chapitre 7 **Les suites géométriques**

1°) Définition :

La suite (u_n) est géométrique

si et seulement si le rapport entre tous les termes voisins est constant

(et aucun terme nul, qui est le cas courant

qui devient faux si $u_n = 0$).

$$\boxed{\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te}}$$

pour tous les n de l'ensemble de définition (IN ou IN*).

(C^{te} signifie « Constante »)

Ce rapport constant est appelé « Raison de la suite géométrique ».

(notée q)

$\boxed{u_{n+1} = q\ u_n}$ est le cas général qui est toujours vrai, même si $u_n = 0$

2°) Conséquences :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$$ donc …

2°) Conséquences :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q \quad \text{donc} \quad \boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$$

qui a l'avantage de rester vraie même si …

2°) Conséquences :

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$ donc $\boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$

qui a l'avantage de rester vraie

même si l'un des termes est nul.

2°) Conséquences :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q \quad \text{donc} \quad \boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$$

$$\frac{u_n}{u_0} = \dots$$

2°) Conséquences :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q \quad \text{donc} \quad \boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$$

$$\frac{u_n}{u_0} = q^{n-0} \quad \text{donc} \quad \ldots$$

2°) Conséquences :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q \quad \text{donc} \quad \boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$$

$$\frac{u_n}{u_0} = q^{n-0} \quad \text{donc} \quad \boxed{u_n = u_0 \times q^n}$$

qui correspond avec les notations de fonctions à …

2°) Conséquences :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q \quad \text{donc} \quad \boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$$

$$\frac{u_n}{u_0} = q^{n-0} \quad \text{donc} \quad \boxed{u_n = u_0 \times q^n}$$

qui correspond avec les notations de fonctions à $f(x) = f(0) \times q^x$

donc à une fonction f …

2°) Conséquences :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q \quad \text{donc} \quad \boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$$

$$\frac{u_n}{u_0} = q^{n-0} \quad \text{donc} \quad \boxed{u_n = u_0 \times q^n}$$

qui correspond avec les notations de fonctions à $f(x) = f(0) \times q^x$

donc à une fonction f **exponentielle** (étudiées en T^ale^).

2°) Conséquences :

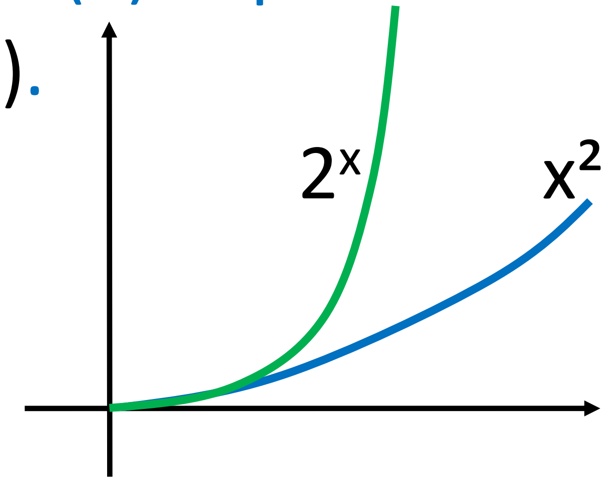
$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q \quad \text{donc} \quad \boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$$

$$\frac{u_n}{u_0} = q^{n-0} \quad \text{donc} \quad \boxed{u_n = u_0 \times q^n}$$

qui correspond avec les notations de fonctions à $f(x) = f(0) \times q^{x}$

donc à une fonction f **exponentielle** (étudiées en T^{ale}).

	x	2	7	10	12
fct puissance	x^2	4	49	100	144
fct exponentielle	2^x	4	128	1024	4096



3°) Relations :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$$

donc

$$\frac{u_n}{u_m} = \ldots$$

3°) Relations :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q \qquad \text{donc} \qquad \boxed{\frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}}$$

permet de déterminer n'importe quel terme à partir d'un autre connu (ou l'expression $u_n = f(n)$) lorsque l'on connaît la raison,

ou permet de déterminer la raison à partir de deux termes connus.

Application :

Déterminez les termes suivants pour ces suites géométriques :

1°) $u_0 = 2$ et $q = 3$

2°) $v_0 = -3$ et $q = 2$

3°) $w_0 = 64$ et $q = -0{,}5$

Déterminez les termes suivants pour ces suites géométriques :

1°) $u_0 = 2$ et $q = 3$

$u_{n+1} = u_n \times q$

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	
2	6	18	54	162	etc…

$\times 3$ $\times 3$ $\times 3$ $\times 3$

2°) $v_0 = - 3$ et $q = 2$

3°) $w_0 = 64$ et $q = - 0,5$

Déterminez les termes suivants pour ces suites géométriques :

1°) $u_0 = 2$ et $q = 3$ $u_{n+1} = u_n \times q$

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	
2	6	18	54	162	etc…
$\times 3$	$\times 3$	$\times 3$	$\times 3$		

2°) $v_0 = - 3$ et $q = 2$

-3	-6	-12	-24	-48	etc…

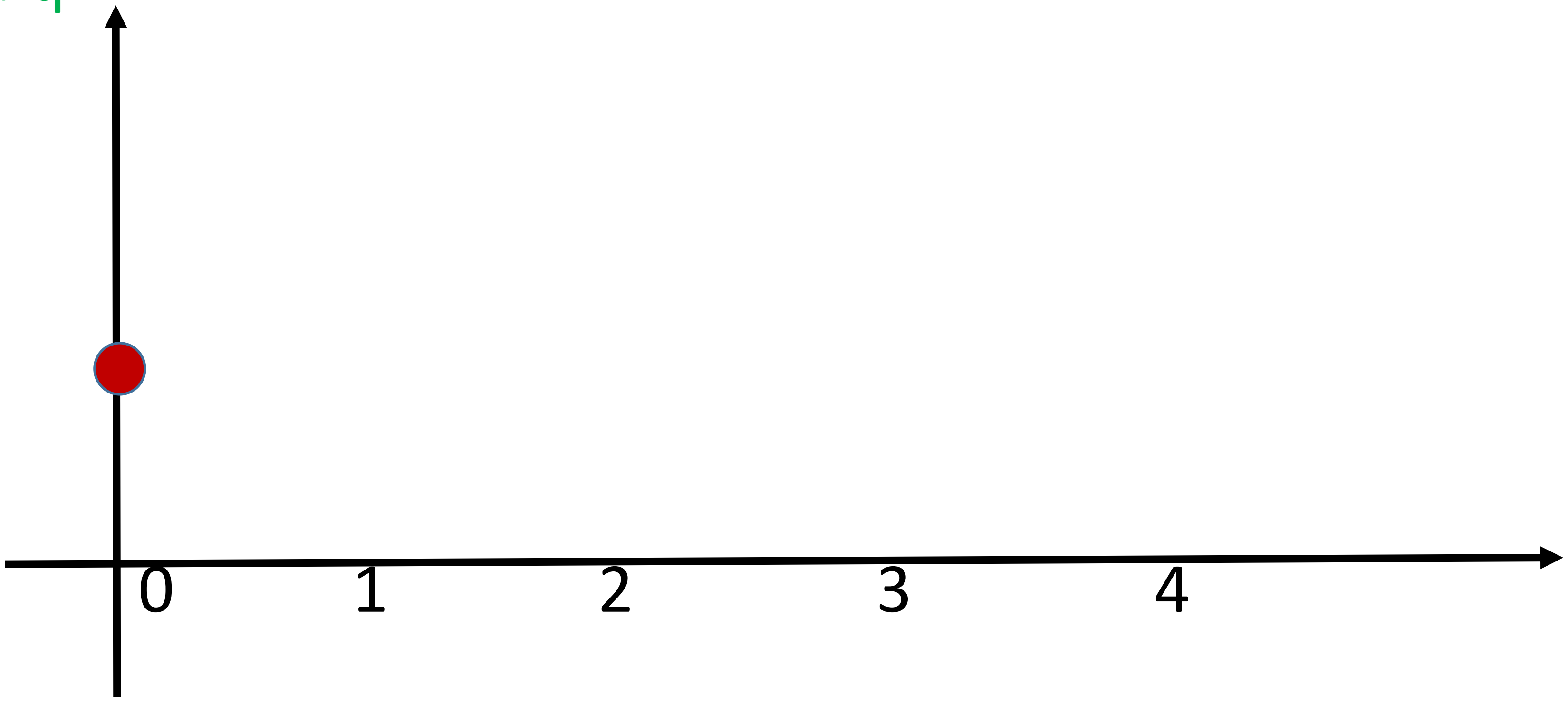
3°) $w_0 = 64$ et $q = - 0{,}5$

64	-32	16	-8	4	etc…

4°) Courbe d'une suite géométrique

$u_{n+1} = u_n \times q$ Etudions les différentes courbes selon la raison q avec $u_0 > 0$

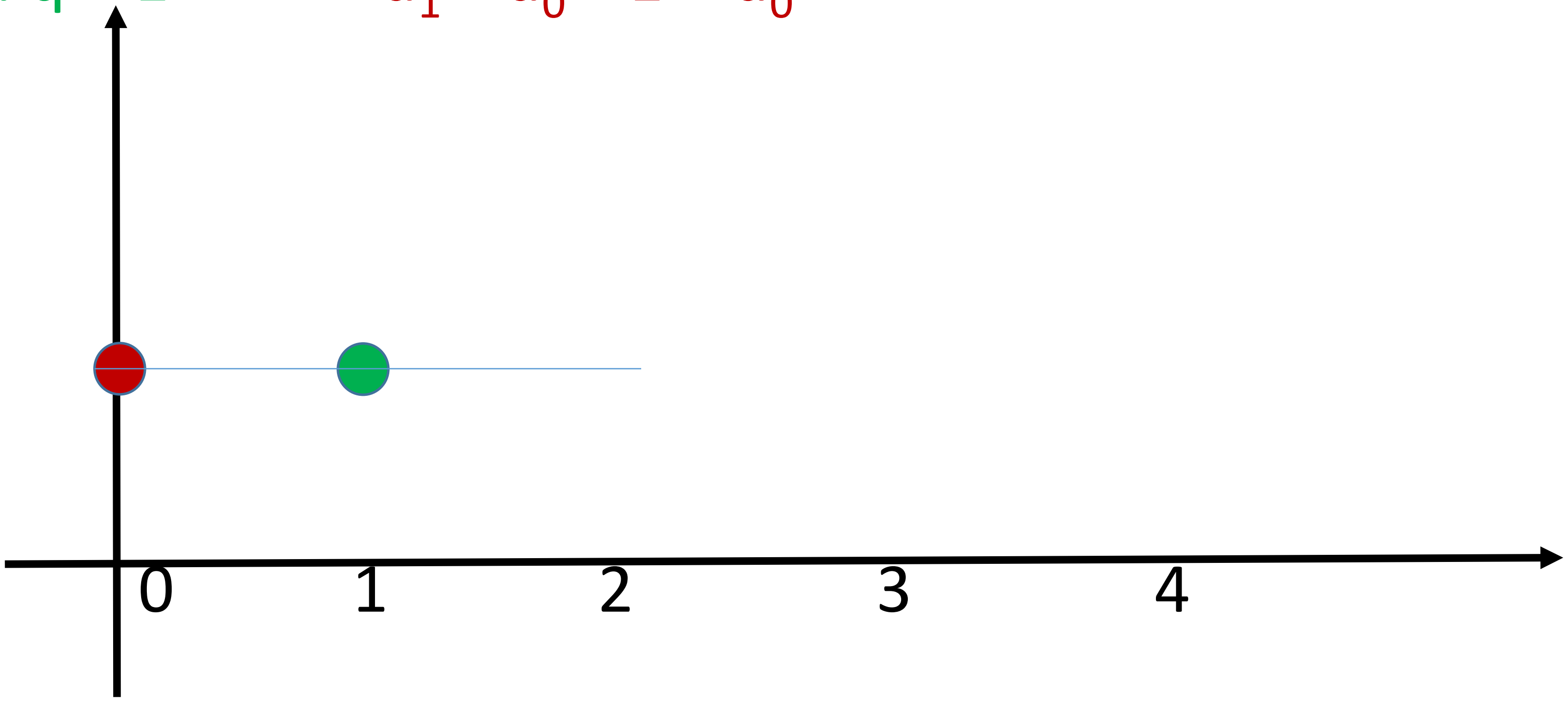
1er cas : q = 1



4°) Courbe d'une suite géométrique

$u_{n+1} = u_n \times q$ Etudions les différentes courbes selon la raison q avec $u_0 > 0$

