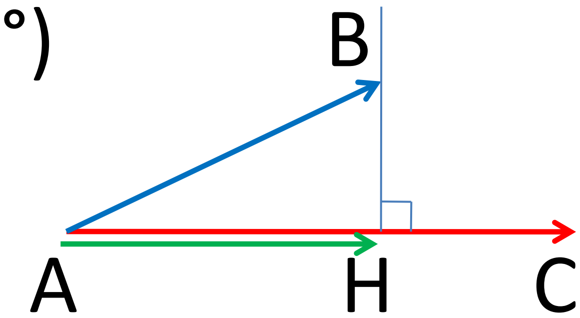
8°)

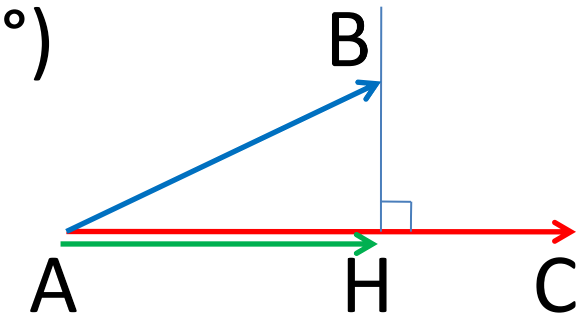



$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \times AC}$$

H est appelé le

« projeté orthogonal de B sur (AC) ».

8°)



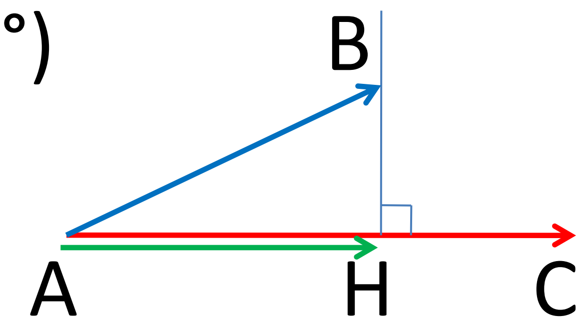

$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \times AC}$$

H est appelé le

« projeté orthogonal de B sur (AC) ».

La « formule du projeté » est-elle toujours vraie ?

8°)




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \, . \, \overrightarrow{AC} = AH \times AC}$$

H est appelé le

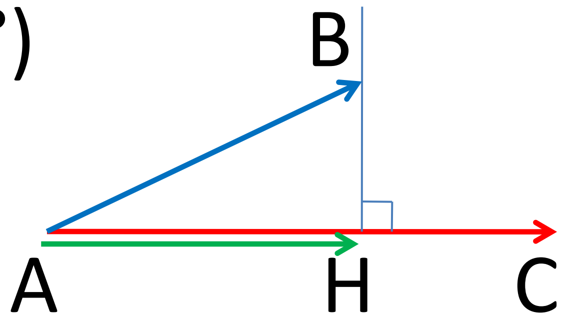
« projeté orthogonal de B sur (AC) ».

La « formule du projeté » est-elle toujours vraie ?

Non car on a trouvé dans un exemple $\vec{u} \, . \, \vec{v} = -\, 25$

alors que $\overrightarrow{AB} \, . \, \overrightarrow{AC} = AH \times AC \geq 0$

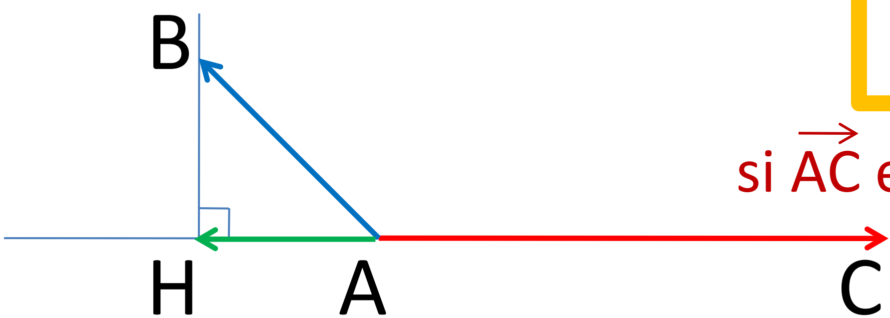
8°)




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \times AC}$$

H est appelé le

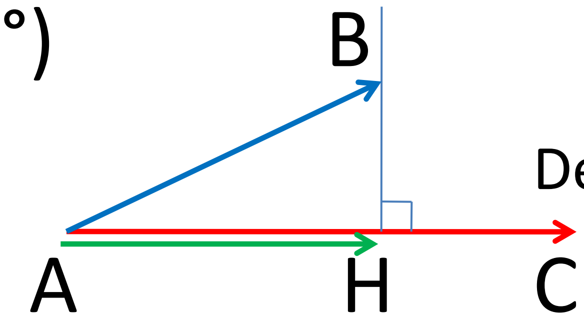
« projeté orthogonal de B sur (AC) ».




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\,AH \times AC}$$

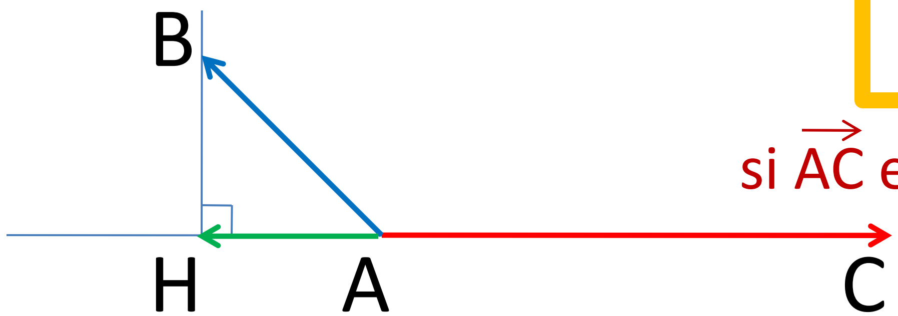
si $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de sens opposés.

8°)




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \times AC}$$

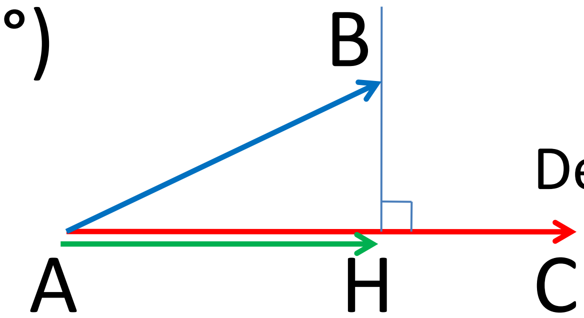
Démonstration : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC}$$

si $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de sens opposés.

