

Exercice 3 :

Soit la fonction f

définie sur $[-1; 4]$

par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

1°) Développez $(x - 1)(x - 3)$.

2°) Déterminez les sens de variation, les extremums, et les signes de f .

3°) Vérifiez avec la courbe obtenue à la calculatrice.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

1°) Développez $(x - 1)(x - 3)$.

$$(x - 1)(x - 3)$$

$$= x(x - 3) - 1(x - 3)$$

$$= x^2 - 3x - x + 3$$

$$= x^2 - 4x + 3$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

2°) Sens de variation de f ?

Méthode :

- 1) dérivée de f
- 2) signes de f'
- 3) variations de f avec le théorème de la monotonie
- 4) on en déduira extremums
et signes de f (s'ils sont demandés)

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

2°) Etape 1 :

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3)' - 6(x^2)' + (9x)' \\ &= 3x^2 - 6(2x) + 9 \\ &= 3x^2 - 12x + 9 \end{aligned}$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

2°) Etape 1 :

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3)' - 6(x^2)' + (9x)' \\ &= 3x^2 - 6(2x) + 9 \\ &= 3x^2 - 12x + 9 \end{aligned}$$

$$\text{Etape 2 : } 3x^2 - 12x + 9 = 0 ?$$

$$> 0 ?$$

$$< 0 ?$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

2°)

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3)' - 6(x^2)' + (9x)' \\ &= 3x^2 - 6(2x) + 9 \\ &= 3x^2 - 12x + 9 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

trop difficile à résoudre

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

2°)

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3)' - 6(x^2)' + (9x)' \\ &= 3x^2 - 6(2x) + 9 \\ &= 3x^2 - 12x + 9 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$\iff 3(x^2 - 4x + 3) = 0$$

$$\iff 3(x - 1)(x - 3) = 0$$

d'après la *question 1°*

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) = 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$\iff 3(x^2 - 4x + 3) = 0 \quad \text{cf qu. 1}^\circ$$

$$\iff 3(x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\iff x = 1 \text{ ou } x = 3$$

x	-1	1	3	4
f'(x)		0	0	

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) < 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 < 0$$

$$\iff 3(x^2 - 4x + 3) < 0 \quad \text{cf qu. 1}^\circ$$

$$\iff 3(x - 1)(x - 3) < 0$$

$$\iff x \text{ est dans } \dots ?$$

x	-1	1	3	4
f'(x)		0	0	

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) < 0 \iff 3(x-1)(x-3) < 0$$

On utilise un tableau de signes

x	-1	4
3		
$x - 1$		
$x - 3$		
$f'(x)$		

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) < 0 \iff 3(x-1)(x-3) < 0$$

signes de $x-1$? de $x-3$? de $f'(x)$?

x	-1	4
3		
$x-1$		
$x-3$		
$f'(x)$		

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

sur $[-1; 4]$

$$x - 3 = 0 \iff x = 3$$

$$x - 3 < 0 \iff x < 3$$

$$x - 3 > 0 \iff x > 3$$

x	-1	1	3	4
3				
$x - 1$		0		
$x - 3$			0	
$f'(x)$				

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

sur $[-1; 4]$

$$x - 3 = 0 \iff x = 3$$

$$x - 3 < 0 \iff x < 3$$

$$x - 3 > 0 \iff x > 3$$

x	-1	1	3	4
3				
$x - 1$		0		
$x - 3$	-		0	
$f'(x)$				

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

sur $[-1; 4]$

$$x - 3 = 0 \iff x = 3$$

$$x - 3 < 0 \iff x < 3$$

$$x - 3 > 0 \iff x > 3$$

x	-1	1	3	4
3				
$x - 1$		0		
$x - 3$		< 0	< 0	0
$f'(x)$				

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

sur $[-1; 4]$

$$x - 3 = 0 \iff x = 3$$

$$x - 3 < 0 \iff x < 3$$

$$x - 3 > 0 \iff x > 3$$

x	-1	1	3	4
3				
$x - 1$		0		
$x - 3$		-	0	
$f'(x)$				

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

sur $[-1; 4]$

$$x - 3 = 0 \iff x = 3$$

$$x - 3 < 0 \iff x < 3$$

$$x - 3 > 0 \iff x > 3$$

x	-1	1	3		4
3					
$x - 1$		0			
$x - 3$	-		-	0	> 0
$f'(x)$					

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

sur $[-1; 4]$

$$x - 3 = 0 \iff x = 3$$

$$x - 3 < 0 \iff x < 3$$

$$x - 3 > 0 \iff x > 3$$

x	-1	1	3	4
3				
$x - 1$		0		
$x - 3$	-	-	0	+
$f'(x)$				

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

sur $[-1; 4]$

$$x - 1 = 0 \iff x = 1$$

$$x - 1 < 0 \iff x < 1$$

$$x - 1 > 0 \iff x > 1$$

x	-1	1	3	4
3				
x - 1	< 0	0		
x - 3	-	-	0	+
f'(x)				

