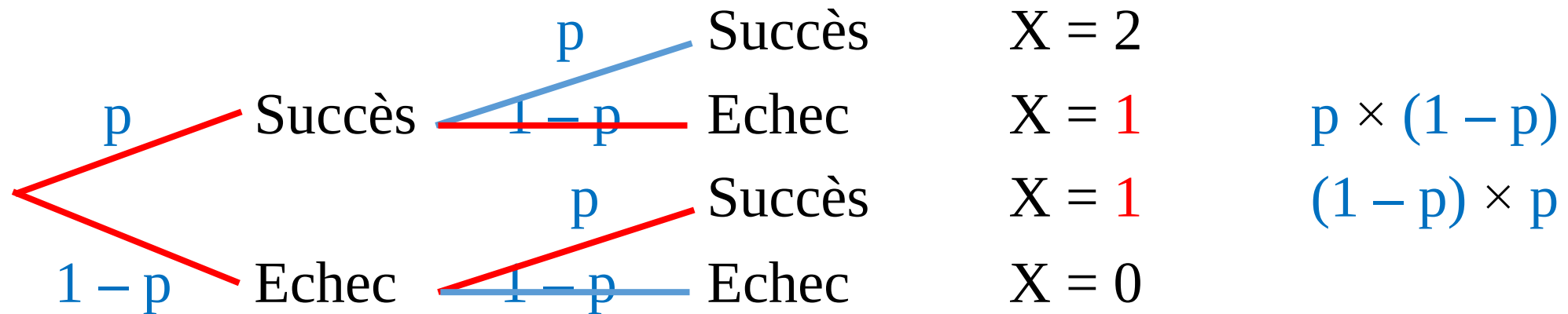
valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$			p^2

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :



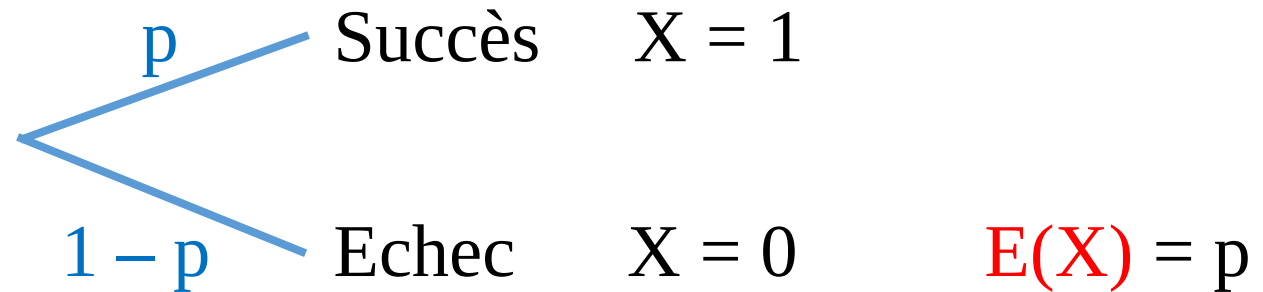
Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.



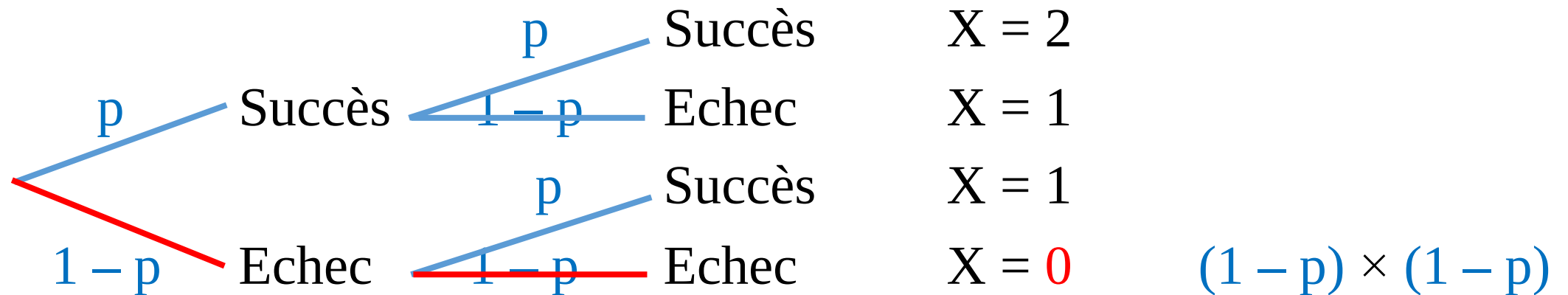
valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$		$2p(1 - p)$	p^2

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli :