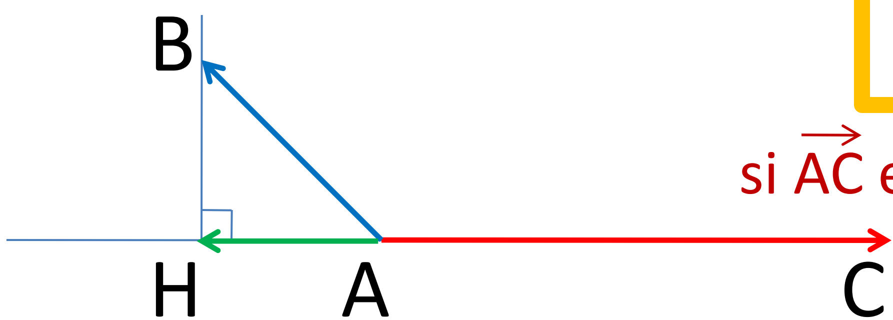
8°)




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \times AC}$$

Démonstration : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}) \cdot \overrightarrow{AC}$

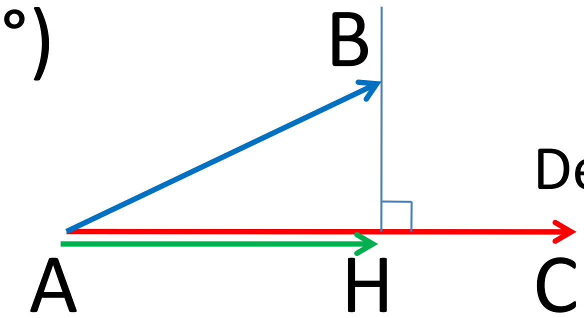
$= \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{HB}.\overrightarrow{AC} = AH \times AC \times \cos 0 + 0$




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC}$$

si $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de sens opposés

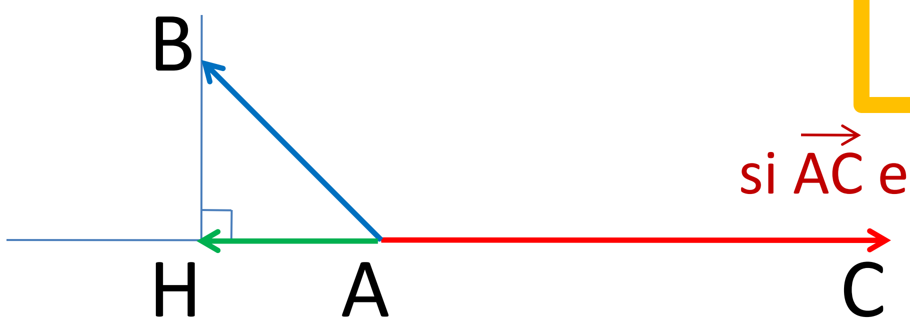
8°)




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \times AC}$$

Démonstration : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}) \cdot \overrightarrow{AC}$

$= \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{AC} = AH \times AC \times \cos 0 + 0$



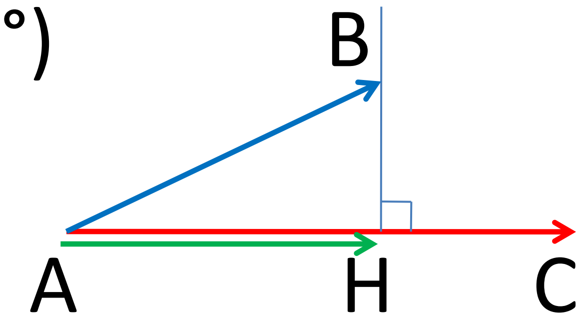

$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\,AH \times AC}$$

si $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de sens opposés

Démonstration : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}) \cdot \overrightarrow{AC}$

$= \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \times AC \times \cos \pi + 0$

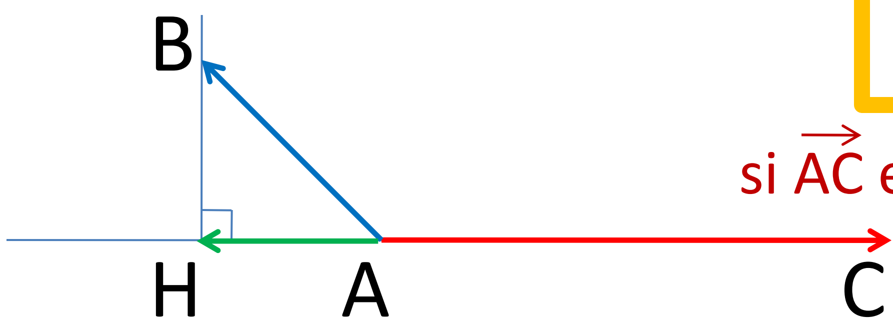
8°)




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \times AC}$$

H est appelé le

« projeté orthogonal de B sur (AC) ».



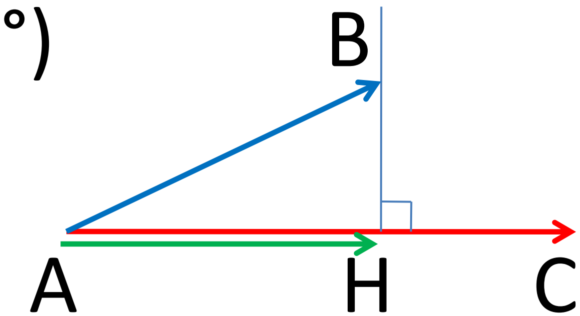

$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\ AH \times AC}$$

si $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de sens opposés

Cas de 2 vecteurs orthogonaux : obtient-on bien

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ ?