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

sur $[-1; 4]$

$$x - 1 = 0 \iff x = 1$$

$$x - 1 < 0 \iff x < 1$$

$$x - 1 > 0 \iff x > 1$$

x	-1	1	3	4
3				
$x - 1$	< 0	0	> 0	> 0
$x - 3$	-		-	0
$f'(x)$				

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

sur $[-1; 4]$

$$x - 1 = 0 \iff x = 1$$

$$x - 1 < 0 \iff x < 1$$

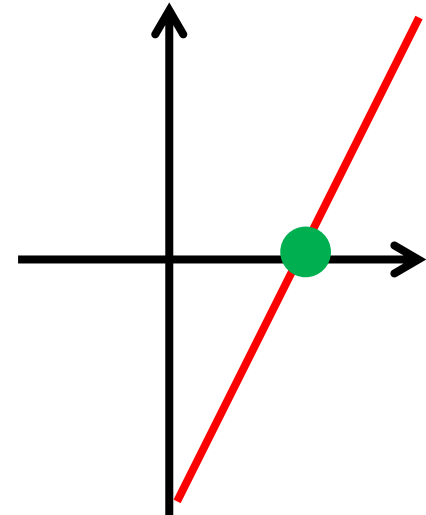
$$x - 1 > 0 \iff x > 1$$

x	-1	1	3	4
3				
x - 1	-	0	+	+
x - 3	-	-	0	+
f'(x)				

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad f'(x) = 3(x-1)(x-3)$$

Autre méthode : $x - 3$ est une fct affine,
 coeff. directeur = $1 > 0$ donc $x - 3$ est
 strictement croissant, donc $x - 3 < 0$ avant 3
 et $x - 3 > 0$ après 3

x	-1	3	4
$x - 3$	-	0	+

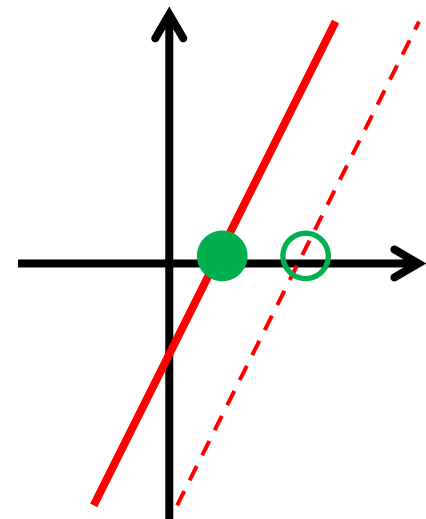


$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad f'(x) = 3(x-1)(x-3)$$

Autre méthode : $x - 3$ est une fct affine,
 coeff. directeur = $1 > 0$ donc $x - 3$ est
 strictement croissant, donc $x - 3 < 0$ avant 3
 et $x - 3 > 0$ après 3

Même méthode pour $x - 1$

x	-1	1	3	4
$x - 3$	-	-	0	+
$x - 1$	-	0	+	+



$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

$$f'(x) > 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 > 0$$

$$\iff 3(x^2 - 4x + 3) > 0$$

$$\iff 3(x - 1)(x - 3) > 0$$

Il faut résoudre avec un tableau de signes :

x	-1	1	3	4
3	+	+	+	
x - 1	-	0	+	+
x - 3	-	-	0	+
f'(x)				

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

$$f'(x) > 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 > 0$$

$$\iff 3(x^2 - 4x + 3) > 0$$

$$\iff 3(x - 1)(x - 3) > 0$$

Il faut résoudre avec un tableau de signes :

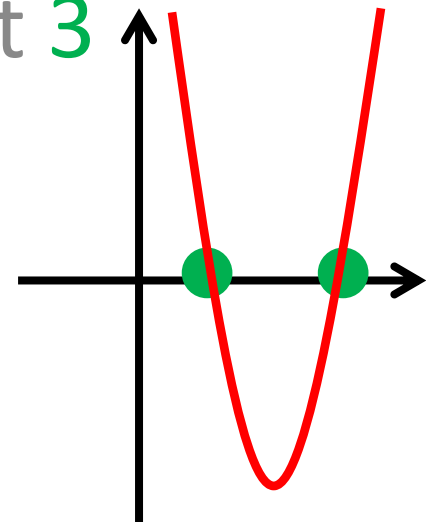
x	-1	1	3	4
3	+	+	+	
x - 1	-	0	+	+
x - 3	-	-	0	+
f'(x)	+	0	-	+

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad f'(x) = 3(x-1)(x-3)$$

Autre méthode : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ est un fct polynôme degré 2, sa courbe est donc une parabole, orientée vers le haut car $a = 3 > 0$ donc $f'(x)$ est strictement positive avant 1 et après 3

et strictement négative entre 1 et 3

x	- 1	1	3	4	
f '(x)	+	0	-	0	+



$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

On en déduit les sens de variation de f grâce au théorème de la monotonie :

x	- 1	1	3	4	
f '(x)	+	0	-	0	+

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

On en déduit les sens de variation de f grâce au théorème de la monotonie :

x	-1	1	3	4	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)					