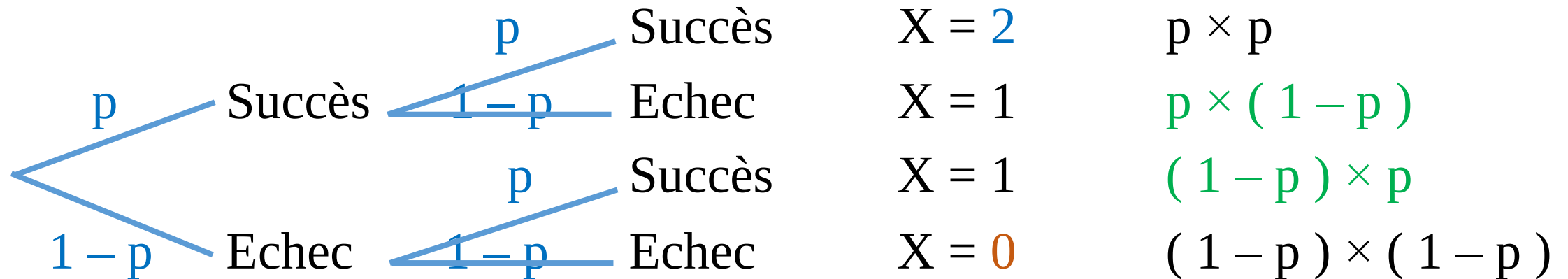
Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.



valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$	$(1 - p)^2$	$2p(1 - p)$	p^2

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.

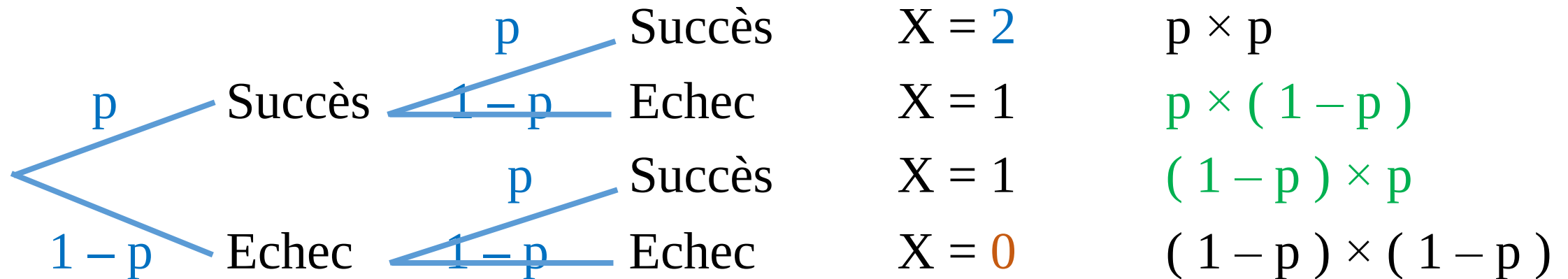


valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$	$(1-p)^2$	$2p(1-p)$	p^2

$$E(X) = \sum p_i x_i$$

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.

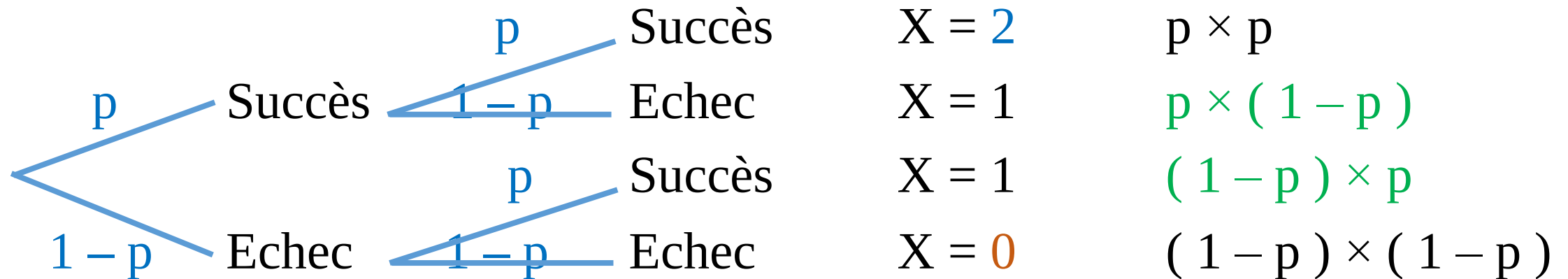


valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$	$(1-p)^2$	$2p(1-p)$	p^2

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum p_i x_i \\ &= (1-p)^2 (0) + 2p(1-p) (1) + p^2 (2) \end{aligned}$$

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.