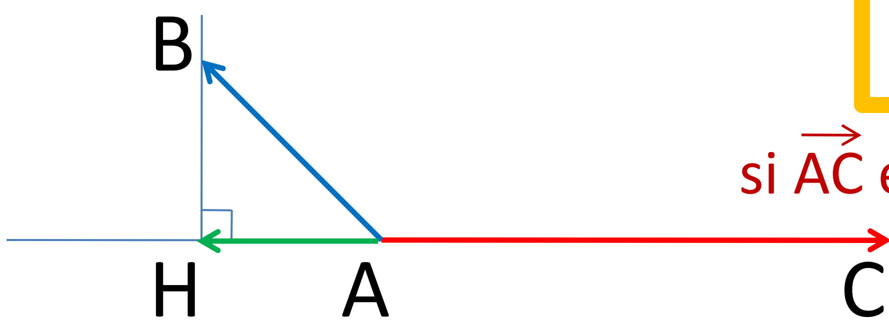
8°)




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \times AC}$$

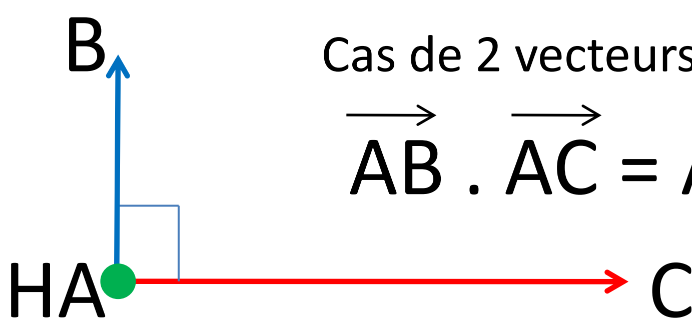
H est appelé le

« projeté orthogonal de B sur (AC) ».




$$\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC}$$

si $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de sens opposés




Cas de 2 vecteurs orthogonaux : on obtient bien

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \times AC = 0 \times AC = 0$$

B a été projeté en A

donc AH = 0

9°)

Si $\vec{u}\,(x\,;\,y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;\,y')$

dans un repère orthonormé,

alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

9°)

Si $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$

dans un repère orthonormé,

alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Remarque :

Y a-t-il un rapport entre $\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'$

et $||\vec{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ?

$\vec{u}.\vec{v} = x\,x' + y\,y'$

donc si $\vec{u} = \vec{v}$

on obtient $\vec{u}.\vec{u} = xx + yy = x^2 + y^2$

$\vec{u}.\vec{v} = x\,x' + y\,y'$

donc si $\vec{u} = \vec{v}$

on obtient $\vec{u}.\vec{u} = xx + yy = x^2 + y^2$

donc $\vec{u}^2 = ||\vec{u}||^2 = x^2 + y^2$

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$$

donc si $\vec{u} = \vec{v}$

on obtient $\vec{u}.\vec{u} = xx + yy = x^2 + y^2$

donc $\vec{u}^2 = ||\vec{u}||^2 = x^2 + y^2$

donc $||\vec{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

9°) Si $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$ dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}\,(x\,;y)$ dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ signifie

9°) Si $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$ dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}\,(x\,;y)$ dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ signifie $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

9°) Si $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$ dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}\,(x\,;y)$ dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ signifie $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (x\,\vec{i} + y\,\vec{j})\cdot(x'\,\vec{i} + y'\,\vec{j})$

$=$

9°) Si $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$ dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}\,(x\,;y)$ dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ signifie $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (x\,\vec{i} + y\,\vec{j})\cdot(x'\,\vec{i} + y'\,\vec{j})$

$= (x\,\vec{i}).(x'\,\vec{i}) + (x\,\vec{i}).(y'\,\vec{j}) + (y\,\vec{j}).(x'\,\vec{i}) + (y\,\vec{j}).(y'\,\vec{j})$

9°) Si $\vec{u}\,(x\,;\,y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;\,y')$ dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}\,(x\,;\,y)$ dans le repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$ signifie $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (x\,\vec{i} + y\,\vec{j})\cdot(x'\,\vec{i} + y'\,\vec{j})$

$= (x\,\vec{i}).(x'\,\vec{i}) + (x\,\vec{i}).(y'\,\vec{j}) + (y\,\vec{j}).(x'\,\vec{i}) + (y\,\vec{j}).(y'\,\vec{j})$

$= xx'\,(\vec{i}\cdot\vec{i}) + xy'(\vec{i}\cdot\vec{j}) + yx'(\vec{j}\cdot\vec{i}) + yy'(\vec{j}\cdot\vec{j})$

9°) Si $\vec{u}$ ( x ; y ) et $\vec{v}$ ( x' ; y' ) dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}$ ( x ; y ) dans le repère ( O ; $\vec{i}$ ; $\vec{j}$ ) signifie $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = ( x\,\vec{i} + y\,\vec{j} ) \cdot ( x'\,\vec{i} + y'\,\vec{j} )$

$= ( x\,\vec{i} ).( x'\,\vec{i} )+( x\,\vec{i} ).( y'\,\vec{j} ) + ( y\,\vec{j} ).( x'\,\vec{i} ) + ( y\,\vec{j} ).( y'\,\vec{j} )$

$= xx' (\vec{i} \cdot \vec{i}) + xy'(\vec{i} \cdot \vec{j}) + yx'(\vec{j} \cdot \vec{i}) + yy'(\vec{j} \cdot \vec{j})$

$= xx' \,||\vec{i}||^2 + xy' (\vec{i} \cdot \vec{j}) + yx'(\vec{j} \cdot \vec{i}) + yy' \,||\vec{j}||^2$

9°) Si $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$ dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}\,(x\,;y)$ dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ signifie $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (x\,\vec{i} + y\,\vec{j})\cdot(x'\,\vec{i} + y'\,\vec{j})$

$= (x\,\vec{i}).(x'\,\vec{i})+(x\,\vec{i}).(y'\,\vec{j}) + (y\,\vec{j}).(x'\,\vec{i}) + (y\,\vec{j}).(y'\,\vec{j})$

$= xx'\,(\vec{i}\cdot\vec{i}) + xy'(\vec{i}\cdot\vec{j}) + yx'(\vec{j}\cdot\vec{i}) + yy'(\vec{j}\cdot\vec{j})$

$= xx'\,||\vec{i}||^2 + xy'\,(\vec{i}\cdot\vec{j}) + yx'(\vec{j}\cdot\vec{i}) + yy'\,||\vec{j}||^2$

Le repère est orthonormé, donc orthogonal, donc $\vec{i}\cdot\vec{j} = \vec{j}\cdot\vec{i} = 0$

9°) Si $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$ dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}\,(x\,;y)$ dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ signifie $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (x\,\vec{i} + y\,\vec{j})\cdot(x'\,\vec{i} + y'\,\vec{j})$

$= (x\,\vec{i}).(x'\,\vec{i}) + (x\,\vec{i}).(y'\,\vec{j}) + (y\,\vec{j}).(x'\,\vec{i}) + (y\,\vec{j}).(y'\,\vec{j})$

$= xx'\,(\vec{i}\cdot\vec{i}) + xy'(\vec{i}\cdot\vec{j}) + yx'(\vec{j}\cdot\vec{i}) + yy'(\vec{j}\cdot\vec{j})$