Exemple :



$$f'(x) > 0 \text{ sur } [-1; 1]$$

$\Leftrightarrow f$ strict. croissante sur $[-1; 1]$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

On en déduit les sens de variation de f grâce au théorème de la monotonie :



x	-1	1	3	4	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Exemple :


$$f'(x) > 0 \text{ sur } [-1; 1]$$

$\Leftrightarrow f$ strict. croissante sur $[-1; 1]$

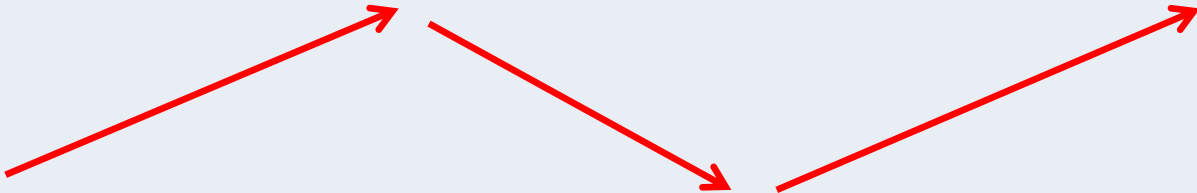
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

Réponse : sens de variation de f

x	- 1	1	3	4	
f '(x)	+	0	-	0	+
f(x)					

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

Réponse : sens de variation de f

x	-1	1	3	4	
f '(x)	+	0	-	0	+
f(x)					

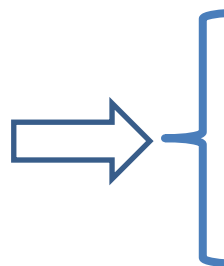
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

On en déduit les **extremums de f** grâce aux
extremums locaux **sur les intervalles de**
monotonie :

x	-1	1	3	4
f(x)	-16	?	?	?

$$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1) = -1 - 6 - 9 = -16$$

Même méthode pour les autres.


Mini = ... atteint en ...
Maxi = ... atteint en ...

Calcul de 4 images : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

Il faut calculer

$$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1)$$

$$f(1) = 1^3 - 6(1^2) + 9(1)$$

$$f(2) = 2^3 - 6(2^2) + 9(2)$$

$$f(4) = 4^3 - 6(4^2) + 9(4)$$

Comment se simplifier ces 4 calculs ?

Calcul de 4 images : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

Il faut calculer

$$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1)$$

$$f(1) = 1^3 - 6(1^2) + 9(1)$$

$$f(2) = \dots \qquad f(4) = \dots$$

Comment se simplifier ces 4 calculs ?

Menu **TABL** → on tape **Y1 = $X^3 - 6X^2 + 9X$**

→ **SET** de **-1** à **4** avec un pas de **1**

→ **Tabl** → on lit **$f(-1) = -16$** etc...

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

On en déduit les **extremums de f** grâce aux extremums locaux **sur les intervalles de monotonie** :

x	-1	1	3	4
f(x)	-16	4	0	4

$$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1) = -1 - 6 - 9 = -16$$

Même méthode pour les autres.


 {

Mini = ... atteint en ...

Maxi = ... atteint en ...

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

On en déduit les **extremums de f** grâce aux
extremums locaux **sur les intervalles de**
monotonie :

x	-1	1	3	4
f(x)	-16	4	0	4

$$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1) = -1 - 6 - 9 = -16$$

Même méthode pour les autres.

{

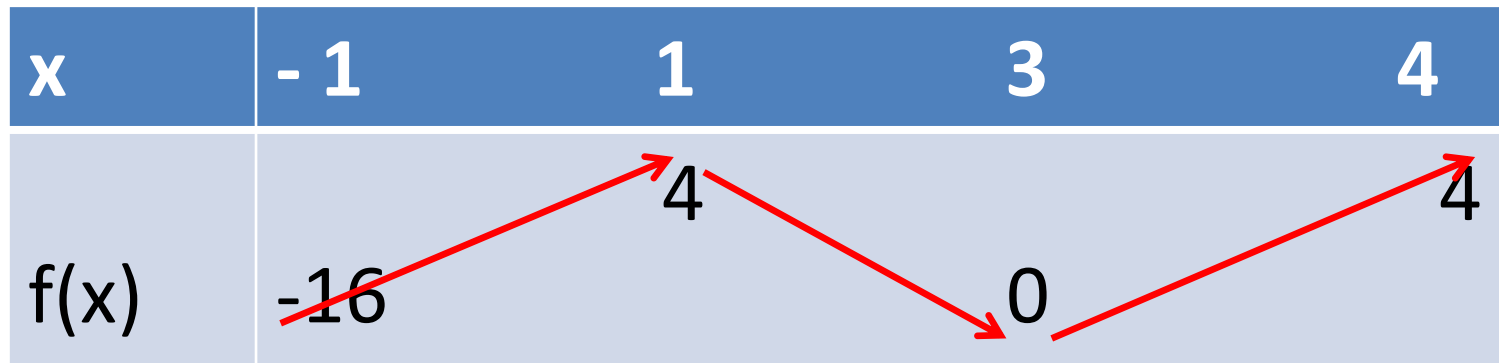
Mini = -16 atteint en -1

Maxi = 4 atteint en 1 et 4

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

On en déduit les signes de f grâce aux extremums locaux sur les intervalles de monotonie :