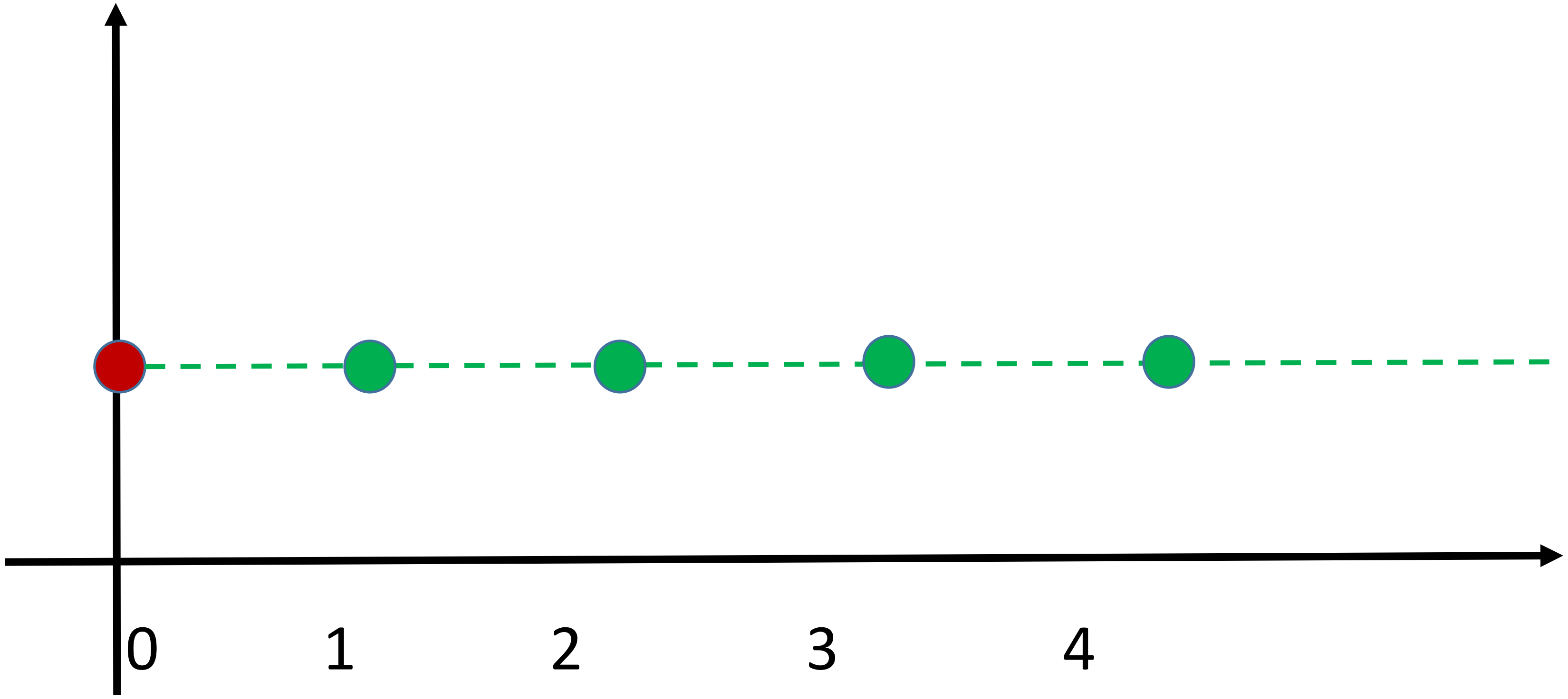
1er cas : $q = 1$ $u_1 = u_0 \times 1 = u_0$



4°) Courbe d'une suite géométrique

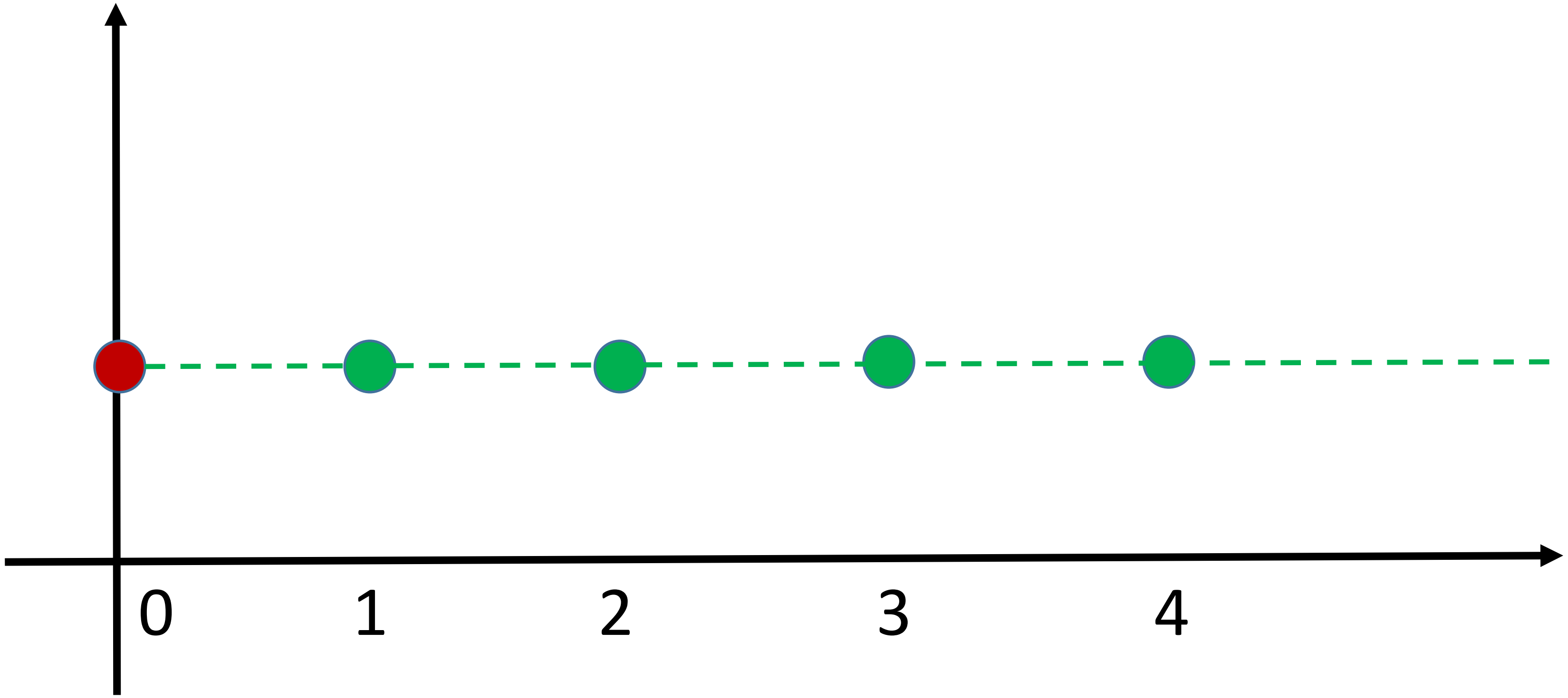
$u_{n+1} = u_n \times q$ Etudions les différentes courbes selon la raison q avec $u_0 > 0$

1er cas : $q = 1$ $u_{n+1} = u_n \times 1 = u_n$



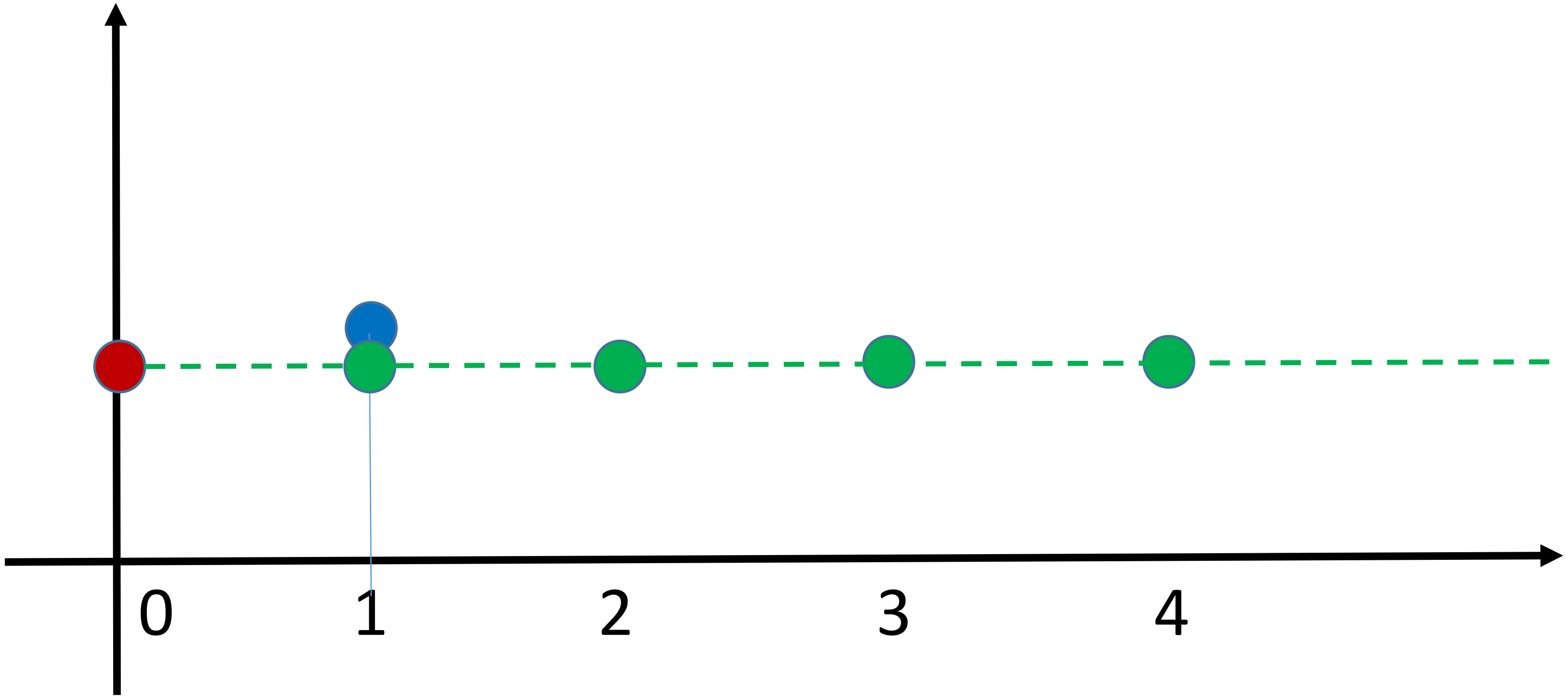
$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

2ème cas : $q > 1$



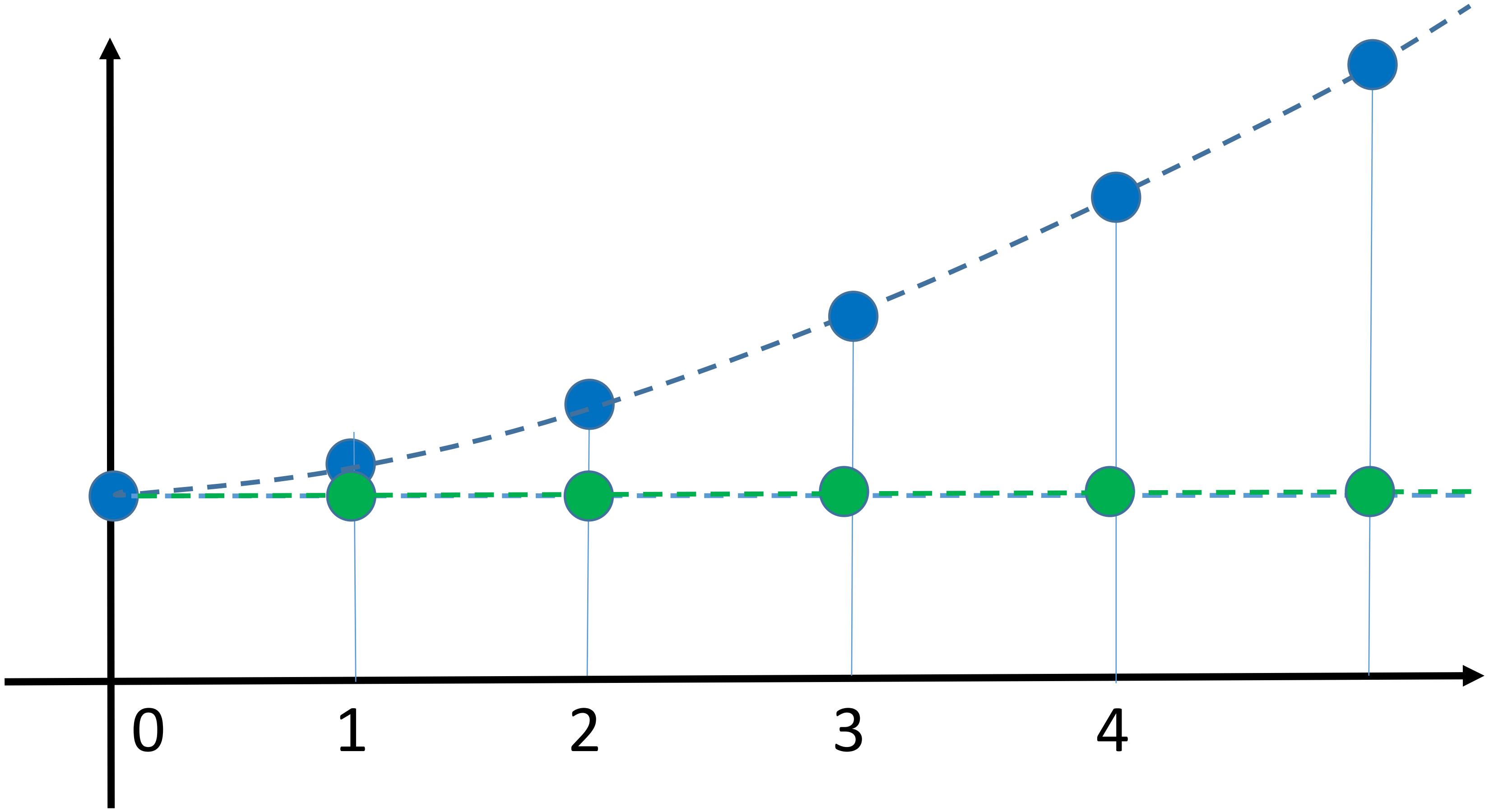
$$u_{n+1} = u_n \times q \qquad u_0 > 0$$