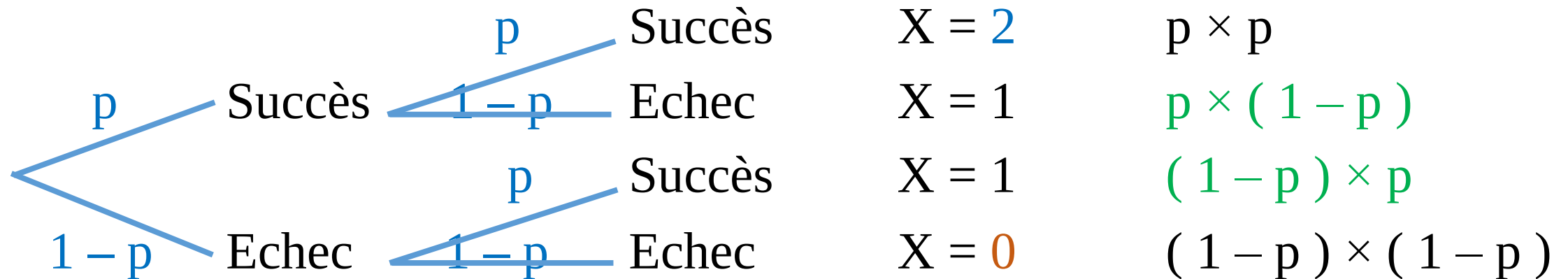


valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$	$(1-p)^2$	$2p(1-p)$	p^2

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \sum p_i x_i \\
 &= (1-p)^2 (0) + 2p(1-p) (1) + p^2 (2) \\
 &= 0 + 2p(1-p) + 2p^2
 \end{aligned}$$

V Répétitions d'une épreuve de Bernoulli

Par exemple on répète 2 fois cette épreuve de Bernoulli.



valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$	$(1-p)^2$	$2p(1-p)$	p^2

$$E(X) = \sum p_i x_i$$

$$= (1-p)^2 (0) + 2p(1-p) (1) + p^2 (2)$$

$$= 0 + 2p(1-p) + 2p^2 = 2p - 2p^2 + 2p^2 = 2p$$

Exercice 2 :

X est la variable aléatoire donnant le nombre de succès.

Les expériences suivantes sont-elles des épreuves de Bernoulli ?

Des répétitions d'une épreuve de Bernoulli ?

Déterminez leurs espérances.

1°) On lance un dé. On gagne si la face ne dépasse pas 1.

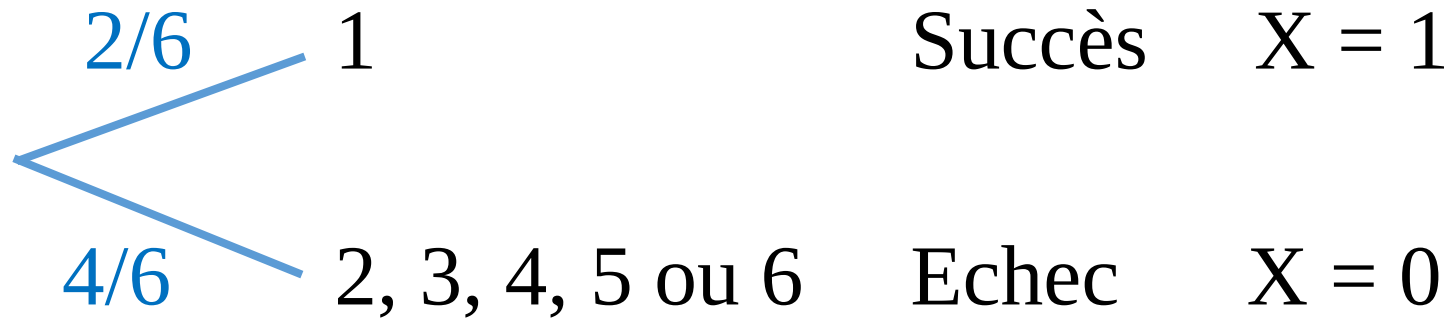
2°) On lance un dé. On gagne 2 € si la face est 6, on ne gagne rien si elle est de 4 ou 5, on perd 1 € sinon.

3°) On lance deux pièces de monnaie. On gagne à chaque pièce qui donne Pile.

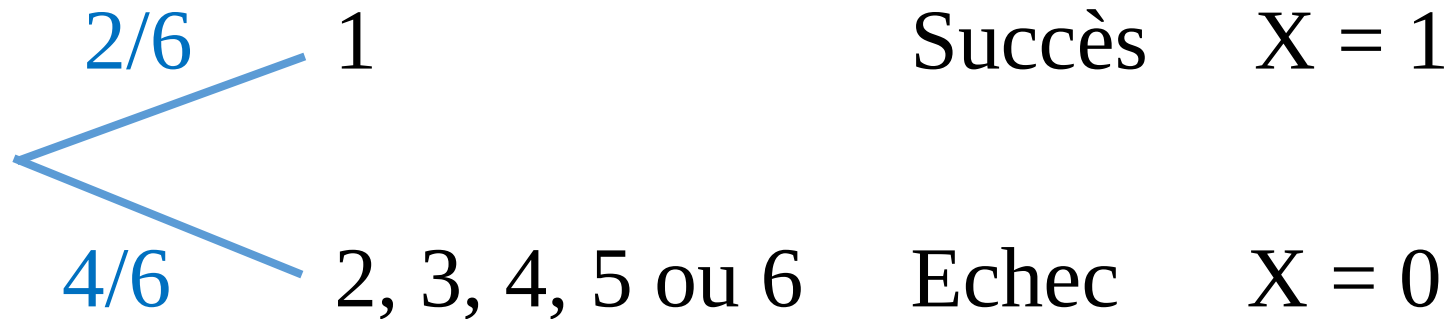
4°) On pioche en même temps deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On gagne à chaque carte qui est un 7, un 8 ou un 9.