$= xx'\,\|\vec{i}\|^2 + xy'\,(\vec{i}\cdot\vec{j}) + yx'(\vec{j}\cdot\vec{i}) + yy'\,\|\vec{j}\|^2$

Le repère est orthonormé, donc orthogonal, donc $\vec{i}\cdot\vec{j} = \vec{j}\cdot\vec{i} = 0$

Le repère est orthonormé, donc normé, donc $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$

9°) Si $\vec{u}$ ( x ; y ) et $\vec{v}$ ( x' ; y' ) dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}$ ( x ; y ) dans le repère ( O ; $\vec{i}$ ; $\vec{j}$ ) signifie $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = ( x\,\vec{i} + y\,\vec{j} ) \cdot ( x'\,\vec{i} + y'\,\vec{j} )$

$= ( x\,\vec{i} ).( x'\,\vec{i} )+( x\,\vec{i} ).( y'\,\vec{j} ) + ( y\,\vec{j} ).( x'\,\vec{i} ) + ( y\,\vec{j} ).( y'\,\vec{j} )$

$= xx' ( \vec{i} \cdot \vec{i} ) + xy'( \vec{i} \cdot \vec{j} ) + yx'( \vec{j} \cdot \vec{i} ) + yy'( \vec{j} \cdot \vec{j} )$

$= xx' \,||\vec{i}||^2 + xy' ( \vec{i} \cdot \vec{j} ) + yx'( \vec{j} \cdot \vec{i} ) + yy' \,||\vec{j}||^2$

Le repère est orthonormé, donc orthogonal, donc $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{i} = 0$

Le repère est orthonormé, donc normé, donc $||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = 1$

donc $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx'\,1^2 + xy'\,0 + yx'\,0 + yy'\,1^2$

9°) Si $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$ dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}\,(x\,;y)$ dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ signifie $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (x\,\vec{i} + y\,\vec{j})\cdot(x'\,\vec{i} + y'\,\vec{j})$

$= (x\,\vec{i})\cdot(x'\,\vec{i}) + (x\,\vec{i})\cdot(y'\,\vec{j}) + (y\,\vec{j})\cdot(x'\,\vec{i}) + (y\,\vec{j})\cdot(y'\,\vec{j})$

$= xx'\,(\vec{i}\cdot\vec{i}) + xy'(\vec{i}\cdot\vec{j}) + yx'(\vec{j}\cdot\vec{i}) + yy'(\vec{j}\cdot\vec{j})$

$= xx'\,\|\vec{i}\|^2 + xy'\,(\vec{i}\cdot\vec{j}) + yx'(\vec{j}\cdot\vec{i}) + yy'\,\|\vec{j}\|^2$

Le repère est orthonormé, donc orthogonal, donc $\vec{i}\cdot\vec{j} = \vec{j}\cdot\vec{i} = 0$

Le repère est orthonormé, donc normé, donc $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$

donc $\vec{u}\cdot\vec{v} = xx'\,1^2 + xy'\,0 + yx'\,0 + yy'\,1^2 = xx' + yy'$

si le repère est orthonormé !

9°) Si $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$ dans un repère orthonormé, alors $\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = x\,x' + y\,y'}$

Démonstration :

$\vec{u}\,(x\,;y)$ dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ signifie $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (x\,\vec{i} + y\,\vec{j})\cdot(x'\,\vec{i} + y'\,\vec{j})$

$= (x\,\vec{i}).(x'\,\vec{i})+(x\,\vec{i}).(y'\,\vec{j}) + (y\,\vec{j}).(x'\,\vec{i}) + (y\,\vec{j}).(y'\,\vec{j})$

$= xx'\,(\vec{i}\cdot\vec{i}) + xy'(\vec{i}\cdot\vec{j}) + yx'(\vec{j}\cdot\vec{i}) + yy'(\vec{j}\cdot\vec{j})$

$= xx'\,\|\vec{i}\|^2 + xy'\,(\vec{i}\cdot\vec{j}) + yx'(\vec{j}\cdot\vec{i}) + yy'\,\|\vec{j}\|^2$

Le repère est orthonormé, donc orthogonal, donc $\vec{i}\cdot\vec{j} = \vec{j}\cdot\vec{i} = 0$

Le repère est orthonormé, donc normé, donc $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$

donc $\vec{u}\cdot\vec{v} = xx'\,1^2 + xy'\,0 + yx'\,0 + yy'\,1^2 = xx' + yy'$

Cette relation permet de redémontrer toutes les propriétés précédentes.

Remarque :

Y a-t-il un rapport entre la formule $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = x\,x' + y\,y'$

et $x\,y'' - x''\,y = 0$ de deux vecteurs colinéaires ?

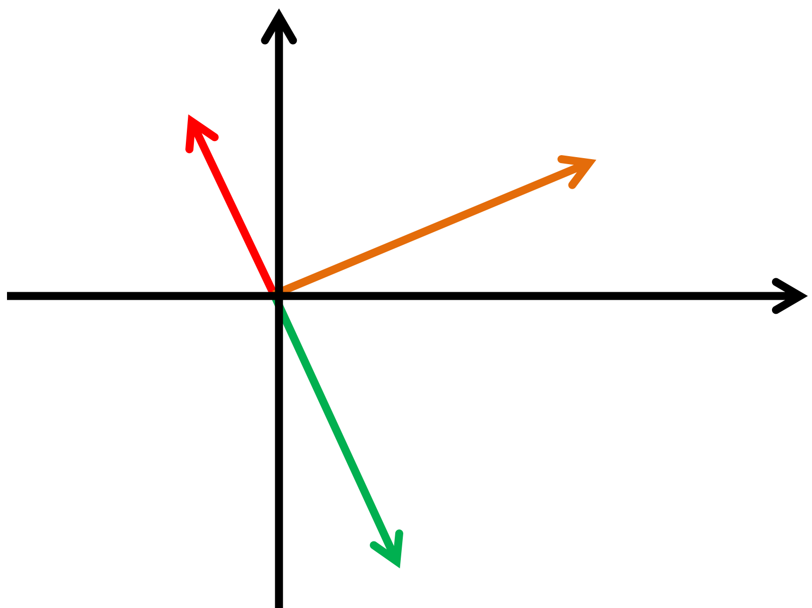
$\vec{u}.\vec{v} = x\,x' + y\,y'$ et $x\,y'' - x''\,y = 0$ ?

$x\,x' + y\,y' = 0$ pour deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux.