$2^{ème}$ cas : $q > 1$ $\qquad q \times u_0 > 1 \times u_0 \qquad u_1 > u_0$



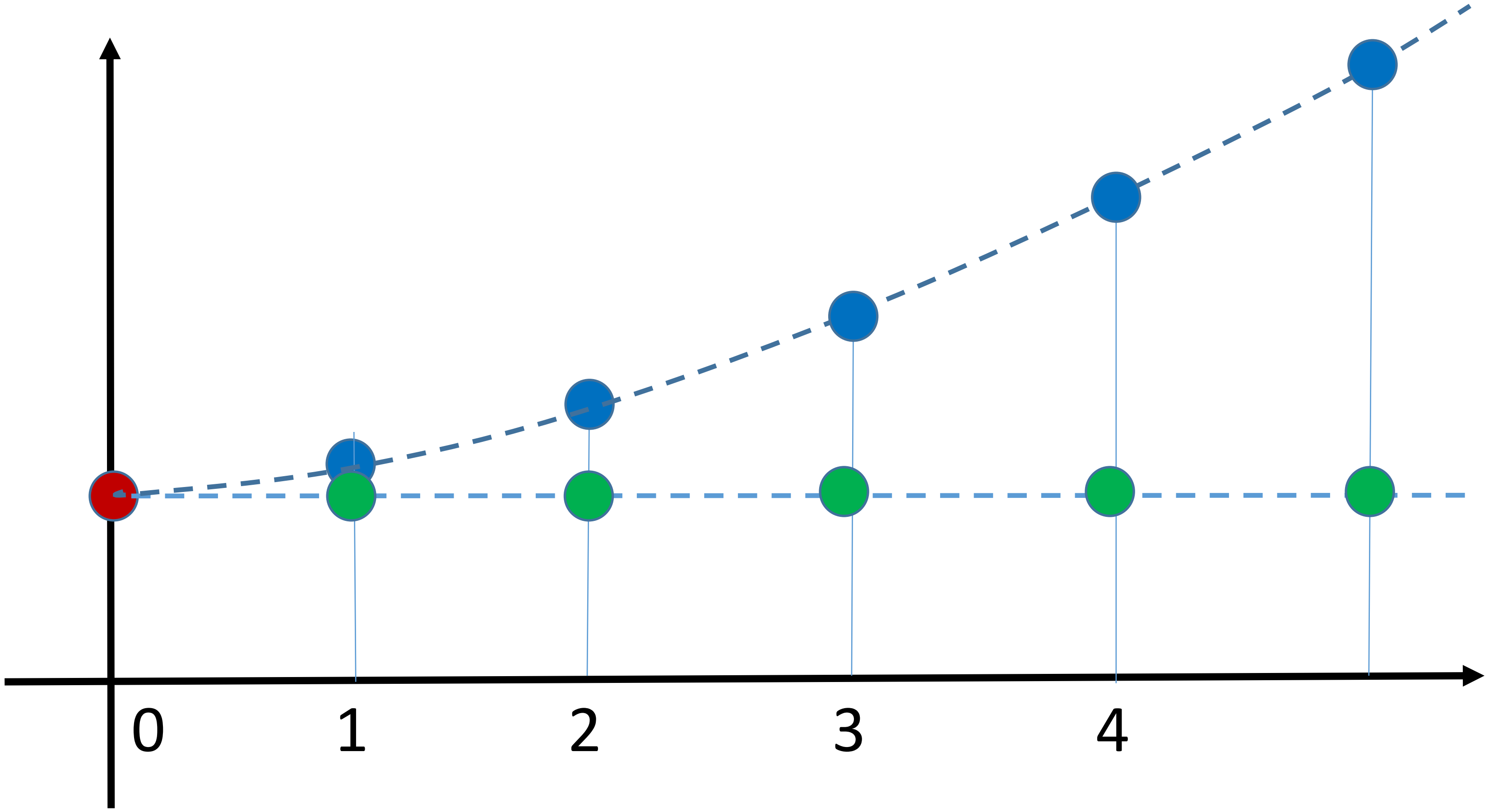
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\quad\quad$ $u_0 > 0$

$2^{\text{ème}}$ cas : $q > 1$ $\quad\quad$ $q \times u_n > 1 \times u_n$ $\quad\quad$ $u_{n+1} > u_n$



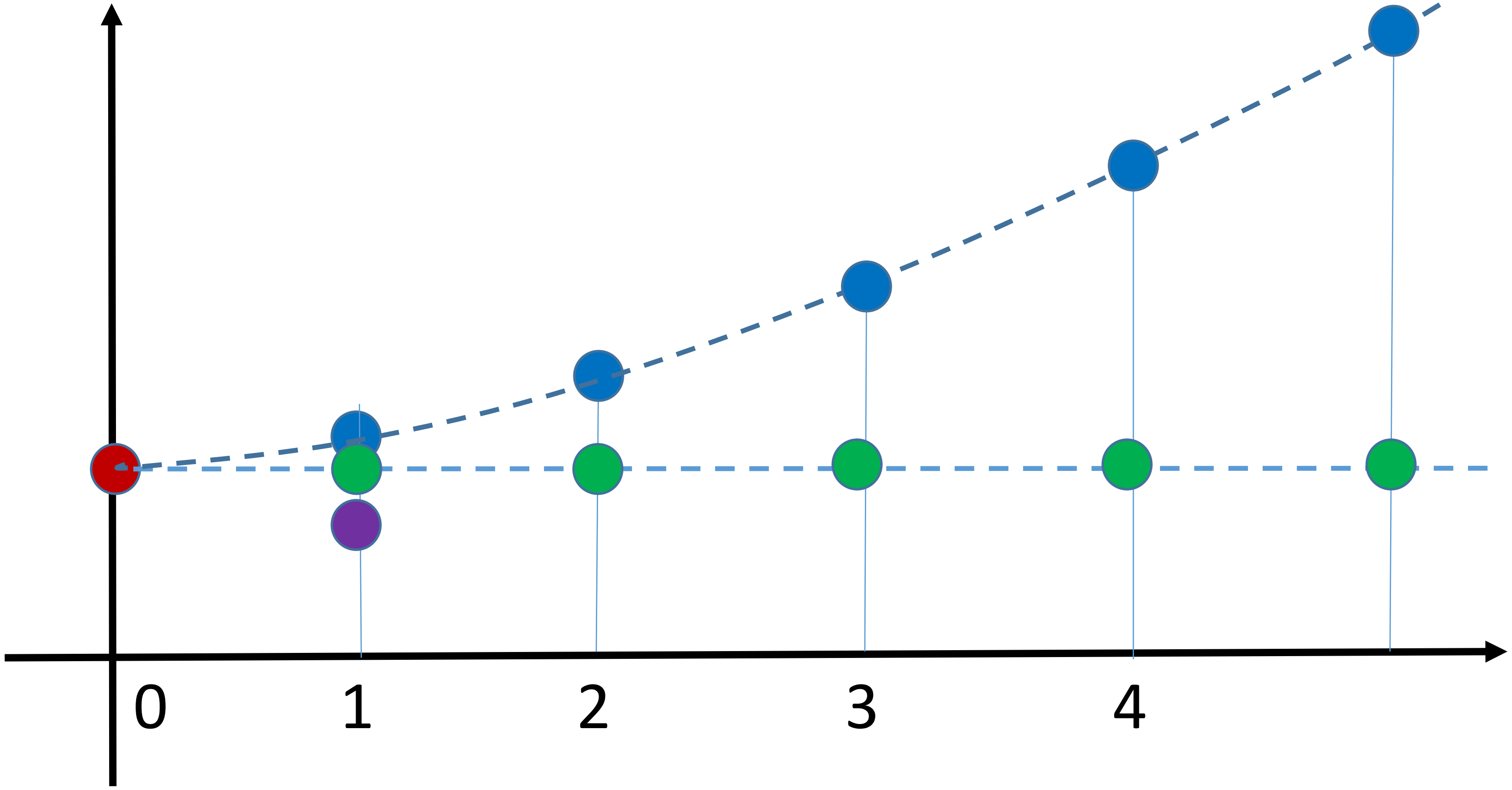
$$u_{n+1} = u_n \times q \qquad u_0 > 0$$

3ème cas : $0 < q < 1$



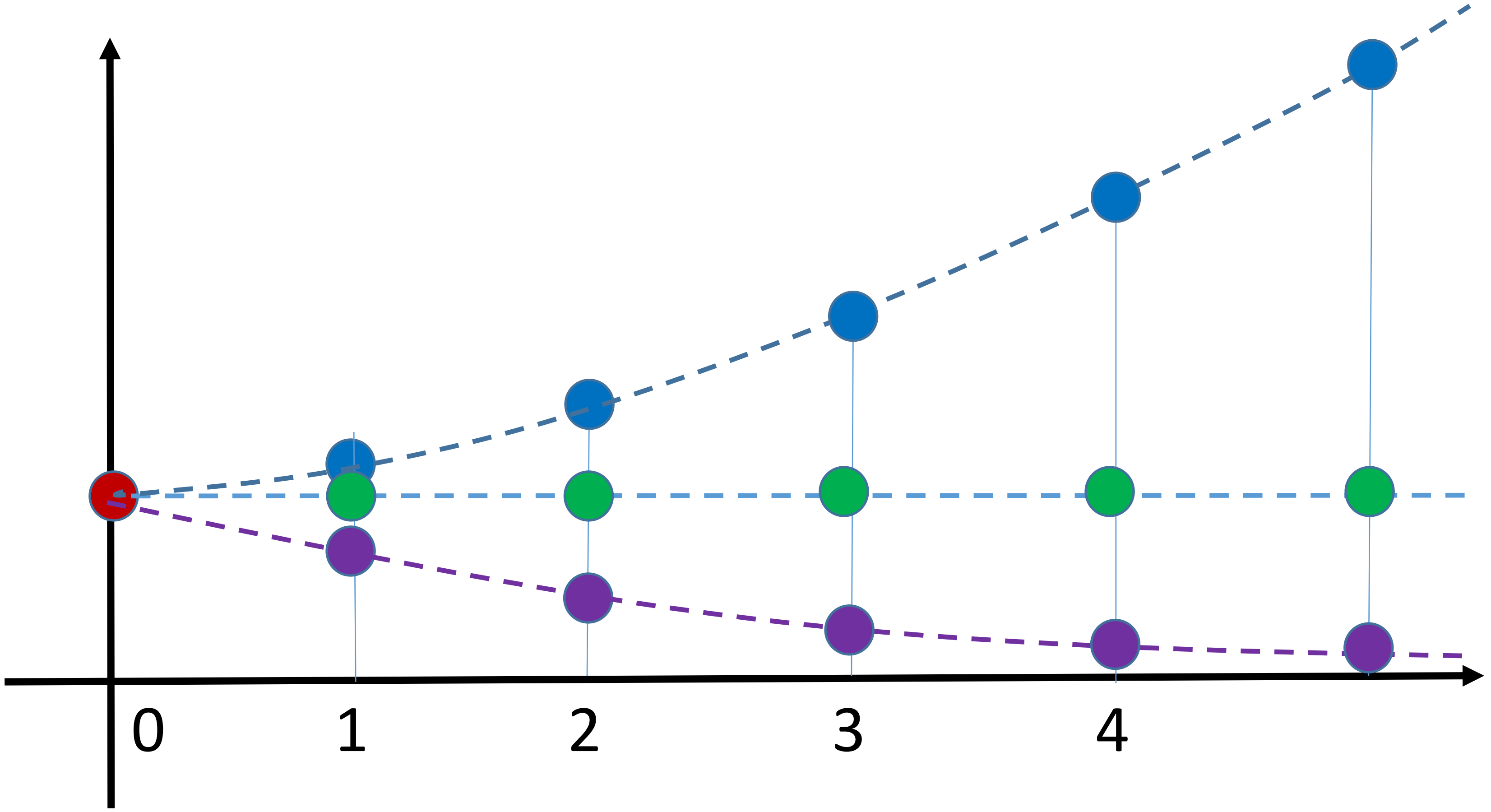
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\qquad$ $u_0 > 0$

3ème cas : $0 < q < 1$ $\qquad$ $0 \times u_0 < q \times u_0 < 1 \times u_0$ $\qquad$ $0 < u_1 < u_0$