1°) On lance un dé. On gagne si la face ne dépasse pas 1.

1°) On lance un dé. On gagne si la face ne dépasse pas 1.



1°) On lance un dé. On gagne si la face ne dépasse pas 1.



C'est une **épreuve de Bernoulli**

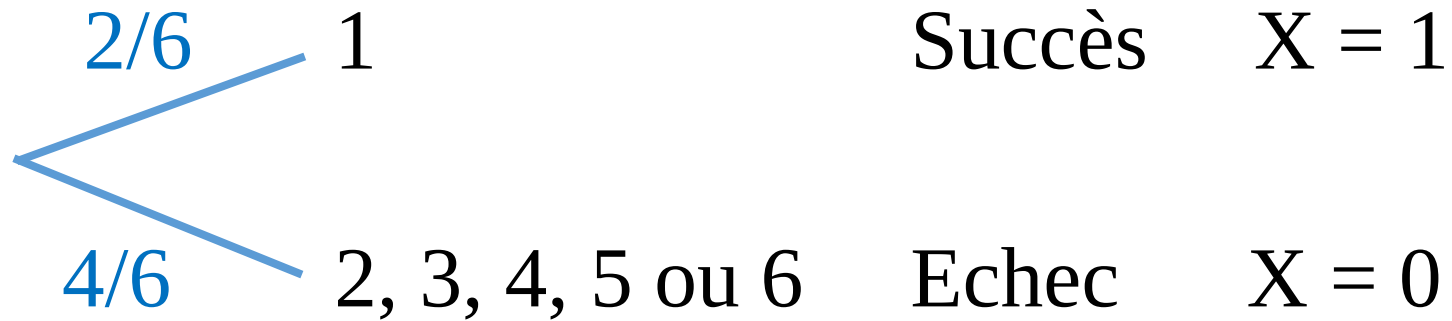
car :

une seule expérience aléatoire non répétée

n'ayant que **2 issues**

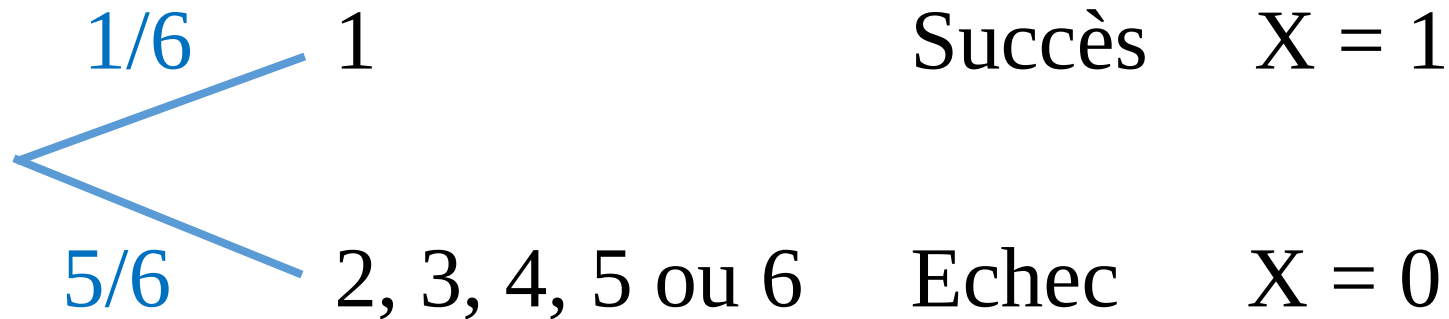
la variable aléatoire ne prenant que les valeurs **1** (succès) et **0** (échec).

1°) On lance un dé. On gagne si la face ne dépasse pas 1.



valeurs x_i	0	1
$p (X = x_i)$	5/6	1/6

1°) On lance un dé. On gagne si la face ne dépasse pas 1.



valeurs x_i	0	1
$p (X = x_i)$	5/6	1/6

$$E(X) = \sum p_i x_i = (5/6) (0) + (1/6) (1) = 0 + 1/6 = 1/6$$

2°) On lance un dé. On gagne 2 € si la face est 6, on ne gagne rien si elle est de 4 ou 5, on perd 1 € sinon.

X est la variable aléatoire donnant le nombre de succès (et non les €).



2°) On lance un dé. On gagne 2 € si la face est 6, on ne gagne rien si elle est de 4 ou 5, on perd 1 € sinon.

X est la variable aléatoire donnant le nombre de succès (et non les €).



C'est une **épreuve de Bernoulli**

car :

une seule expérience aléatoire non répétée

n'ayant que **2 issues**

la variable aléatoire ne prenant que les valeurs **1** (succès) et **0** (échec).