Soit $\vec{w}(\ x''\ ;\ y''\ )$ le vecteur orthogonal à $\vec{v}(\ x'\ ;\ y'\ )$ et de même longueur.

Le repère est orthonormé,

alors $\vec{v}(\qquad ; \qquad)$,



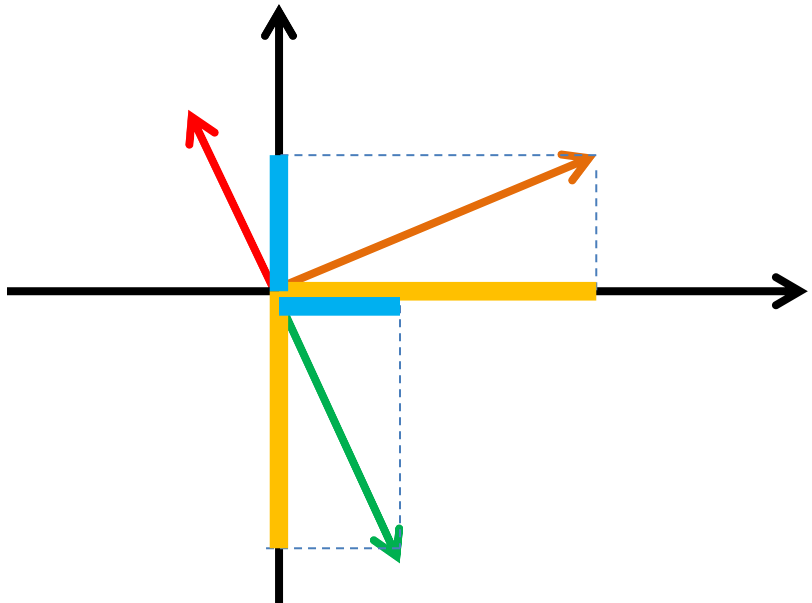
$\vec{u}.\vec{v} = x\,x' + y\,y'$ et $x\,y'' - x''\,y = 0$ ?

$x\,x' + y\,y' = 0$ pour deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux.

Soit $\vec{w}(\,x''\,;\,y''\,)$ le vecteur orthogonal à $\vec{v}(\,x'\,;\,y'\,)$ et de même longueur.

Le repère est orthonormé,

alors $\vec{v}(\,-\,y''\,;\,x''\,)$,



$\vec{u}.\vec{v} = x\,x' + y\,y'$ et $x\,y'' - x''\,y = 0$ ?

$x\,x' + y\,y' = 0$ pour deux vecteurs

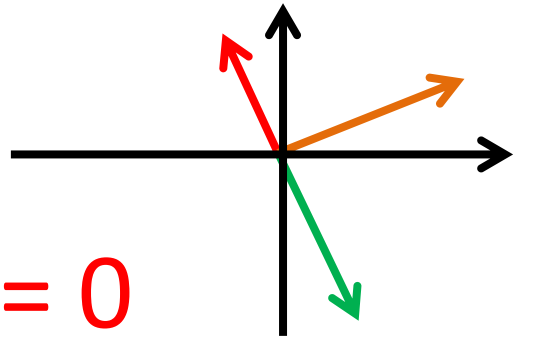
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux.

Soit $\vec{w}(\,x''\,;\,y''\,)$ le vecteur orthogonal à $\vec{v}(\,x'\,;\,y'\,)$ et de même longueur.

Le repère est orthonormé,

alors $\vec{v}(\,-y''\,;\,x''\,)$,

qui donne $x\,(-y'') + y\,(x'') = 0$



$\Longleftrightarrow$ $x\,y'' - x''\,y = 0$ qui prouve bien que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.

10°) Projeté orthogonal $\overrightarrow{v'}$

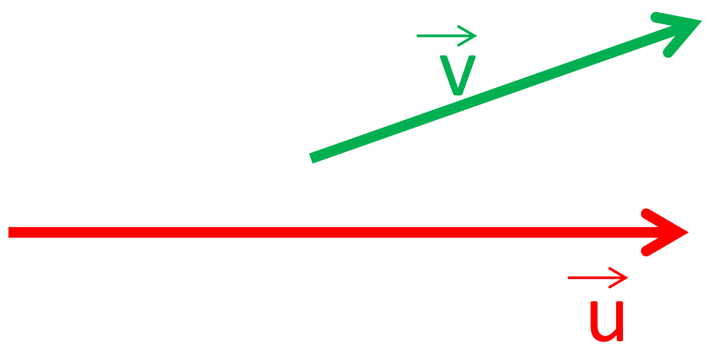
d'un vecteur $\overrightarrow{v}$

sur un axe de vecteur $\overrightarrow{u}$

10°) Projeté orthogonal $\overrightarrow{v'}$

d'un vecteur $\overrightarrow{v}$

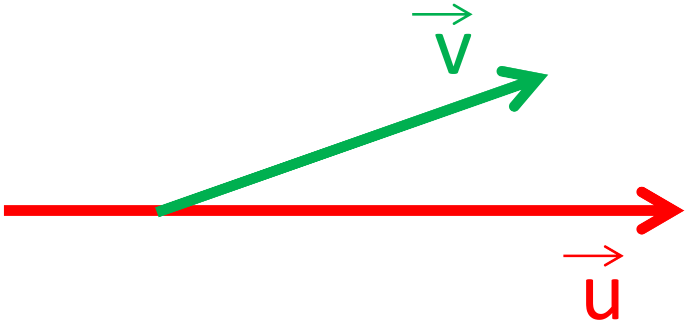
sur un axe de vecteur $\overrightarrow{u}$



10°) Projeté orthogonal $\overrightarrow{v'}$

d'un vecteur $\overrightarrow{v}$

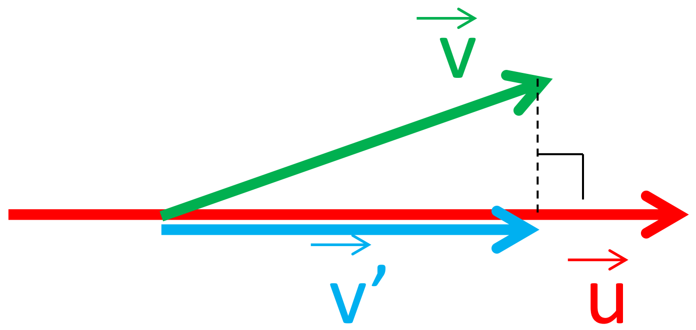
sur un axe de vecteur $\overrightarrow{u}$