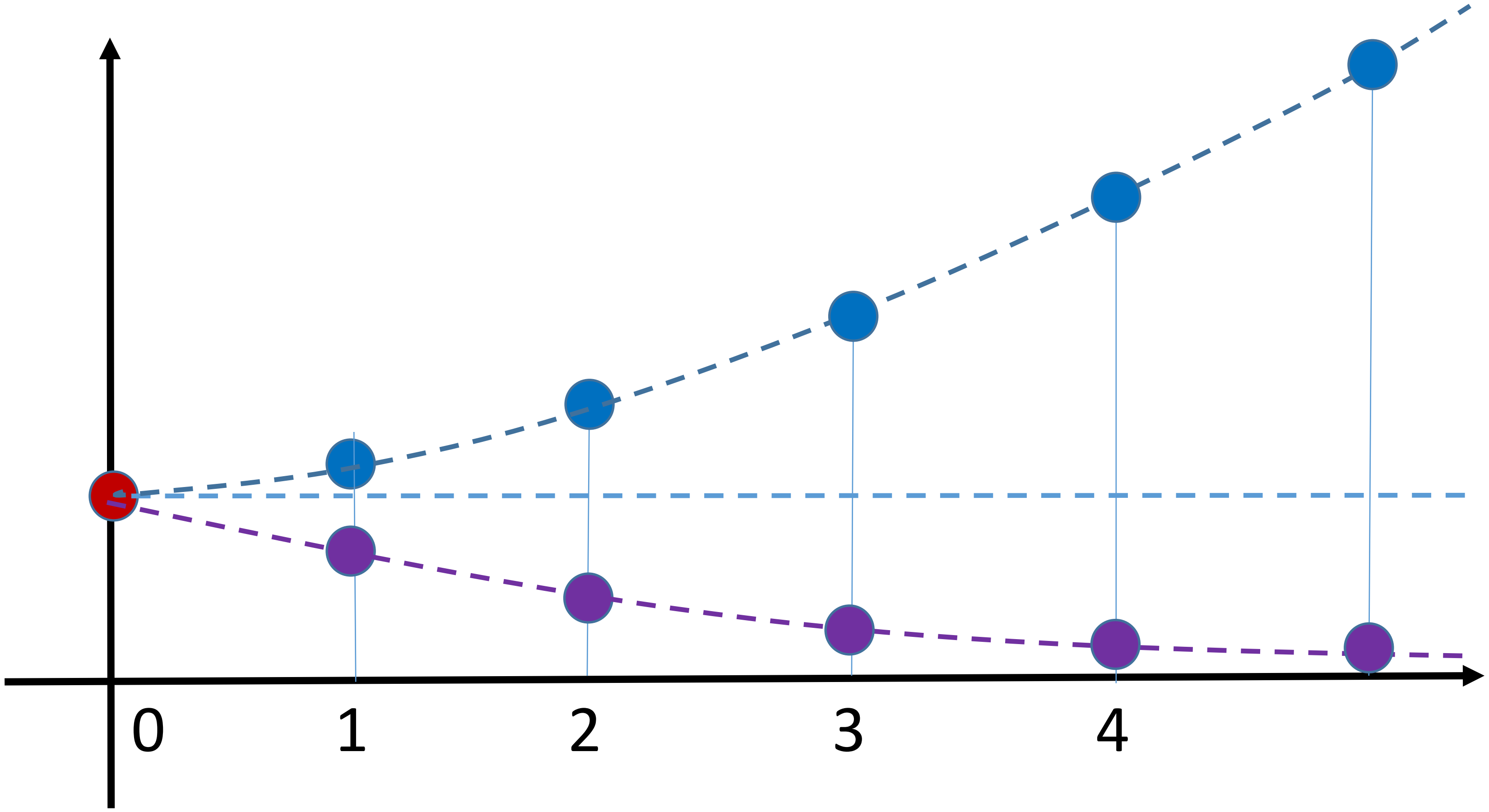
$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

$3^{ème}$ cas : $0 < q < 1$ $0 \times u_n < q \times u_n < 1 \times u_n$ $0 < u_{n+1} < u_n$



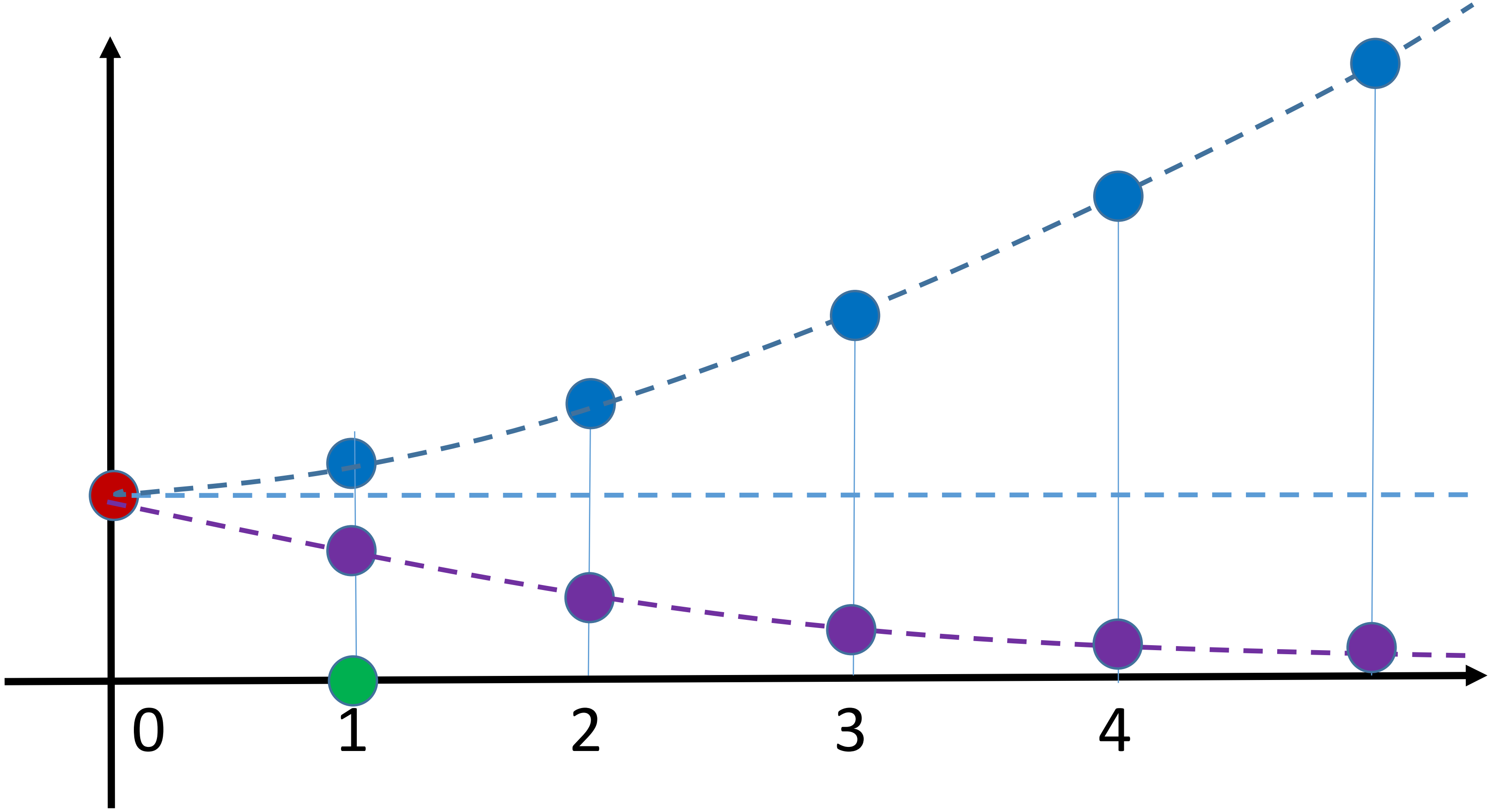
$$u_{n+1} = u_n \times q \qquad u_0 > 0$$

4ème cas : $q = 0$



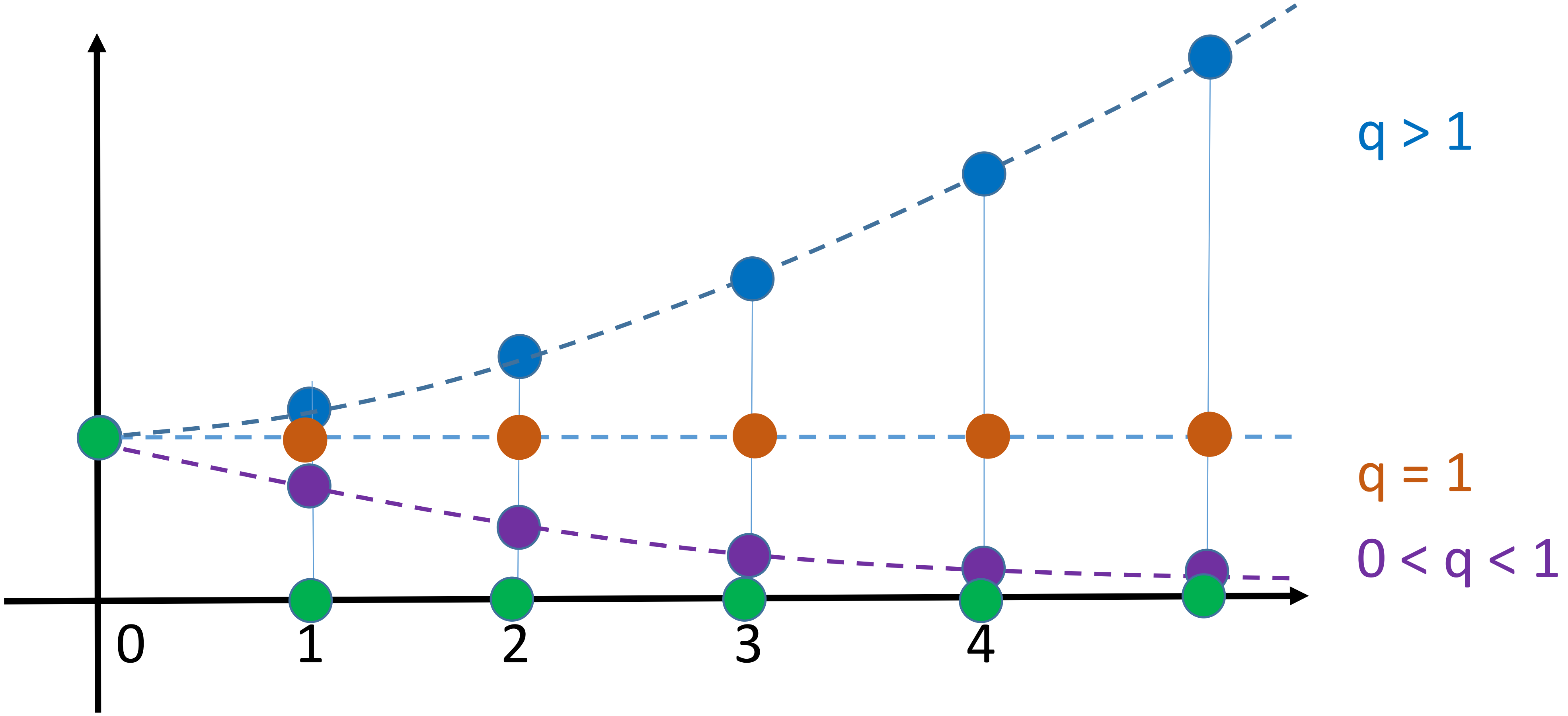
$$u_{n+1} = u_n \times q \qquad u_0 > 0$$