2°) On lance un dé. On gagne 2 € si la face est 6, on ne gagne rien si elle est de 4 ou 5, on perd 1 € sinon.

X est la variable aléatoire donnant le nombre de succès (et non les €).



valeurs x_i	0	1
$p (X = x_i)$	5/6	1/6

2°) On lance un dé. On gagne 2 € si la face est 6, on ne gagne rien si elle est de 4 ou 5, on perd 1 € sinon.

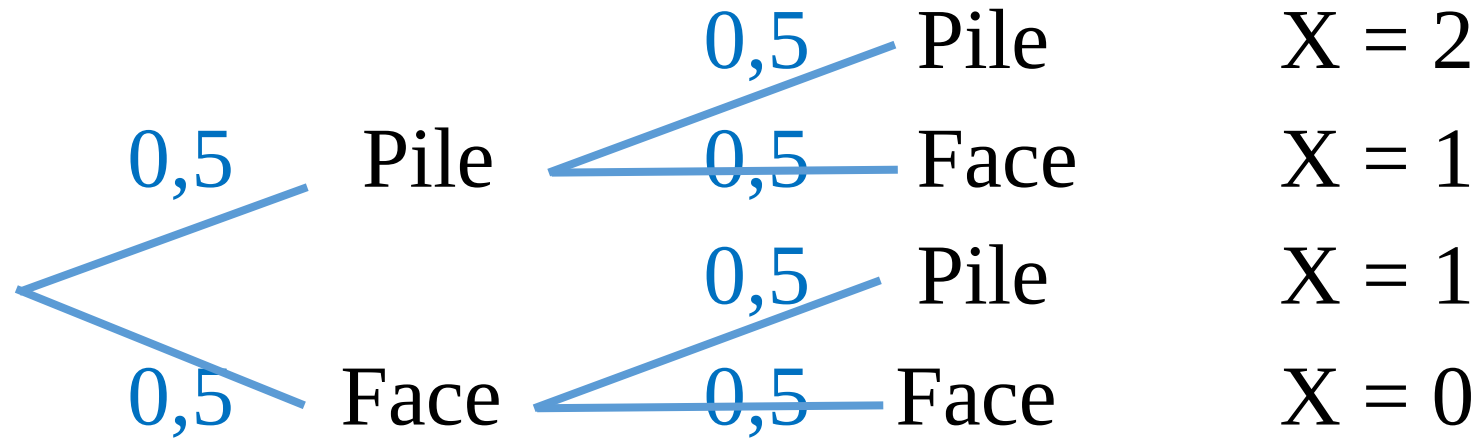
X est la variable aléatoire donnant le nombre de succès (et non les €).



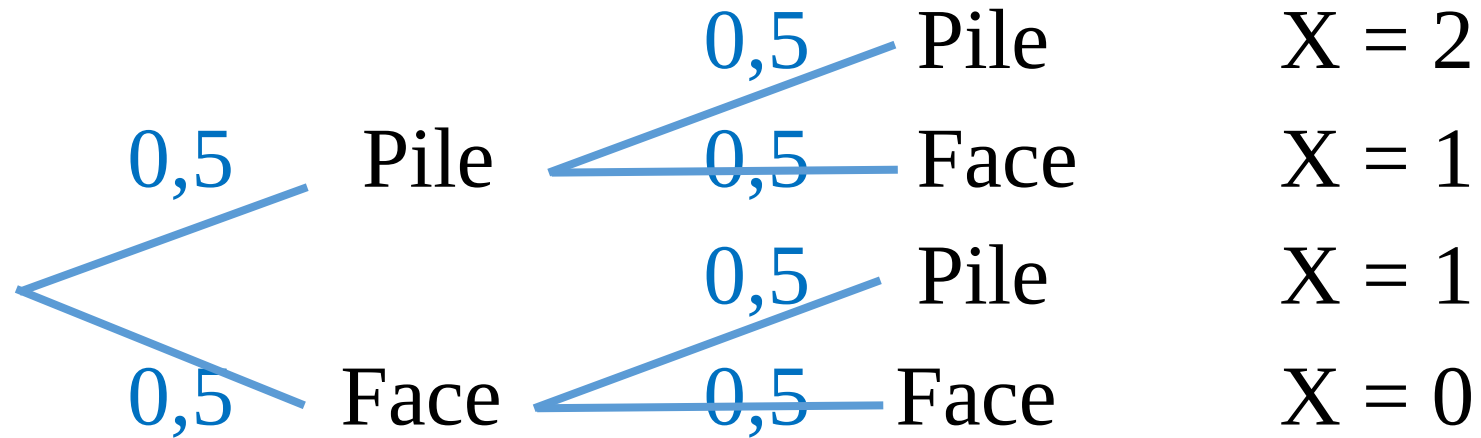
valeurs x_i	0	1
$p (X = x_i)$	5/6	1/6

$$E(X) = \sum p_i x_i = (7/6) (0) + (1/6) (1) = 1/6$$

3°) On lance deux pièces de monnaie. On gagne à chaque pièce qui donne Pile.