x	-1	1	3	4
f(x)	-16	4	0	4



$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

On en déduit les signes de f grâce aux extremums locaux sur les intervalles de monotonie :

x	-1	a	1	3	4
f(x)	-16	0	4	0	4

Diagram illustrating the sign of $f(x)$ on intervals of monotonicity:

- Interval $[-1, 0]$: $f(x)$ is negative (indicated by a red minus sign).
- Interval $[0, 1]$: $f(x)$ is positive (indicated by a red plus sign).
- Interval $[1, 3]$: $f(x)$ is positive (indicated by a red plus sign).
- Interval $[3, 4]$: $f(x)$ is positive (indicated by a red plus sign).

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

On en déduit les signes de f grâce aux extremums locaux sur les intervalles de monotonie :

x	-1	a	1	3	4
f(x)	-16	0	4	0	4

Sur $[-1; 1]$ il existe un unique a tel que $f(a) = 0$

Sur $[-1; a]$ $f(x) < 0$ Sur $]a; 1]$ $f(x) > 0$

Sur $[1; 3]$ $f(x) > 0$

Sur $]3; 4]$ $f(x) > 0$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

x	-1	a	1	3	4
f(x)	-16	0	4	0	4

Diagram illustrating the sign changes between the roots of the function $f(x)$ on the interval $[-1; 4]$. The roots are -1 , a , 1 , 3 , and 4 . The function values at these points are -16 , 0 , 4 , 0 , and 4 respectively. Red arrows indicate the sign of the function between the roots: from -1 to a (negative), from a to 1 (positive), from 1 to 3 (negative), and from 3 to 4 (positive).

Pour les signes il ne manque plus que la valeur numérique de a .

$$f(a) = 0 \iff a^3 - 6a^2 + 9a = 0$$

impossible à résoudre

On utilise sa calculatrice (graphique, tableur, équations) : elle affiche ...

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

x	-1	a	1	3	4
f(x)	-16	0	4	0	4

Diagram illustrating the sign changes between the roots of the function $f(x)$ on the interval $[-1; 4]$. The roots are -1 , a , 1 , 3 , and 4 . The function values at these points are -16 , 0 , 4 , 0 , and 4 respectively. Red arrows indicate the sign of the function between the roots: from -1 to a (negative), from a to 1 (positive), from 1 to 3 (negative), and from 3 to 4 (positive).

Pour les signes il ne manque plus que la valeur numérique de a .

$$f(a) = 0 \iff a^3 - 6a^2 + 9a = 0$$

impossible à résoudre

On utilise sa calculatrice (graphique, tableur, équations) : elle affiche 0 mais ...

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

x	-1	a	1	3	4
f(x)	-16	0	4	0	4

Pour les signes il ne manque plus que la valeur numérique de **a**.

$$f(a) = 0 \iff a^3 - 6a^2 + 9a = 0$$

impossible à résoudre

On utilise sa calculatrice (graphique, tableur, équations) : elle affiche **0** mais on ne sait pas si c'est une valeur exacte. Méthode : ...

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

x	-1	a	1	3	4
f(x)	-16	0	4	0	4

Pour les signes il ne manque plus que la valeur numérique de **a**.

$$f(a) = 0 \iff a^3 - 6a^2 + 9a = 0$$

impossible à résoudre

On utilise sa calculatrice (graphique, tableur, équations) :
elle affiche **0** mais on ne sait pas si c'est une valeur exacte.

Méthode : $f(0) = 0$ ou $f(0) \approx 0$?

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

x	-1	a	1	3	4
f(x)	-16	0	4	0	4

Pour les signes il ne manque plus que la valeur numérique de **a**.

$$f(a) = 0 \iff a^3 - 6a^2 + 9a = 0$$

impossible à résoudre

On utilise sa calculatrice (graphique, tableur, équations) : elle affiche **0** mais on ne sait pas si c'est une valeur exacte.

Méthode : $f(0) = 0$ ou $f(0) \approx 0$?

$$f(0) = 0^3 - 6(0^2) + 9(0) = 0 \quad \text{donc} \quad a = 0$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

x	-1	a	1	3	4
f(x)	-16	0	4	0	4

Diagram illustrating the function values and signs between points:
 -16 to 0: -
 0 to 4: +
 4 to 0: +
 0 to 4: +

$$f(a) = 0 \iff a^3 - 6a^2 + 9a = 0$$

impossible de résoudre !