$4^{ème}$ cas : $q = 0$ $\quad u_1 = u_0 \times q = u_n \times 0 = 0$



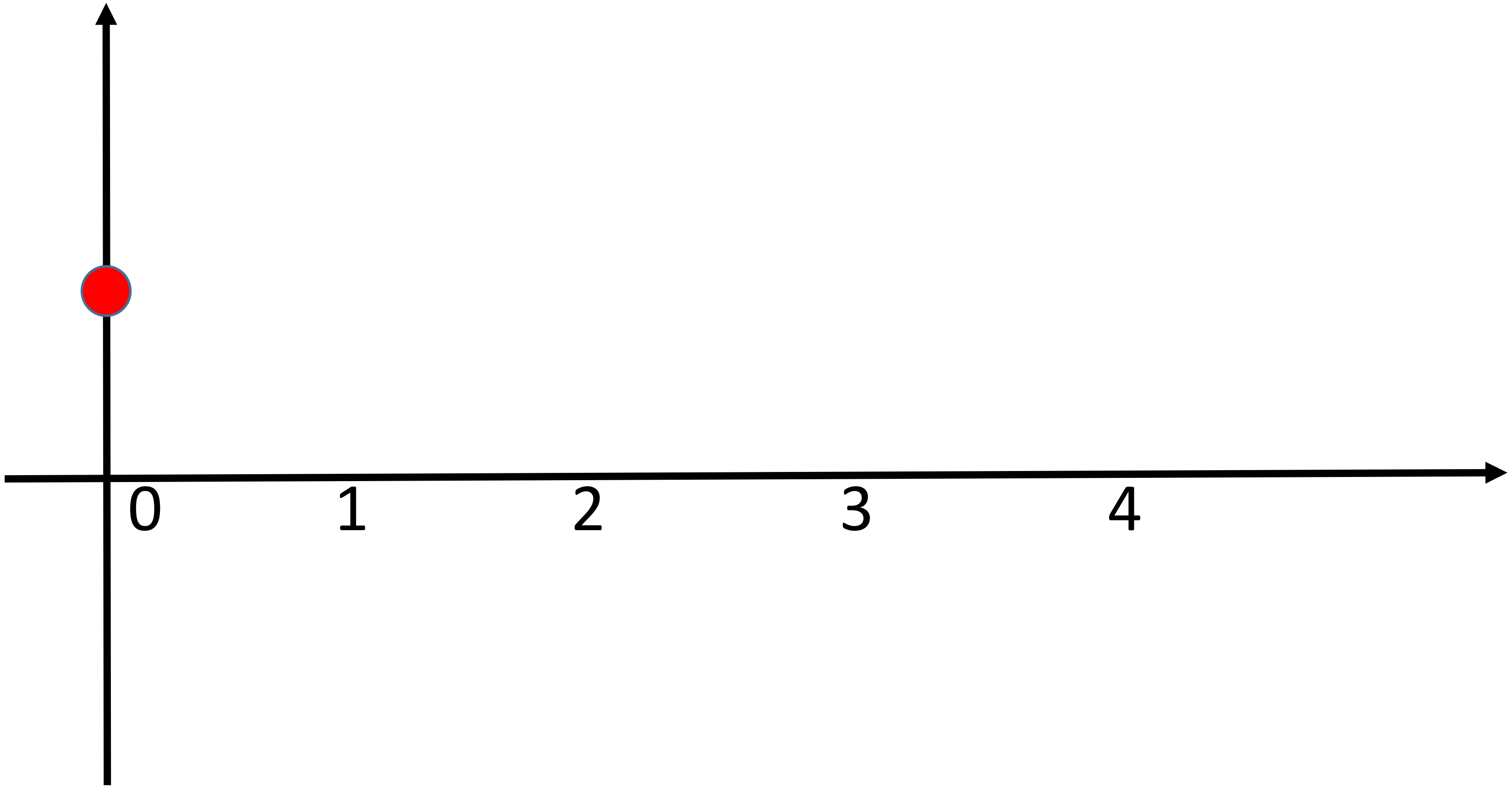
$$u_{n+1} = u_n \times q \qquad u_0 > 0$$

4ème cas : $q = 0$ $\quad u_{n+1} = u_n \times q = u_n \times 0 = 0$



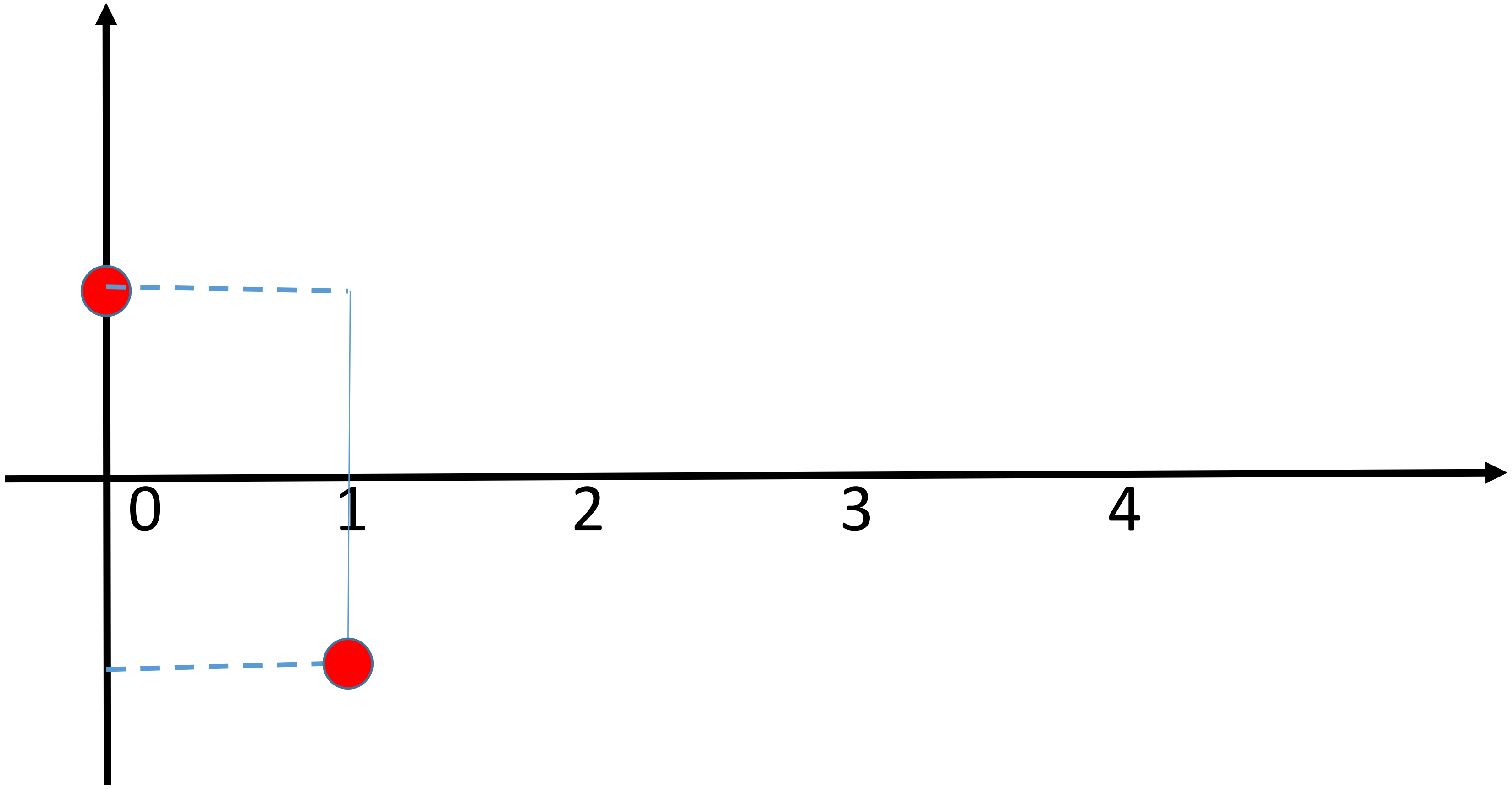
$$u_{n+1} = u_n \times q \qquad u_0 > 0$$

5ème cas : $q = -1$



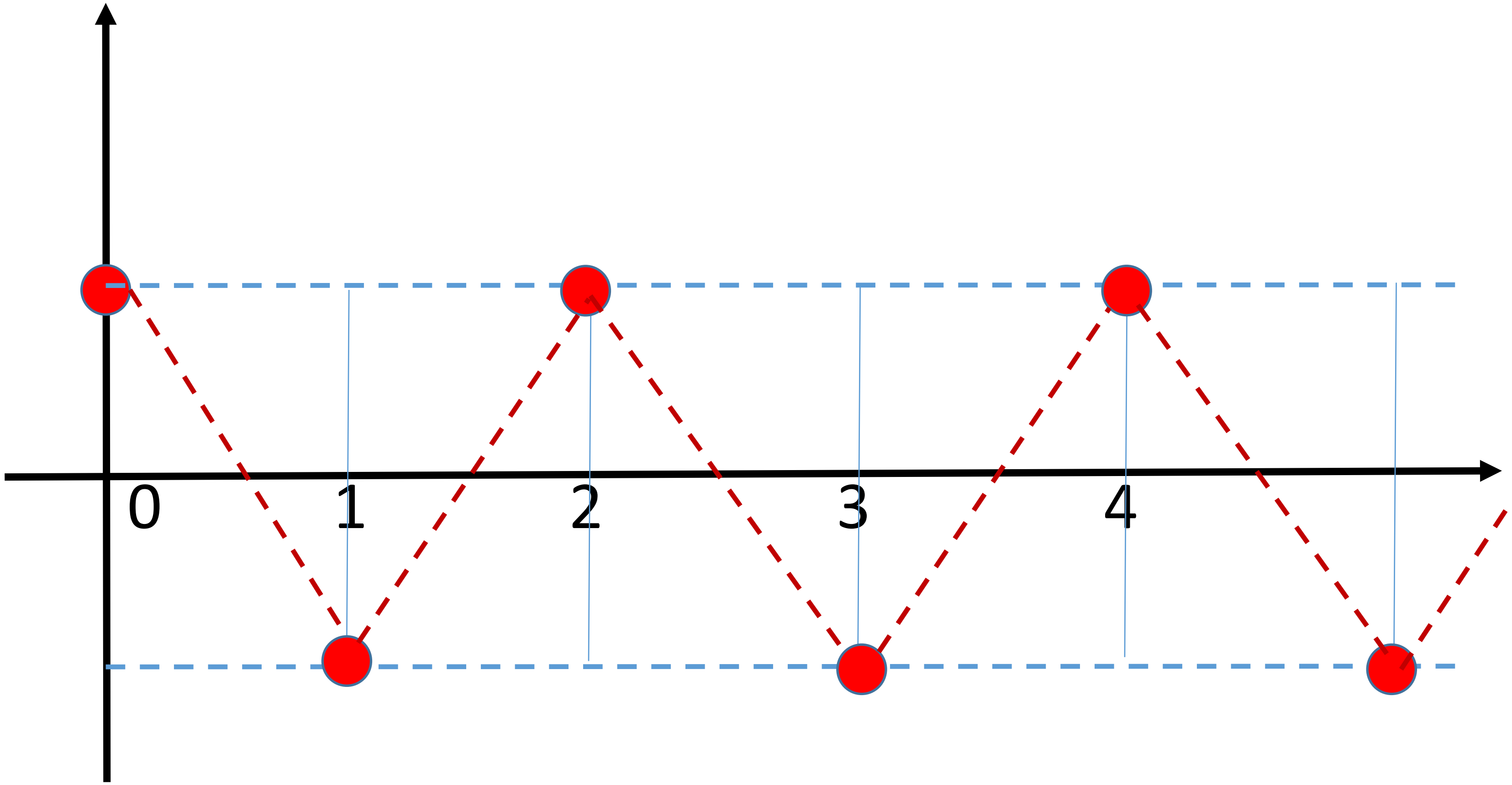
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\quad u_0 > 0$

5ème cas : $q = -1$ $\quad u_1 = u_0 \times q = u_0 \times (-1) = -u_0$



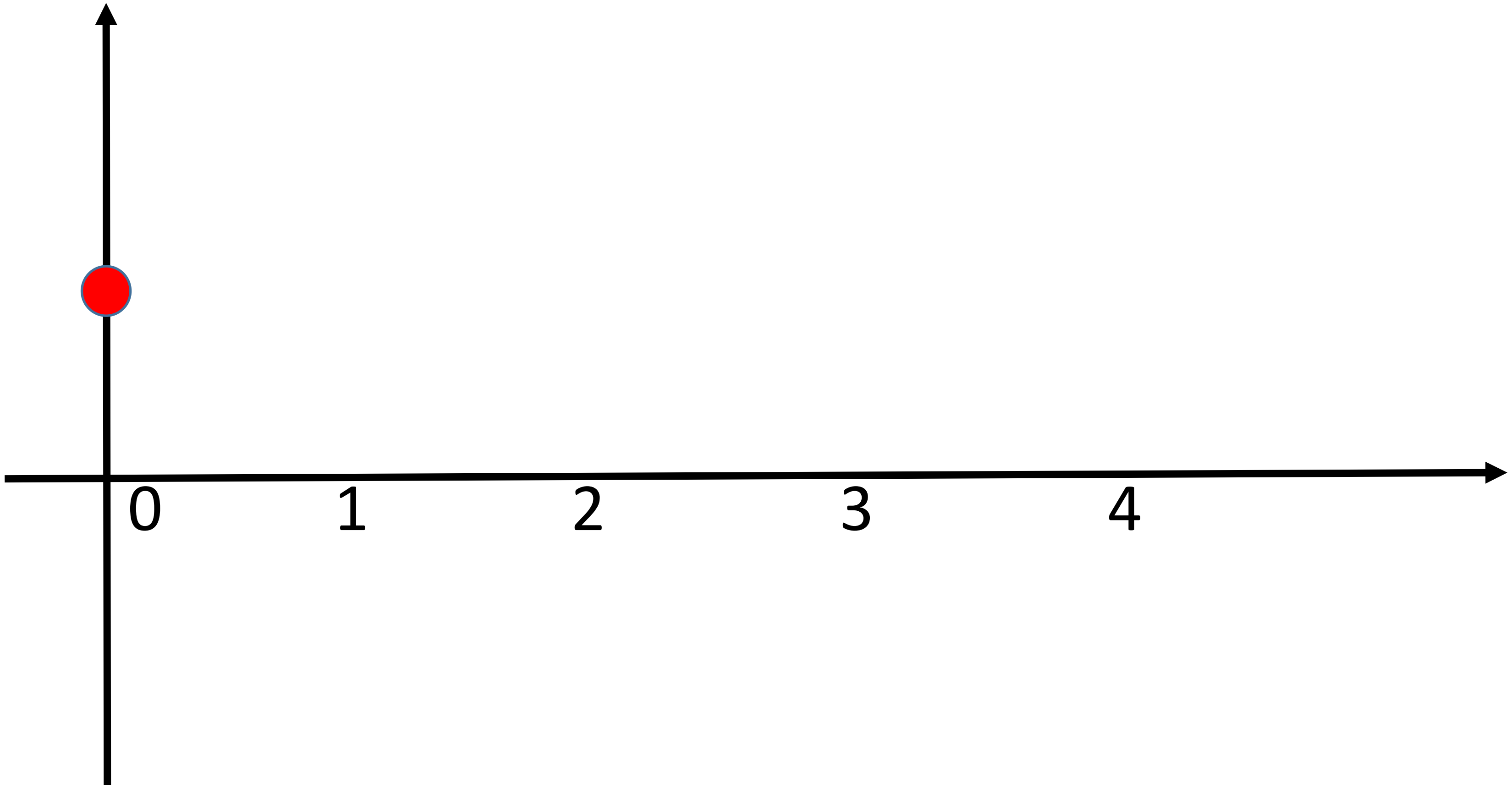
$$u_{n+1} = u_n \times q \qquad u_0 > 0$$