3°) On lance deux pièces de monnaie. On gagne à chaque pièce qui donne Pile.

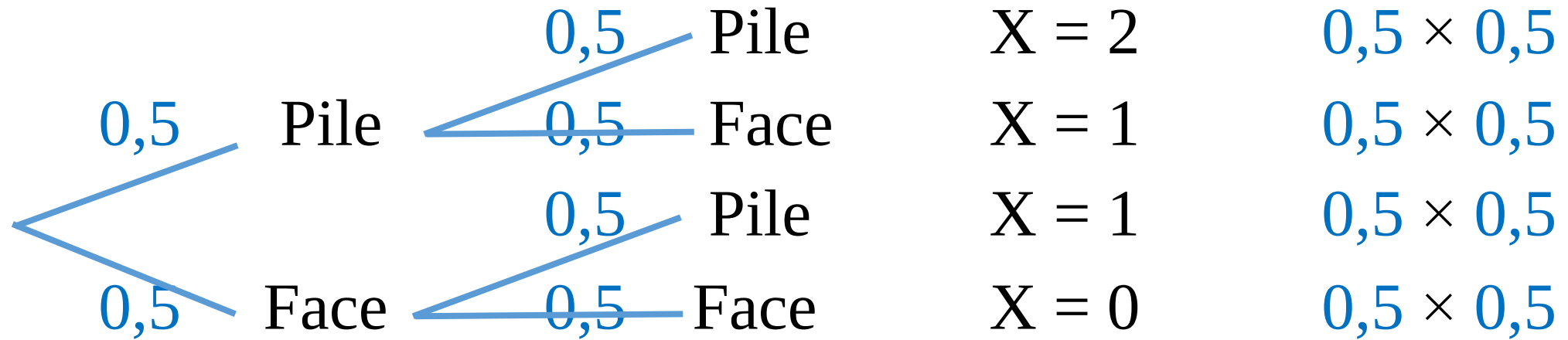


Chaque lancer de pièce est une **épreuve de Bernoulli**

(une seule expérience aléatoire non répétée n'ayant que **2 issues**,
X ne prend que les valeurs **1** et **0**), répétée,

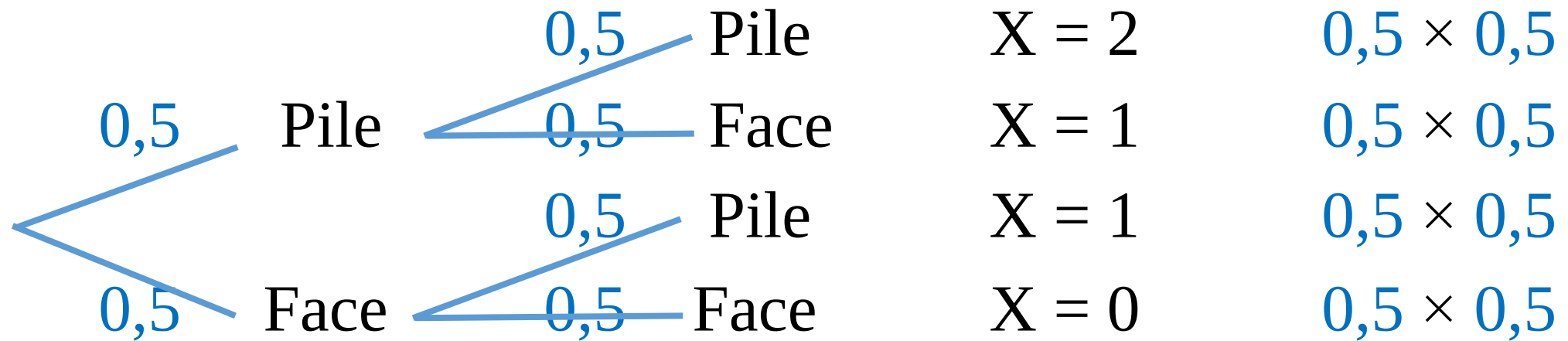
donc l'expérience est une **répétition d'une épreuve de Bernoulli**.

3°) On lance deux pièces de monnaie. On gagne à chaque pièce qui donne Pile.



valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

3°) On lance deux pièces de monnaie. On gagne à chaque pièce qui donne Pile.