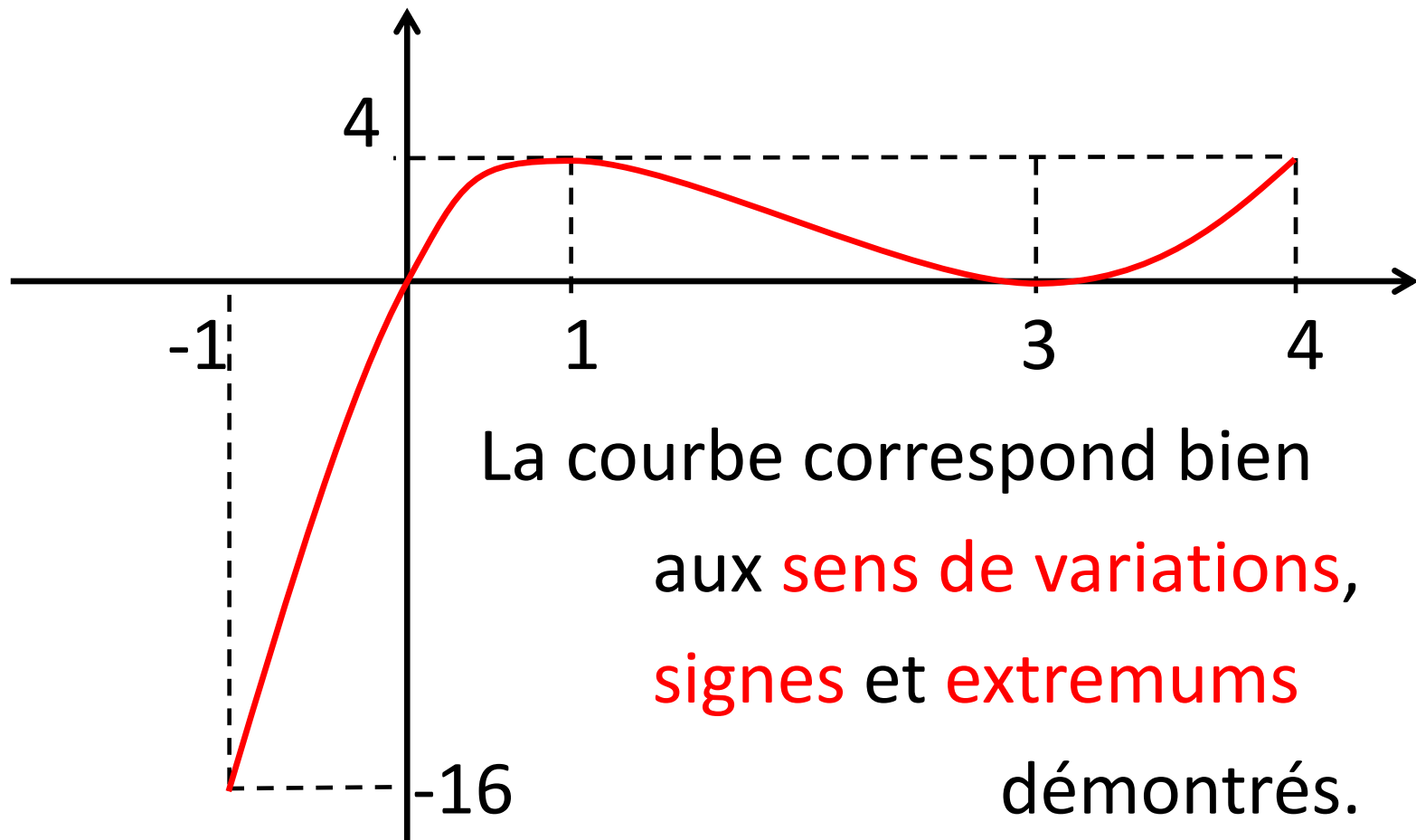
calculatrice : écran 0 $\Rightarrow$ valeur exacte ?

$$f(0) = 0^3 - 6(0^2) + 9(0) = 0 \quad \text{donc} \quad a = 0$$

x	-1	0	3	4
f(x)	-	0	+	+

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad \text{sur } [-1; 4]$$

3°) Vérification à la calculatrice graphique :



Exercice 4 :

Soit la fonction f définie sur $[-5 ; 3]$

$$\text{par } f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$$

1°) Déterminez la forme développée et les racines de $3(x + 1)^2 - 27$ et déduisez-en sa forme factorisée.

2°) Déterminez les sens de variation, les extremums, et les signes de f .

3°) Vérifiez avec la courbe obtenue à la calculatrice.