10°) Projeté orthogonal $\overrightarrow{v'}$

d'un vecteur $\overrightarrow{v}$

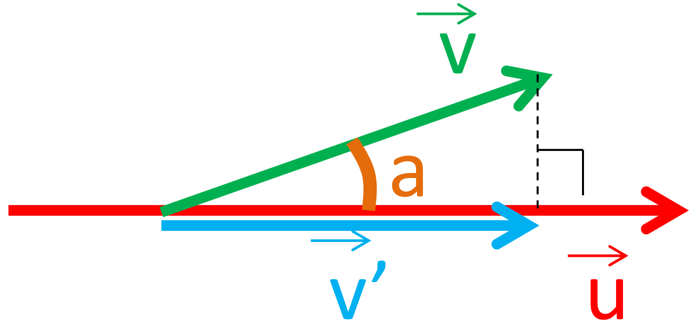
sur un axe de vecteur $\overrightarrow{u}$



10°) Projeté orthogonal $\overrightarrow{v'}$

d'un vecteur $\overrightarrow{v}$

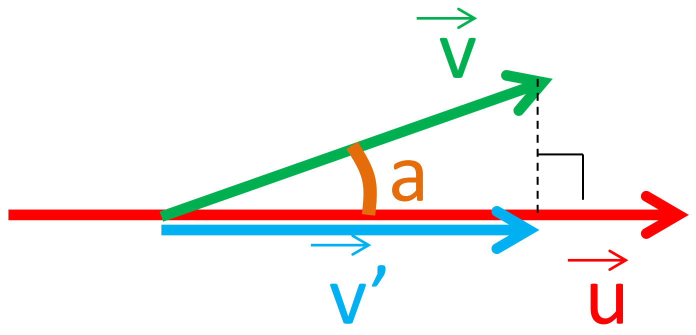
sur un axe de vecteur $\overrightarrow{u}$




$$\cos a = \frac{\ldots\ ?}{\ldots\ ?}$$

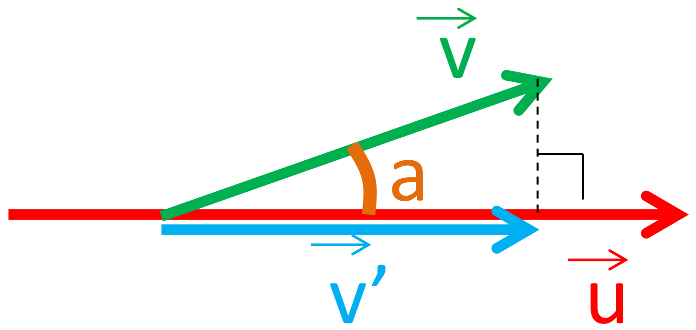
$\Rightarrow$ $||\overrightarrow{v'}|| = \ldots\ ?$

## 10°) Projeté orthogonal $\vec{v'}$ d'un vecteur $\vec{v}$ sur un axe de vecteur $\vec{u}$




$$\cos a = \frac{\text{adj.}}{\text{hyp.}} = \frac{||\vec{v'}||}{||\vec{v}||} \Rightarrow ||\vec{v'}|| = \cos a \; ||\vec{v}||$$

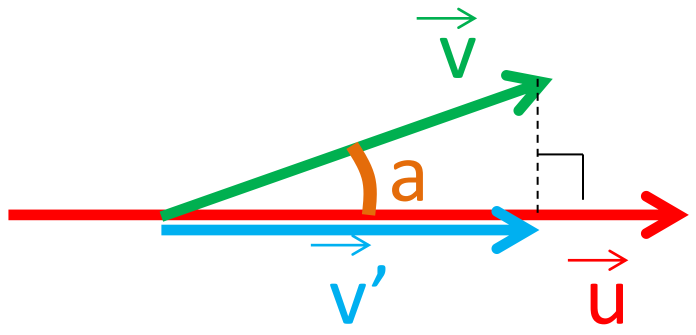
10°) Projeté orthogonal $\vec{v'}$ d'un vecteur $\vec{v}$ sur un axe de vecteur $\vec{u}$




$$\cos a = \frac{\text{adj.}}{\text{hyp.}} = \frac{\|\vec{v'}\|}{\|\vec{v}\|} \Rightarrow \|\vec{v'}\| = \cos a \, \|\vec{v}\|$$

$$\vec{v'} = \|\vec{v'}\| \times \text{vecteur … ?}$$

# 10°) Projeté orthogonal $\vec{v'}$ d'un vecteur $\vec{v}$ sur un axe de vecteur $\vec{u}$

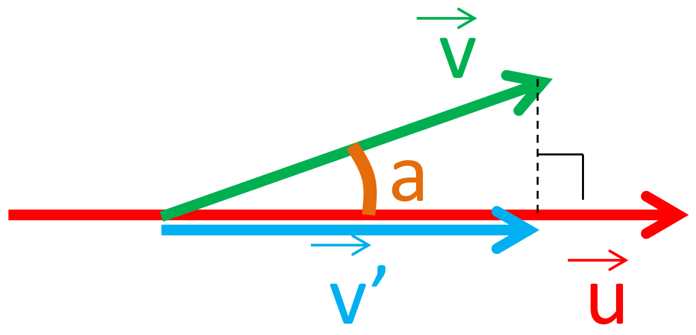



$$\cos a = \frac{\text{adj.}}{\text{hyp.}} = \frac{\|\vec{v'}\|}{\|\vec{v}\|} \Rightarrow \|\vec{v'}\| = \cos a \, \|\vec{v}\|$$

$\vec{v'} = \|\vec{v'}\| \times$ vecteur unitaire et colinéaire à $\vec{v'}$ et de même sens

$\vec{v'} = \cos a \, \|\vec{v}\|$ … ?