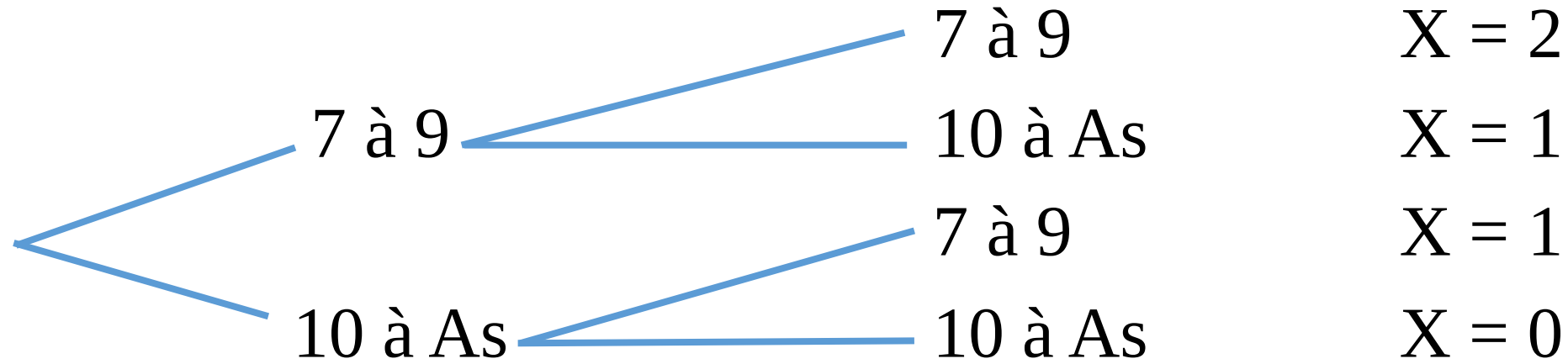


valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

$$E(X) = \sum p_i x_i = 0,25 (0) + 0,5 (1) + 0,25 (2)$$

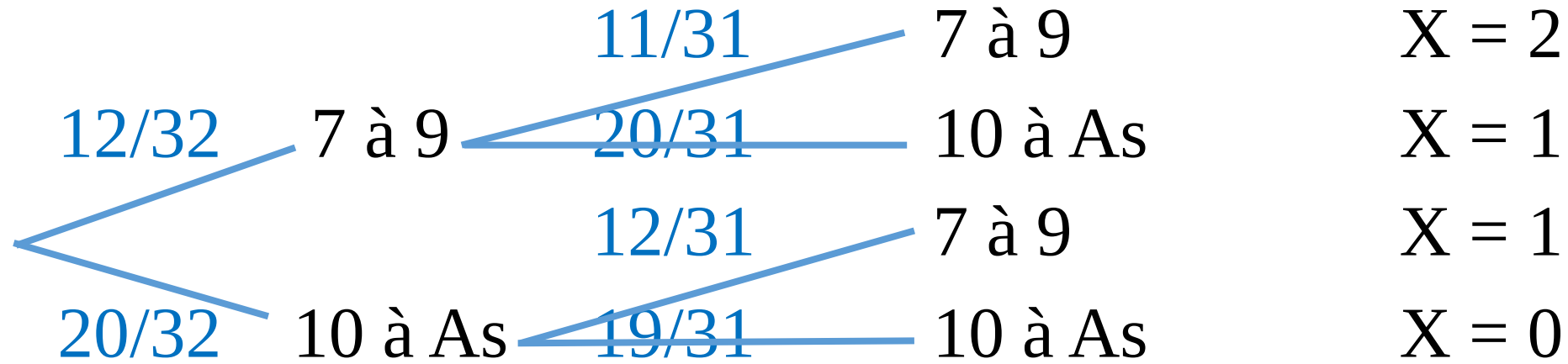
$$= 0 + 0,5 + 0,5 = 1$$

4°) On pioche en même temps deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On gagne à chaque carte qui est un 7, un 8 ou un 9.



On pioche *en même temps* deux cartes,
donc tirage *sans* remise.

4°) On pioche en même temps deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On gagne à chaque carte qui est un 7, un 8 ou un 9.

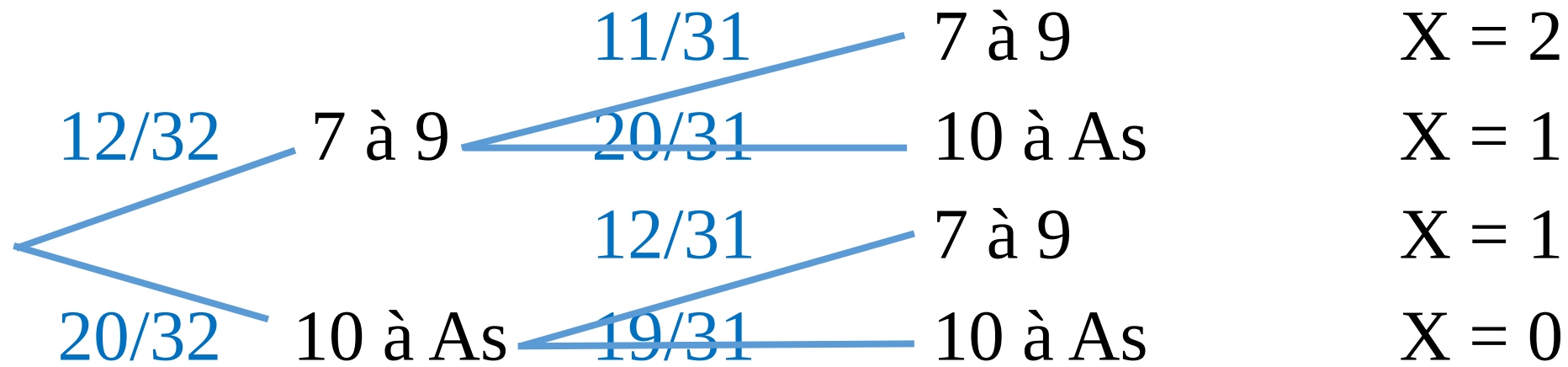


On pioche *en même temps* deux cartes,
donc tirage *sans* remise.