5ème cas : $q = -1$ $\quad u_{n+1} = u_n \times q = u_n \times (-1) = -u_n$



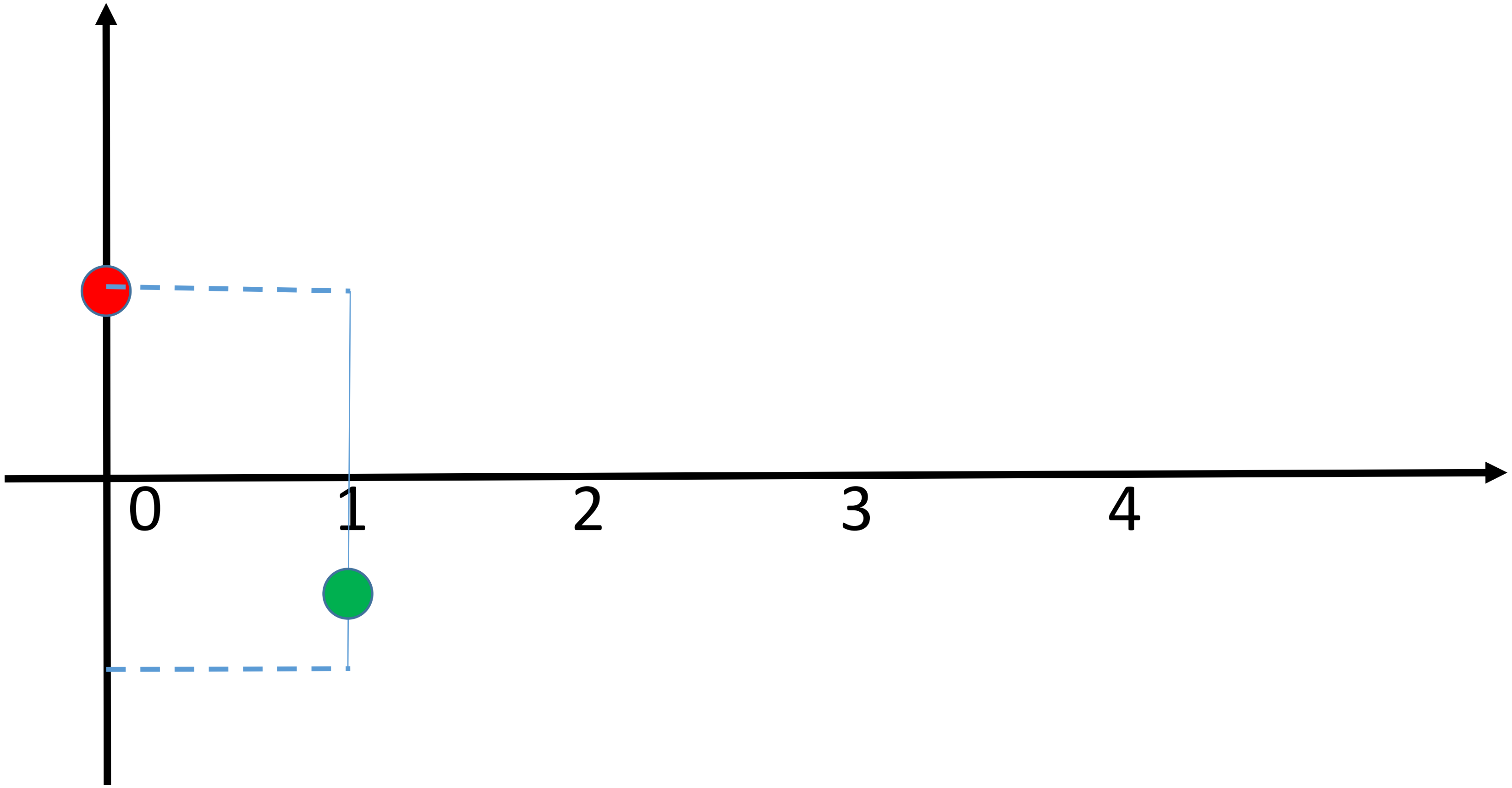
$$u_{n+1} = u_n \times q \qquad u_0 > 0$$

6ème cas : $-1 < q < 0$



$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

$6^{\text{ème}}$ cas : $-1 < q < 0$ $-1 \times u_0 < q \times u_0 < 0 \times u_0$ $-u_0 < u_1 < 0$

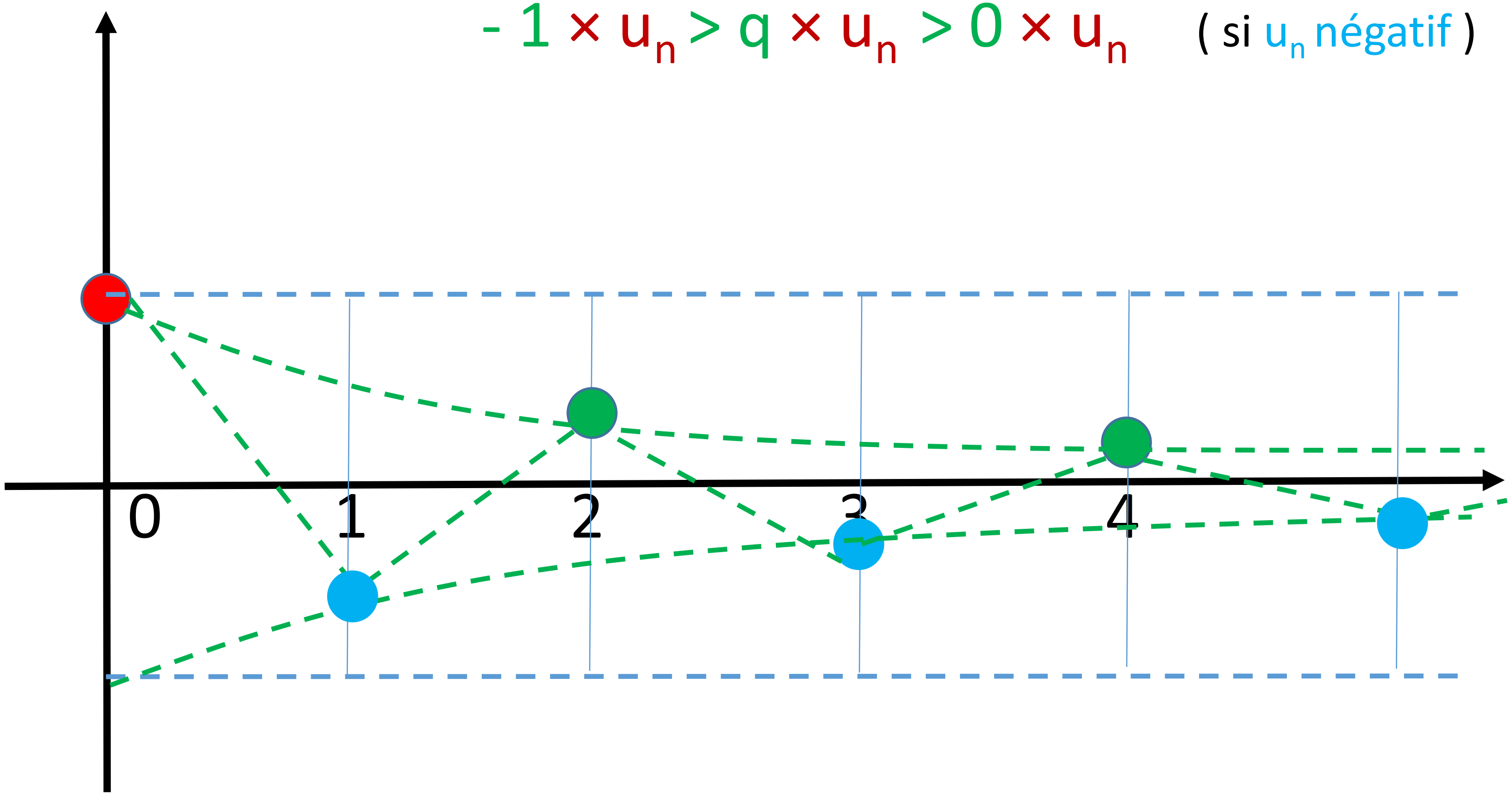


$$u_{n+1} = u_n \times q \qquad u_0 > 0$$

6ème cas : $-1 < q < 0$

$-1 \times u_n < q \times u_n < 0 \times u_n$ (si u_n positif) $-u_n < u_{n+1} < 0$

$-1 \times u_n > q \times u_n > 0 \times u_n$ (si u_n négatif) $0 < u_{n+1} < -u_n$



$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

7ème cas : $q < -1$

$u_{n+1} = u_n \times q$ $\qquad$ $u_0 > 0$

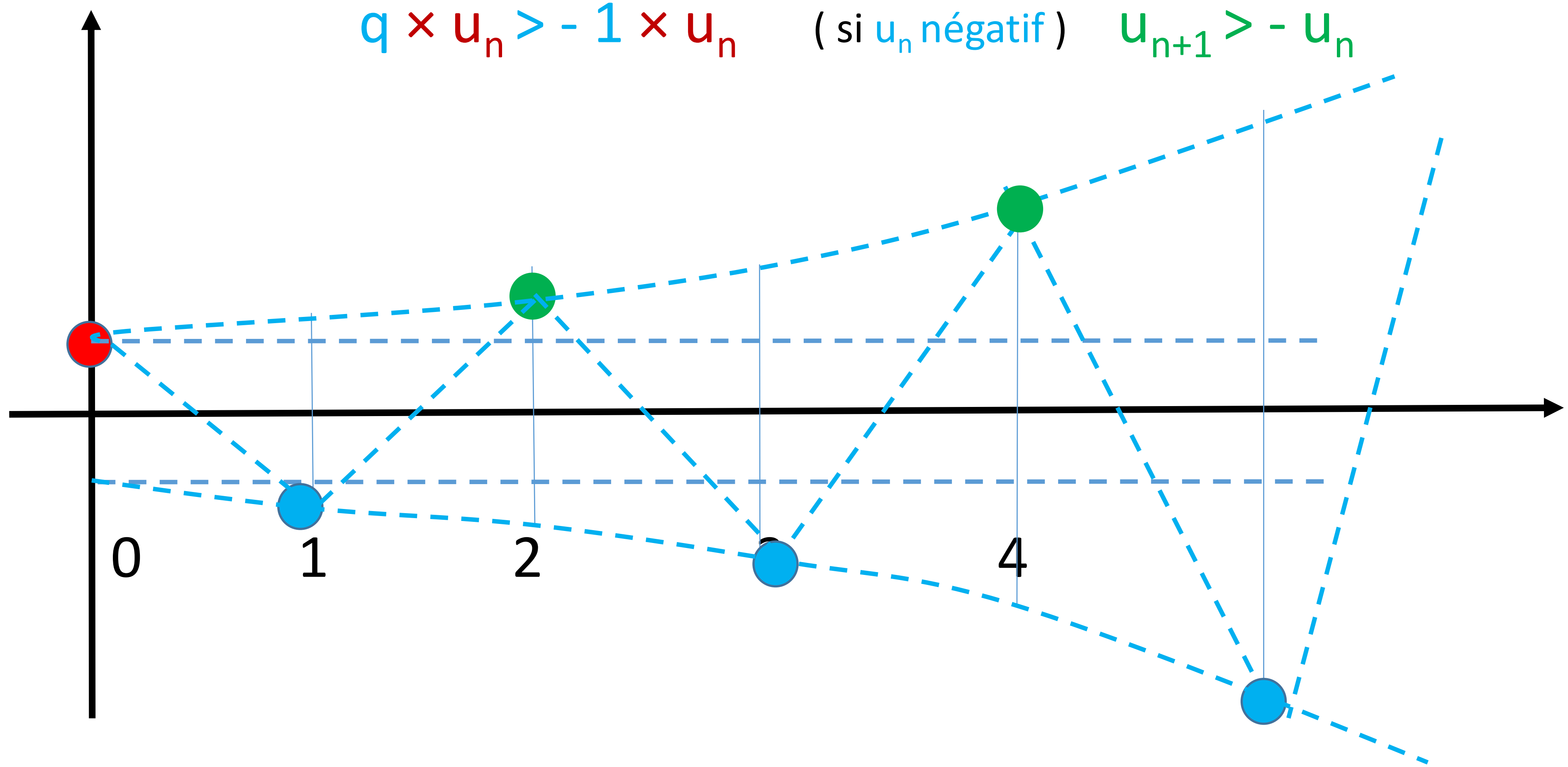
$7^{\text{ème}}$ cas : $q < -1$ $\qquad$ $q \times u_0 < -1 \times u_0$ $\qquad$ $u_1 < -u_0$