Exercice 4 :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

1°)

forme développée de $3(x + 1)^2 - 27$:

développer $3(x + 1)^2 - 27$

racines de $3(x + 1)^2 - 27$:

résoudre $3(x + 1)^2 - 27 = 0$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

1°) Forme développée :

$$\begin{aligned} 3(x + 1)^2 - 27 &= 3(x^2 + 2x + 1) - 27 \\ &= 3x^2 + 6x + 3 - 27 = 3x^2 + 6x - 24 \end{aligned}$$

Racines :

$$3x^2 + 6x - 24 = 0 \text{ impossible à résoudre}$$

$$3(x + 1)^2 - 27 = 0 \iff \dots$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 1^\circ) \quad 3(x + 1)^2 - 27 &= 3(x^2 + 2x + 1) - 27 \\ &= 3x^2 + 6x + 3 - 27 = 3x^2 + 6x - 24 \end{aligned}$$

$$3x^2 + 6x - 24 = 0 \quad \text{impossible à résoudre}$$

$$\begin{aligned} 3(x + 1)^2 - 27 &= 0 \quad \longleftrightarrow \dots \\ &\longleftrightarrow x = \dots \end{aligned}$$

(exo 10)

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$1^\circ) 3(x + 1)^2 - 27 = 3(x^2 + 2x + 1) - 27$$

$$= 3x^2 + 6x + 3 - 27 = 3x^2 + 6x - 24$$

$$3(x + 1)^2 - 27 = 0 \iff 3(x + 1)^2 = 27$$

$$\iff (x + 1)^2 = 27/3 = 9$$

$$\iff x + 1 = \sqrt{9} \quad \text{ou} \quad x + 1 = -\sqrt{9}$$

$$\iff x = 3 - 1 = 2 \quad \text{ou} \quad x = -3 - 1 = -4$$

Racines 2 et -4

$\Rightarrow$ Forme factorisée ...

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$1^\circ) 3(x + 1)^2 - 27 = 3(x^2 + 2x + 1) - 27$$

$$= 3x^2 + 6x + 3 - 27 = 3x^2 + 6x - 24$$

$$3(x + 1)^2 - 27 = 0 \iff 3(x + 1)^2 = 27$$

$$\iff (x + 1)^2 = 27/3 = 9$$

$$\iff x + 1 = \sqrt{9} \quad \text{ou} \quad x + 1 = -\sqrt{9}$$

$$\iff x = 3 - 1 = 2 \quad \text{ou} \quad x = -3 - 1 = -4$$

Racines 2 et -4 de $3x^2 + 6x - 24$

$\Rightarrow$ Forme factorisée $3(x - 2)(x + 4)$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

2°) Sens de variations :

1^{ère} étape : $f'(x) = ?$

2^{ème} étape :

$$f'(x) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x = \dots ?$$

$$f'(x) < 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x \text{ est dans } \dots ?$$

$$f'(x) > 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x \text{ est dans } \dots ?$$

3^{ème} étape :

théorème de la monotonie

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

2°) Sens de variations :

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \qquad 3x^2 + 6x - 24 = 0$$

impossible à résoudre

$$3(x - 2)(x + 4) = 0$$

d'après la question 1°

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -4$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

2°) Sens de variations :

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \iff 3x^2 + 6x - 24 = 0$$

impossible à résoudre (avant la T^{ale})

$$\iff 3(x - 2)(x + 4) = 0$$

d'après la question 1°

$$\iff x = 2 \text{ ou } x = -4 \quad \text{algèbre de 4^{ème}}$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

2°) Sens de variations :

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \iff 3x^2 + 6x - 24 = 0 \quad \textit{impossible}$$

$$\iff 3(x - 2)(x + 4) = 0 \quad \textit{d'après la question 1°}$$

$$\iff x = 2 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

$f'(x) > 0$ sera résolu par un tableau de signes

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3
3				
x + 4				
x - 2				
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3
3	+		+	+
x + 4				
x - 2				
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4)$$

$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

$$x - 2 < 0 \iff x < 2$$

$$x - 2 > 0 \iff x > 2$$

x	-5	-4	2	3
3	+	+	+	
x + 4		0		
x - 2			0	
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4)$$

$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

$$x - 2 < 0 \iff x < 2$$

$$x - 2 > 0 \iff x > 2$$

x	-5	-4	2	3
3	+		+	+
x + 4		0		
x - 2			0	
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4)$$

$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

$$x - 2 < 0 \iff x < 2$$

$$x - 2 > 0 \iff x > 2$$

x	-5	-4	2	3
3	+	+	+	
x + 4		0		
x - 2			0	
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4)$$

$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

$$x - 2 < 0 \iff x < 2$$

$$x - 2 > 0 \iff x > 2$$

x	-5	-4	2	3
3	+	+	+	
x + 4		0		
x - 2	< 0	< 0	0	
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4)$$

$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

$$x - 2 < 0 \iff x < 2$$

$$x - 2 > 0 \iff x > 2$$

x	-5	-4	2		3
3	+		+		+
x + 4	0				
x - 2	< 0		< 0	0	
f'(x)					

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4)$$

$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

$$x - 2 < 0 \iff x < 2$$

$$x - 2 > 0 \iff x > 2$$

x	-5	-4	2		3
3	+		+		+
x + 4		0			
x - 2	< 0	< 0	0		
f'(x)					