## 10°) Projeté orthogonal $\vec{v'}$ d'un vecteur $\vec{v}$ sur un axe de vecteur $\vec{u}$

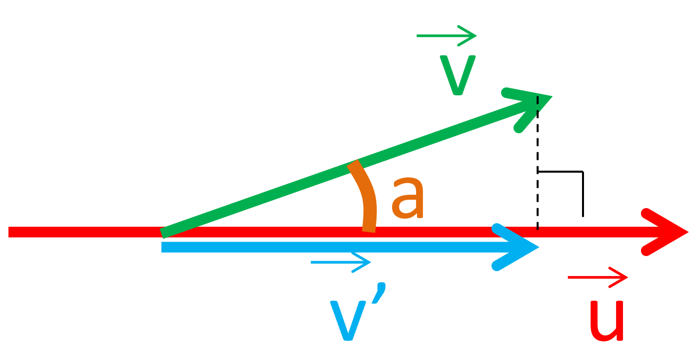



$$\cos a = \frac{\text{adj.}}{\text{hyp.}} = \frac{\|\vec{v'}\|}{\|\vec{v}\|} \Rightarrow \|\vec{v'}\| = \cos a \, \|\vec{v}\|$$

$$\vec{v'} = \|\vec{v'}\| \times \text{vecteur unitaire}$$

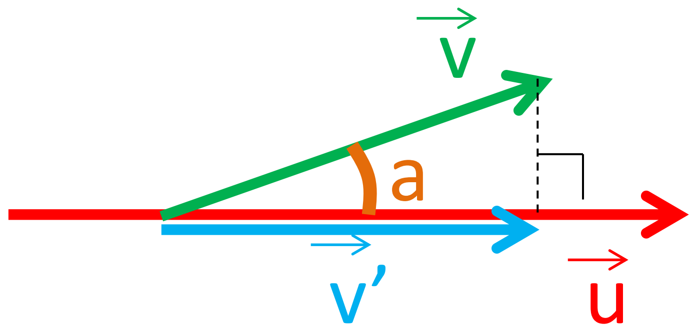
$$\vec{v'} = \cos a \, \|\vec{v}\| \, \frac{1}{\|\vec{u}\|} \, \vec{u}$$

10°) Projeté orthogonal $\vec{v'}$ d'un vecteur $\vec{v}$ sur un axe de vecteur $\vec{u}$




$$\vec{v'} = \cos a \; ||\vec{v}|| \times \frac{1}{||\vec{u}||} \vec{u} = \frac{\dots ?}{\dots ?} \vec{u}$$

10°) Projeté orthogonal $\overrightarrow{v'}$ d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un axe de vecteur $\overrightarrow{u}$

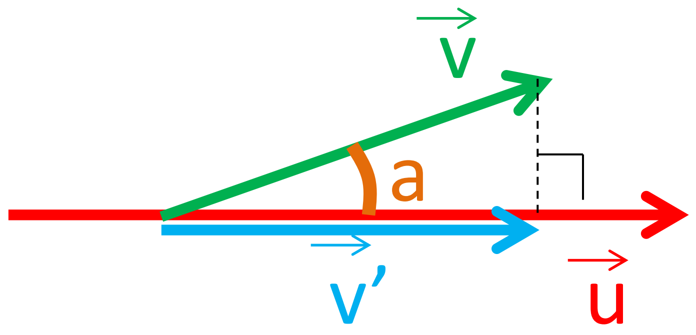



$$\overrightarrow{v'} = \cos a \,||\overrightarrow{v}|| \times \frac{1}{||\overrightarrow{u}||}\,\overrightarrow{u} = \frac{\cos a \,||\overrightarrow{v}||}{||\overrightarrow{u}||}\,\overrightarrow{u}$$

10°) Projeté orthogonal $\vec{v'}$

d'un vecteur $\vec{v}$

sur un axe de vecteur $\vec{u}$



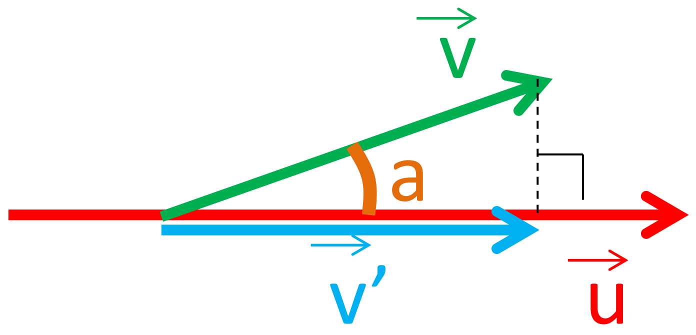

$$\vec{v'} = \cos a \, ||\vec{v}|| \times \frac{1}{||\vec{u}||} \vec{u} = \frac{\cos a \, ||\vec{v}||}{||\vec{u}||} \vec{u}$$

$$\vec{v'} = \frac{\cos a \, ||\vec{v}|| \times ||\vec{u}||}{||\vec{u}|| \times \dots ?} \vec{u}$$

10°) Projeté orthogonal $\vec{v'}$

d'un vecteur $\vec{v}$

sur un axe de vecteur $\vec{u}$



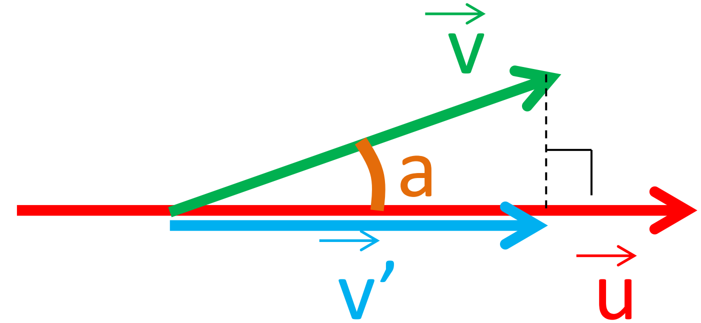

$$\vec{v'} = \cos a\ ||\vec{v}|| \times \frac{1}{||\vec{u}||}\ \vec{u} = \frac{\cos a\ ||\vec{v}||}{||\vec{u}||}\ \vec{u}$$

$$\vec{v'} = \frac{\cos a\ ||\vec{v}|| \times ||\vec{u}||}{||\vec{u}|| \times ||\vec{u}||}\ \vec{u} = \frac{\ldots ?}{\ldots ?}\ \vec{u}$$

10°) Projeté orthogonal $\overrightarrow{v'}$

d’un vecteur $\vec{v}$

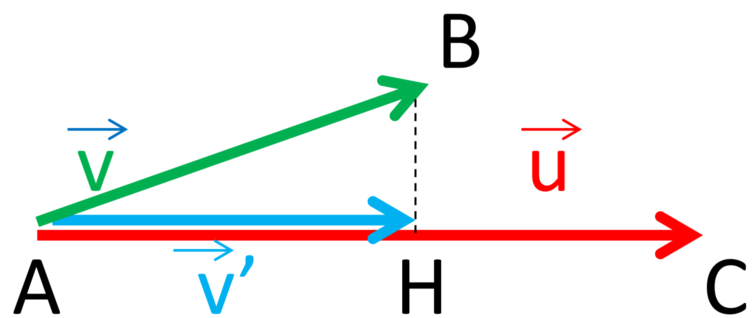
sur un axe de vecteur $\vec{u}$




$$\overrightarrow{v'} = \cos a \; ||\vec{v}|| \times \frac{1}{||\vec{u}||}\,\vec{u} = \frac{\cos a \; ||\vec{v}||}{||\vec{u}||}\,\vec{u}$$

$$\overrightarrow{v'} = \frac{\cos a \; ||\vec{v}|| \times ||\vec{u}||}{||\vec{u}\,|| \times ||\vec{u}||}\,\vec{u}$$

$$\boxed{\overrightarrow{v'} = \frac{\vec{u} \,.\, \vec{v}}{\vec{u}^{\,2}}\,\vec{u}}$$