$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

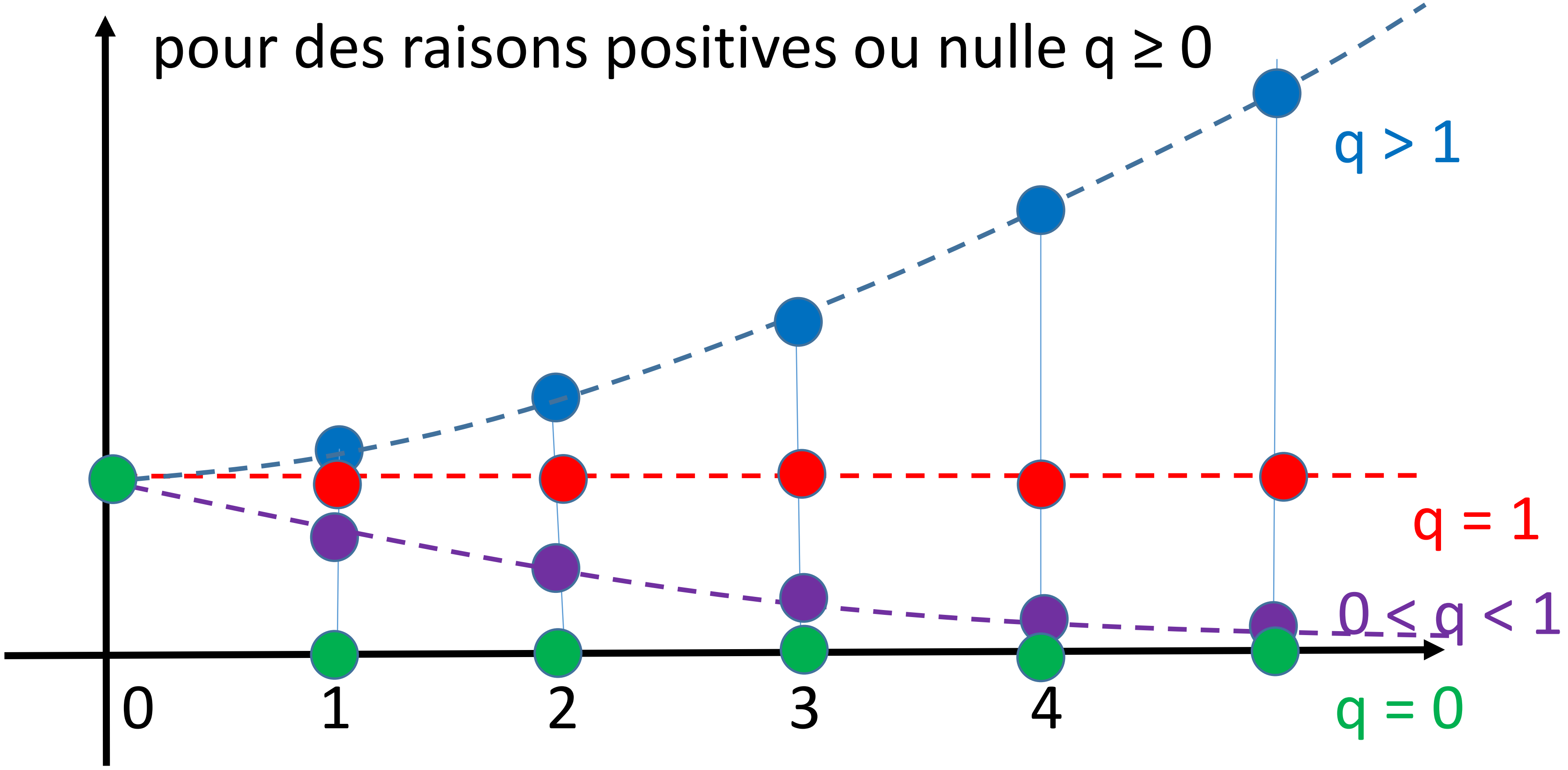
7ème cas : $q < -1$

$q \times u_n < -1 \times u_n$ (si u_n positif) $u_{n+1} < -u_n$

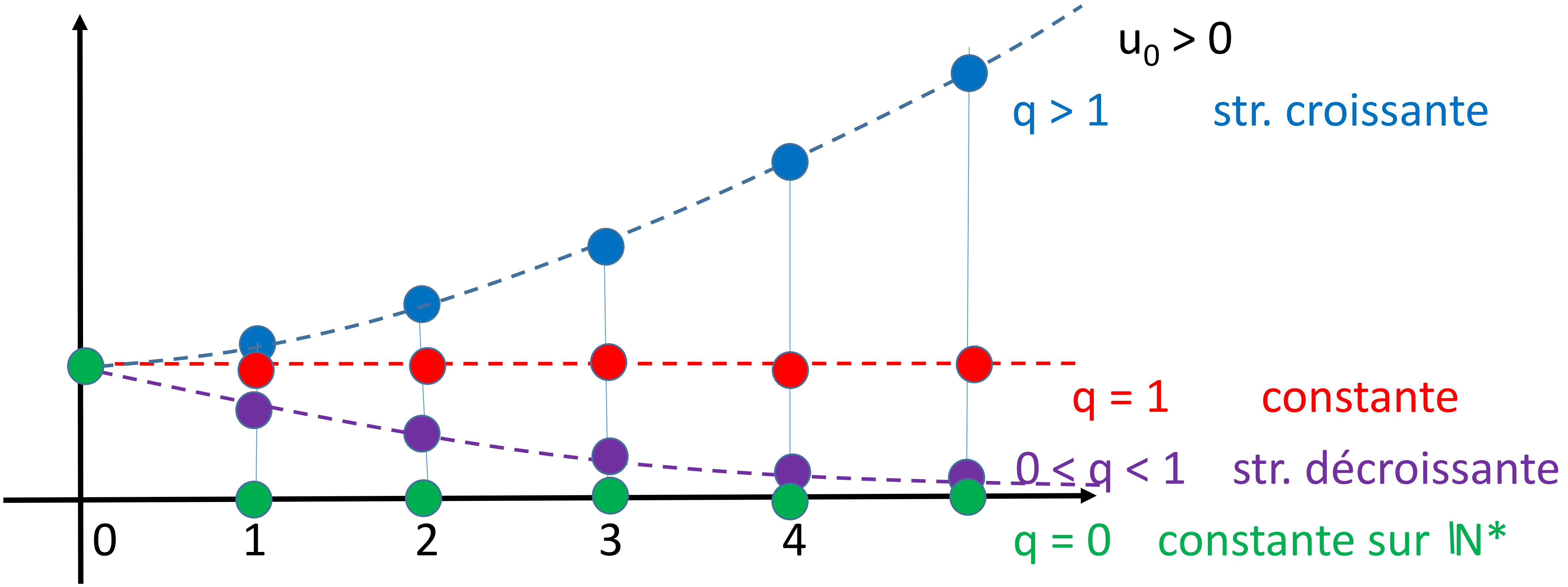
$q \times u_n > -1 \times u_n$ (si u_n négatif) $u_{n+1} > -u_n$



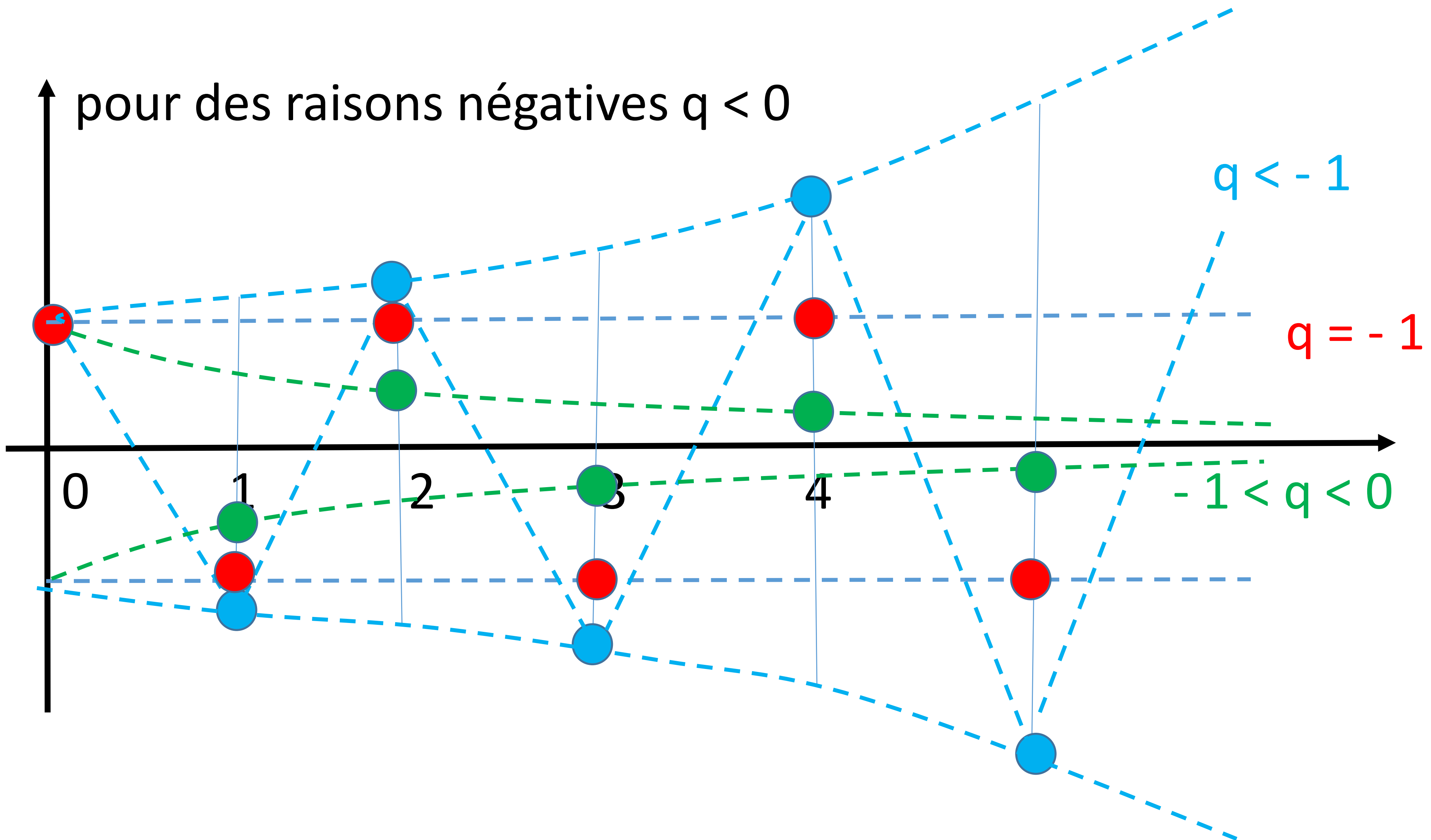
5°) Sens de variation d'une suite géométrique :



5°) Sens de variation d'une suite géométrique :