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4)$$

$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

$$x - 2 < 0 \iff x < 2$$

$$x - 2 > 0 \iff x > 2$$

x	-5	-4	2		3
3	+		+		+
x + 4	0				
x - 2	< 0		< 0	0	> 0
f'(x)					

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4)$$

$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

$$x - 2 < 0 \iff x < 2$$

$$x - 2 > 0 \iff x > 2$$

x	-5	-4	2	3
3	+		+	+
x + 4		0		
x - 2	-		0	+
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4)$$

$$x + 4 = 0 \iff x = -4$$

$$x + 4 < 0 \iff x < -4$$

$$x + 4 > 0 \iff x > -4$$

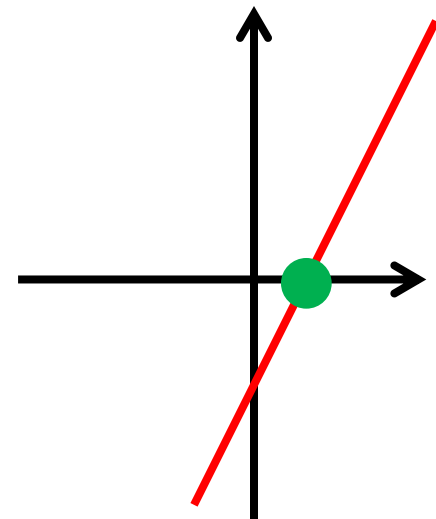
x	-5	-4	2	3
3	+		+	+
x + 4	-	0	+	+
x - 2	-		0	+
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$$

$$f'(x) = 3(x - 2)(x + 4)$$

Autre méthode : $x - 2$ est une fct affine,
 coeff. directeur = $1 > 0$ donc $x - 2$ est
 strictement croissant, donc $x - 2 < 0$ avant 2
 et $x - 2 > 0$ après 2

x	-5	-4	2	3
$x + 4$	-	0	+	+
$x - 2$	-	-	0	+



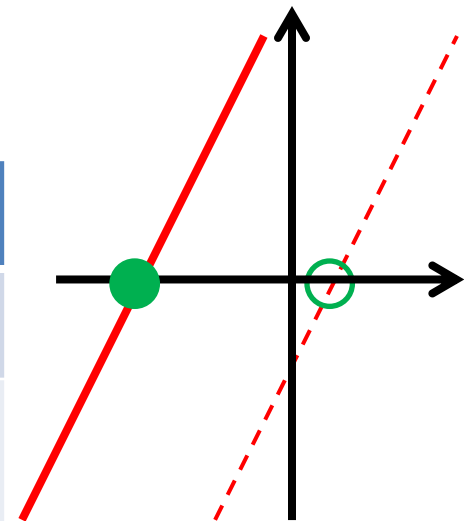
$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$$

$$f'(x) = 3(x - 2)(x + 4)$$

Autre méthode : $x - 2$ est une fct affine,
 coeff. directeur = $1 > 0$ donc $x - 2$ est
 strictement croissant, donc $x - 2 < 0$ avant 2
 et $x - 2 > 0$ après 2

Même méthode pour $x + 4$

x	-5	-4		2		3
$x + 4$	-	0	+		+	
$x - 2$	-		-	0	+	



$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3
3	+	+	+	
x + 4	-	0	+	+
x - 2	-	-	0	+
f'(x)	+	0	-	+

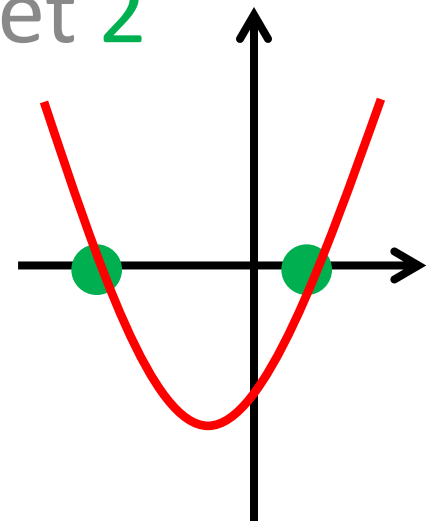
$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$$

$$f'(x) = 3(x - 2)(x + 4)$$

Autre méthode : $f'(x) = 3x^2 + 6x - 24$ est un fct polynôme degré 2, sa courbe est donc une parabole, orientée vers le haut car $a = 3 > 0$ donc $f'(x)$ est strictement positive avant -4 et après 2

et strictement négative entre -4 et 2

x	- 5	- 4	2	3	
f '(x)	+	0	-	0	+



$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	- 5	-4	2	3	
f '(x)	+	0	-	0	+
f (x)					

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)					

par le **théorème de la monotonie**

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

2°) Variations de f :

x	- 5	- 4	2	3	
f '(x)	+	0	-	0	+
f (x)					

Les **extremums** vont être déterminés
avec ...