10°) 


$$\boxed{\vec{v'} = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\vec{u}^{\,2}}\,\vec{u}}$$

*Autre méthode :*

$\vec{u}\,.\,\vec{v} = \overrightarrow{AC}\,.\,\overrightarrow{AB} = AC \times AH = AC \times AH \times 1$

$= AC \times AH \times \cos(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AH}) = \overrightarrow{AC}\,.\,\overrightarrow{AH} = \vec{u}\,.\,\vec{v'}$

$\vec{u}$ et $\vec{v'}$ colinéaires donc $\vec{v'} = k\,\vec{u}$

$\vec{u}\,.\,\vec{v} = \vec{u}\,.\,\vec{v'}$ devient $\vec{u}\,.\,\vec{v} = \vec{u}\,.\,(k\,\vec{u})$

$\vec{u}\,.\,\vec{v} = k \times (\vec{u}\,.\,\vec{u}) = k \times \vec{u}^{\,2}$ donc $k = \dfrac{\vec{u}\,.\,\vec{v}}{\vec{u}^{\,2}}$

# Remarques :

A-t-on $(\vec{u} \cdot \vec{v})\,\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{u})\,\vec{v}$ ?

# Remarques :

A-t-on $(\vec{u} \cdot \vec{v})\,\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{u})\,\vec{v}$ ?

seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont …

# Remarques :

A-t-on $(\vec{u} \cdot \vec{v})\,\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{u})\,\vec{v}$ ?

seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

# Remarques :

A-t-on $(\vec{u} \cdot \vec{v})\,\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{u})\,\vec{v}$ ?

seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $k\,\vec{u} = k'\,\vec{v}$

# Remarques :

A-t-on $(\vec{u} \cdot \vec{v})\,\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{u})\,\vec{v}$ ?

seulement si u et v sont colinéaires $k\,\vec{u} = k'\,\vec{v}$

A-t-on $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \vec{u}^{\,2} \times \vec{v}^{\,2}$ ?

# Remarques :

A-t-on $(\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v})\,\overrightarrow{u} = (\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{u})\,\overrightarrow{v}$ ?

seulement si u et v sont colinéaires $k\,\overrightarrow{u} = k'\,\overrightarrow{v}$

A-t-on $(\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v})^2 = \overrightarrow{u}^{\,2} \times \overrightarrow{v}^{\,2}$ ? carré des réels carré scalaire

# Remarques :

A-t-on $(\vec{u} \cdot \vec{v})\,\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{u})\,\vec{v}$ ?

seulement si u et v sont colinéaires $k\,\vec{u} = k'\,\vec{v}$

A-t-on $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \vec{u}^{\,2} \times \vec{v}^{\,2}$ ?

$(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = (\,||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\vec{u}\,;\vec{v})\,)^2$

$= ||\vec{u}||^2 \times ||\vec{v}||^2 \times \cos^2(\vec{u}\,;\vec{v})$

$= \vec{u}^{\,2} \times \vec{v}^{\,2} \times \cos^2(\vec{u}\,;\vec{v})$

# Remarques :

A-t-on $(\vec{u}\,.\,\vec{v})\,\vec{u} = (\vec{u}\,.\,\vec{u})\,\vec{v}$ ?

seulement si u et v sont colinéaires $k\,\vec{u} = k'\,\vec{v}$

A-t-on $(\vec{u}\,.\,\vec{v})^2 = \vec{u}^{\,2} \times \vec{v}^{\,2}$ ?

$(\vec{u}\,.\,\vec{v})^2 = (\,||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\vec{u}\,;\vec{v})\,)^2$

$= ||\vec{u}||^2 \times ||\vec{v}||^2 \times \cos^2(\vec{u}\,;\vec{v})$

$= \vec{u}^{\,2} \times \vec{v}^{\,2} \times \cos^2(\vec{u}\,;\vec{v})$ donc uniquement si ...

# Remarques :

A-t-on $(\vec{u} \cdot \vec{v})\,\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{u})\,\vec{v}$ ?

seulement si u et v sont colinéaires $k\,\vec{u} = k'\,\vec{v}$

A-t-on $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \vec{u}^{\,2} \times \vec{v}^{\,2}$ ?

$(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = (\,||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\vec{u}\,;\vec{v})\,)^2$

$= ||\vec{u}||^2 \times ||\vec{v}||^2 \times \cos^2(\vec{u}\,;\vec{v})$

$= \vec{u}^{\,2} \times \vec{v}^{\,2} \times \cos^2(\vec{u}\,;\vec{v})$ donc uniquement si

$\cos(\vec{u}\,;\vec{v}) = 1$ ou $-1$ donc …

# Remarques :

A-t-on $(\vec{u} . \vec{v})\,\vec{u} = (\vec{u} . \vec{u})\,\vec{v}$ ?

seulement si u et v sont colinéaires $k\,\vec{u} = k'\,\vec{v}$

A-t-on $(\vec{u} . \vec{v})^2 = \vec{u}^{\,2} \times \vec{v}^{\,2}$ ?

$(\vec{u} . \vec{v})^2 = (\,||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\vec{u}\,;\vec{v})\,)^2$

$= ||\vec{u}||^2 \times ||\vec{v}||^2 \times \cos^2(\vec{u}\,;\vec{v}) = ||\vec{u}||^2 \times ||\vec{v}||^2$

$= \vec{u}^{\,2} \times \vec{v}^{\,2} \times \cos^2(\vec{u}\,;\vec{v})$ donc uniquement si

$\cos(\vec{u}\,;\vec{v}) = 1$ ou $-1$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires.

# Résumé :

Je peux déterminer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ selon les méthodes suivantes :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\vec{u} ; \vec{v})$$

définition

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC \quad \text{ou} \quad + AH \times AC$$

projeté

selon les sens de $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AC}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y'$$

si le repère est orthonormé.

coordonnées