12 cartes 7 à 9 dans un paquet de 32 ➡ proba 12/32

La 2^{ème} carte dans un paquet de 31 ➡ proba 11/31

4°) On pioche en même temps deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On gagne à chaque carte qui est un 7, un 8 ou un 9.

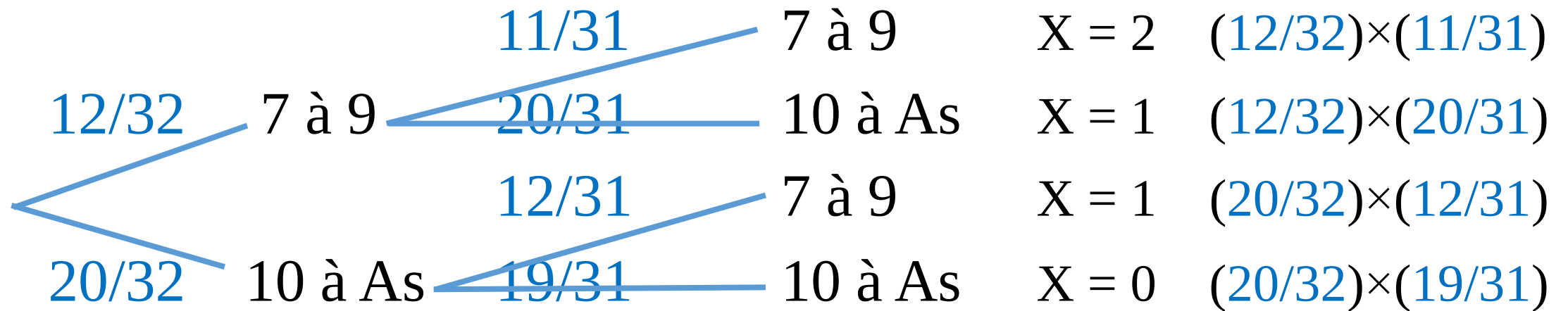


L'expérience n'est pas une répétition d'une même épreuve de Bernoulli

car c'est un tirage sans remise,

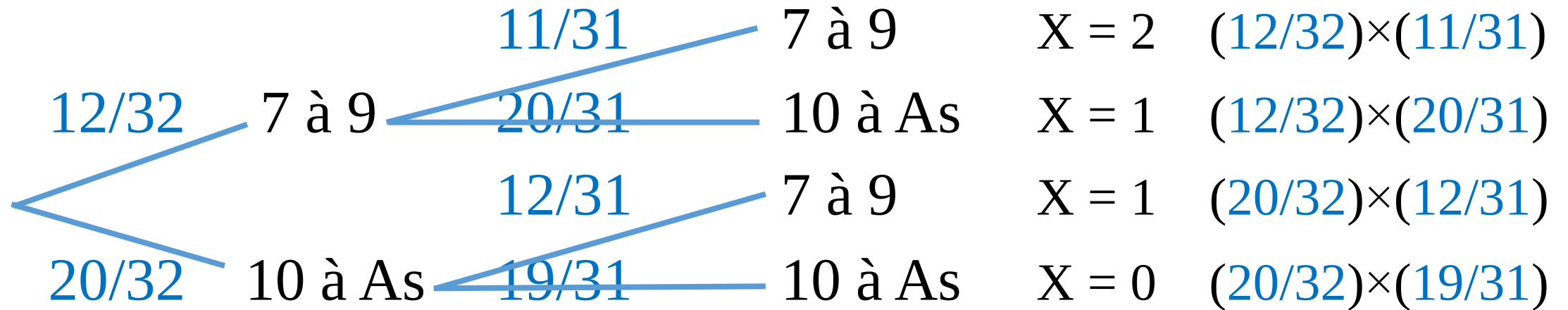
donc le 2^{ème} tirage n'est pas identique au 1^{er} tirage.

4°) On pioche en même temps deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On gagne à chaque carte qui est un 7, un 8 ou un 9.



valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$	95/248	120/248	33/248

4°) On pioche en même temps deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On gagne à chaque carte qui est un 7, un 8 ou un 9.



valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$	95/248	120/248	33/248

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \sum p_i x_i = (95/248) (0) + (120/248) (1) + (33/248) (2) \\
 &= 186/248 = 3/4 = 0,75
 \end{aligned}$$