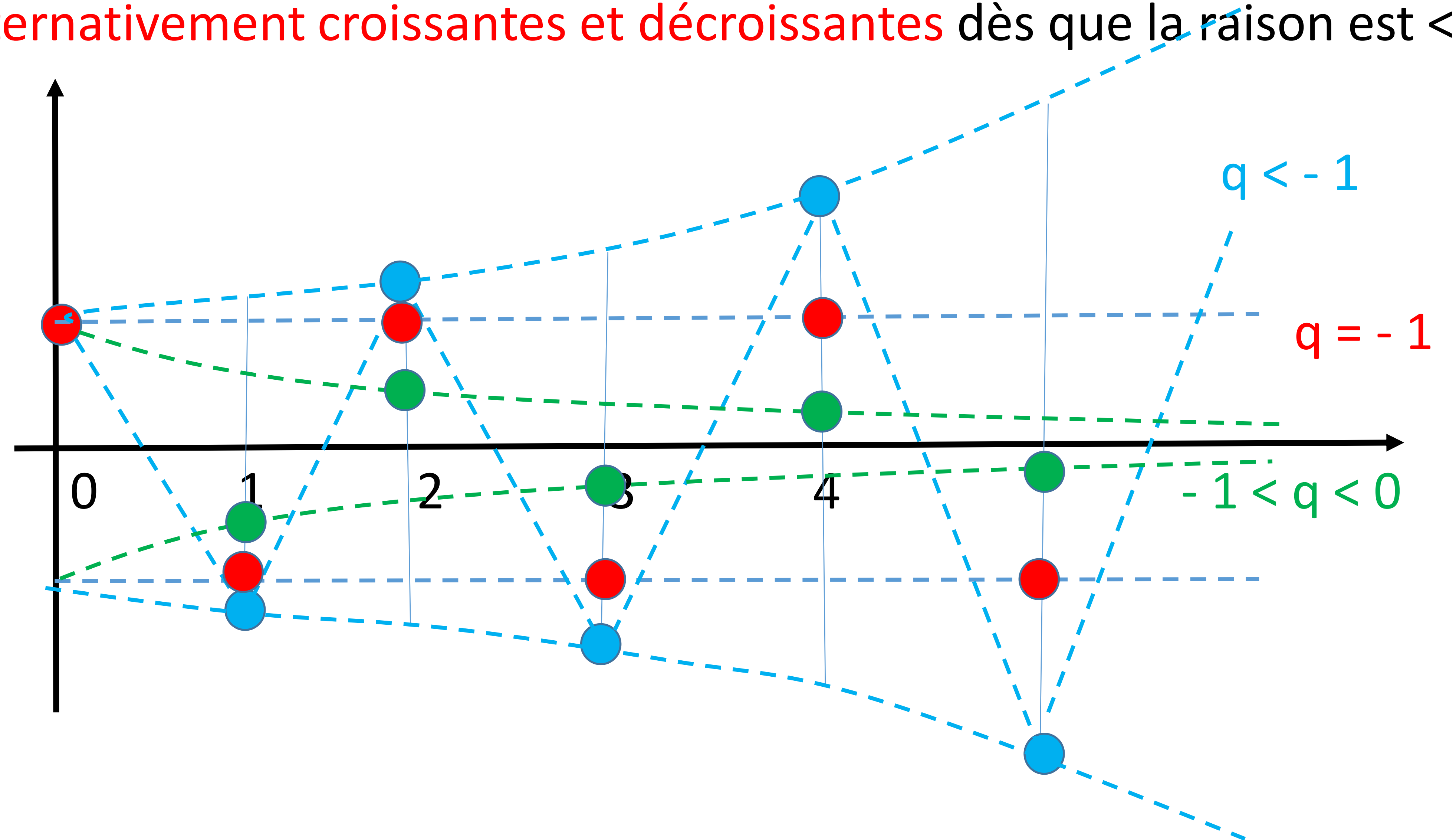


5°) Sens de variation d'une suite géométrique :

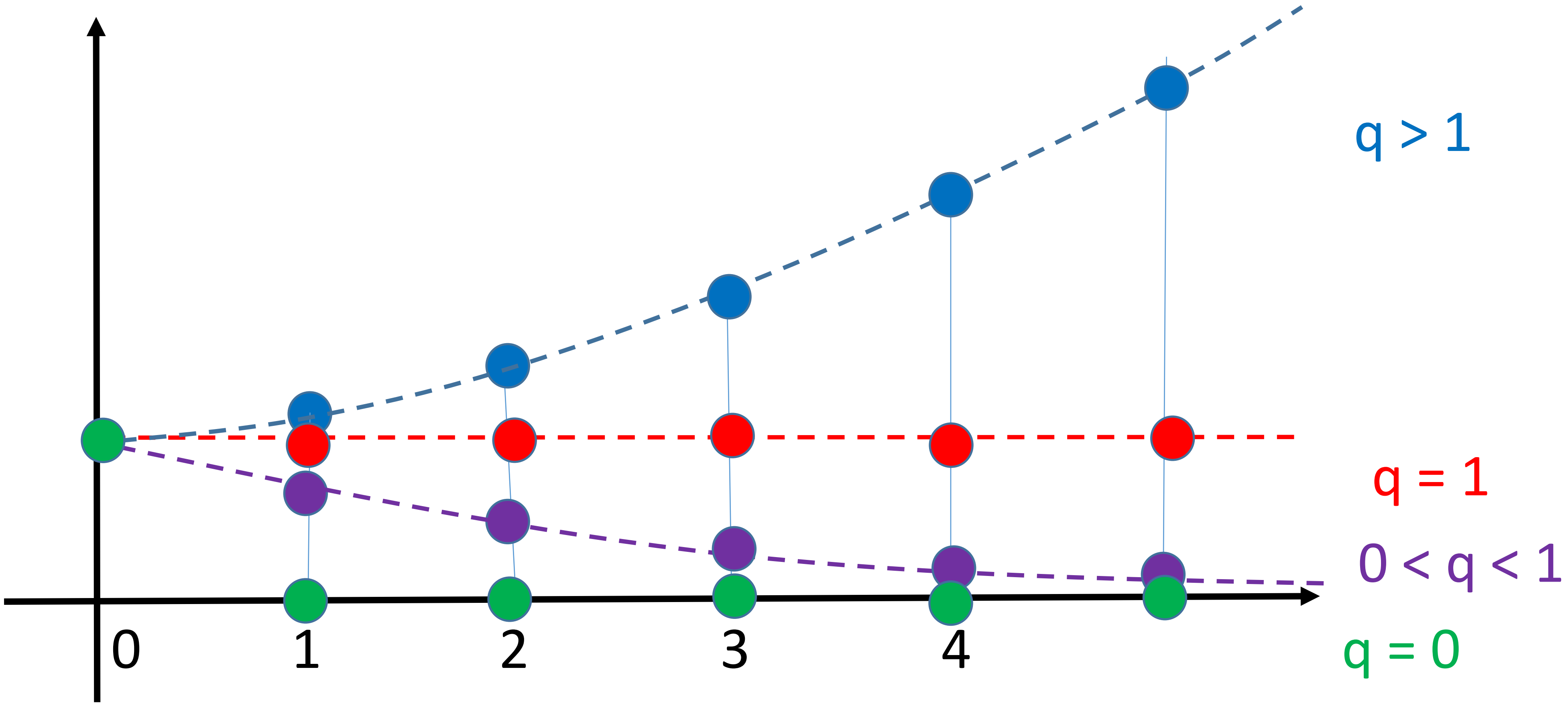


5°) Sens de variation d'une suite géométrique :

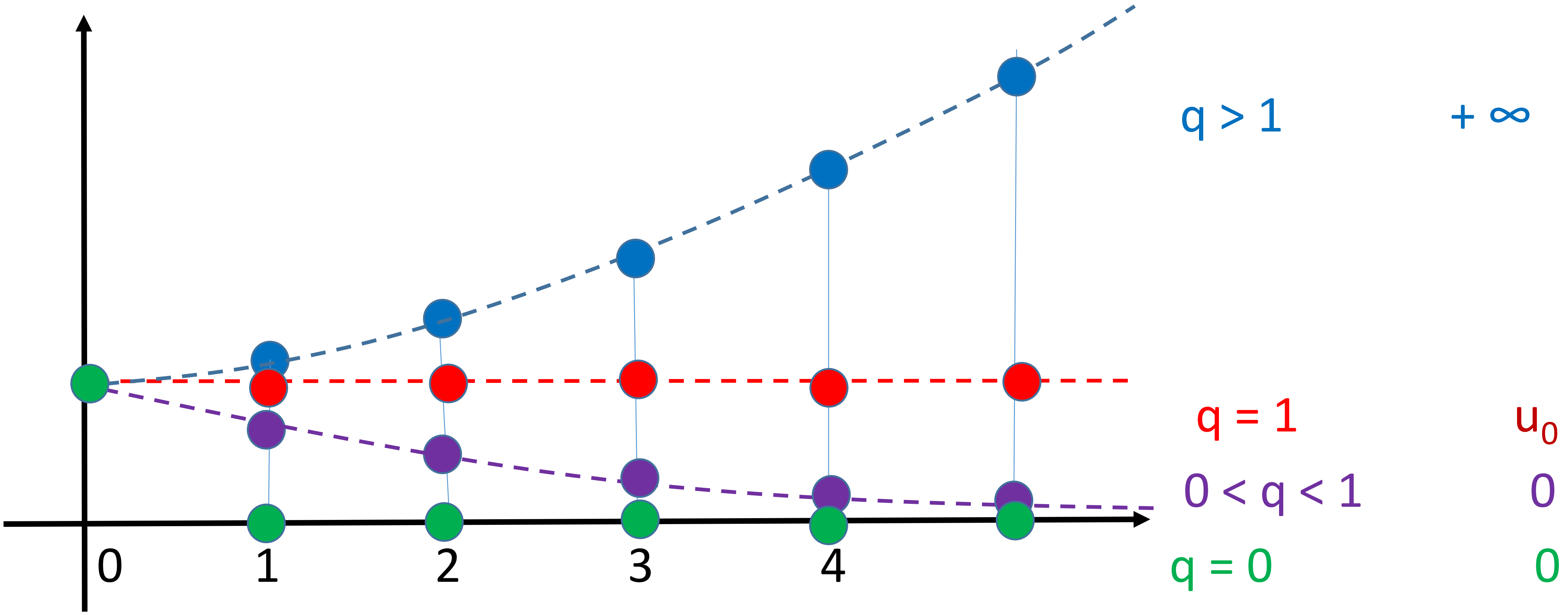
alternativement croissantes et décroissantes dès que la raison est < 0



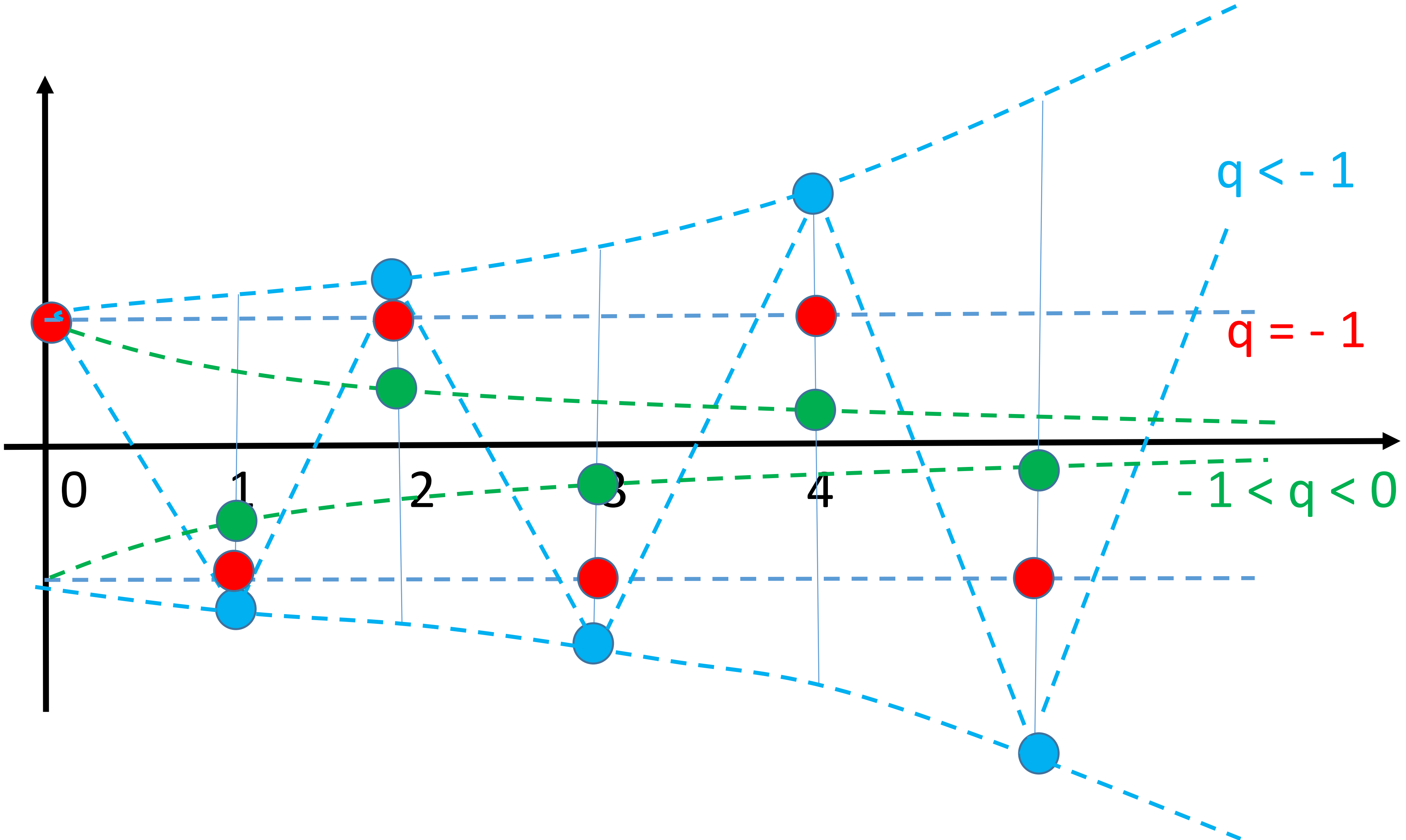
6°) Limite d'une suite géométrique :



6°) Limite d'une suite géométrique :



6°) Limite d'une suite géométrique :



6°) Limite d'une suite géométrique :