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

2°) Variations de f :

x	- 5	- 4	2	3	
f '(x)	+	0	-	0	+
f (x)	?	?	?	?	

The diagram illustrates the variation of the function $f(x)$ on the interval $[-5; 3]$. The first row shows the values of x : -5, -4, 2, and 3. The second row shows the sign of the first derivative $f'(x)$: +, 0, -, 0, +. The third row shows the function value $f(x)$ at these points, marked with question marks. Red arrows indicate the function's behavior: it increases from $x = -5$ to $x = -4$, decreases from $x = -4$ to $x = 2$, and increases from $x = 2$ to $x = 3$.

Les **extremums** vont être déterminés avec les **monotonies** et les **extremums locaux** $f(-5)$; $f(-4)$; $f(2)$ et $f(3)$.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$f(-5) = (-5)^3 + 3(-5)^2 - 24(-5) + 12$$

$$= -125 + 75 + 120 + 12 = 207 - 125 = 82$$

Même méthode pour les autres images.

x	-5	-4		2		3
f'(x)	+	0	-	0	+	
f(x)	82	92		-16		-6

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$f(-5) = (-5)^3 + 3(-5)^2 - 24(-5) + 12$$

$$= -125 + 75 + 120 + 12 = 207 - 125 = 82$$

Même méthode pour les autres images.

x	-5	-4		2		3
f'(x)	+	0	-	0	+	
f(x)	82	92		-16		-6

$92 > -6$ donc **Maximum 92** atteint en -4

$-16 < 82$ donc **Minimum -16** atteint en 2

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$f(-5) = (-5)^3 + 3(-5)^2 - 24(-5) + 12$$

$$= -125 + 75 + 120 + 12 = 207 - 125 = 82$$

Même méthode pour les autres images.

x	-5	-4		2		3
f'(x)	+	0	-	0	+	
f(x)	82	92		-16		-6

Maximum 92 atteint en -4

Minimum -16 atteint en 2

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

x	-5	-4	a	2	3
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	82	92	0	-16	-6

Diagram illustrating the function values and monotonicity intervals:

- From x = -5 to x = -4, f(x) increases from 82 to 92 (indicated by a '+' sign above the arrow).
- From x = -4 to x = a, f(x) decreases from 92 to 0 (indicated by a '-' sign above the arrow).
- From x = a to x = 2, f(x) decreases from 0 to -16 (indicated by a '-' sign above the arrow).
- From x = 2 to x = 3, f(x) increases from -16 to -6 (indicated by a '+' sign above the arrow).

On en déduit grâce aux différentes monotonies :

Sur $[-5 ; -4[$ $f(x) > 0$

Sur $[-4 ; -2]$ il existe un unique antécédent a

tel que $f(a) = 0$

Sur $[-4 ; a[$ $f(x) > 0$

Sur $]a ; 2]$ $f(x) < 0$

Sur $[2 ; 3]$ $f(x) < 0$

Recherche de a :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

x	-5	-4	a	2	3
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	82	92	0	-16	-6

Diagram illustrating the function values and their monotonicity on the interval $[-5 ; 3]$. The function values are 82 at $x = -5$, 92 at $x = -4$, 0 at $x = a$, -16 at $x = 2$, and -6 at $x = 3$. The function is increasing on $[-5 ; -4]$ (marked with a red '+'), decreasing on $[-4 ; 2]$ (marked with a red '-'), and increasing on $[2 ; 3]$ (marked with a red '-'). A red '0' is placed at $x = a$ where $f(x) = 0$.

On en déduit grâce aux différentes monotonies :

Sur $[-5 ; -4[$ $f(x) > 0$

Sur $[-4 ; -2]$ il existe un unique antécédent a tel que $f(a) = 0$

Sur $[-4 ; a[$ $f(x) > 0$ Sur $]a ; 2]$ $f(x) < 0$

Sur $[2 ; 3]$ $f(x) < 0$

Impossible de résoudre $f(a) = 0$

Recherche à la calculatrice : $f(0,5436371354) \approx 0$

donc $a \approx 0,5436$ et on ne pourra connaître sa valeur exacte.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

x	-5	-4	a	2	3
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	82	92	0	-16	-6

Diagram illustrating the function values and signs between key points:

- From x = -5 to x = -4: f(x) increases from 82 to 92 (marked with a red '+').
- From x = -4 to x = a: f(x) decreases from 92 to 0 (marked with a red '+').
- From x = a to x = 2: f(x) decreases from 0 to -16 (marked with a red '-').
- From x = 2 to x = 3: f(x) increases from -16 to -6 (marked with a red '-').

Impossible de résoudre $f(a) = 0$

Recherche à la calculatrice : $f(0,5436371354) \approx 0$

donc $a \approx 0,5436$ et on ne pourra connaître sa valeur exacte.

On en déduit :

x	-5	$\approx 0,54$	3
f(x)	+	0	-

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

3°) Vérification à la calculatrice graphique :

$$a \approx 0,5436$$

