Exercice 3 :

Soit la fonction f

définie sur [- 1 ; 4]

par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

1°) Développez $(x - 1) (x - 3)$.

2°) Déterminez les sens de variation, les extremums, et les signes de f.

3°) Vérifiez avec la courbe obtenue à la calculatrice.

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1;4]$

1°) Développez $(x-1)(x-3)$.

$$(x-1)(x-3)$$

$$= x(x-3) - 1(x-3)$$

$$= x^2 - 3x - x + 3$$

$$= x^2 - 4x + 3$$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

2°) Sens de variation de f ?

Méthode :

1) dérivée de f
2) signes de f ‘
3) variations de f avec le théorème de la monotonie
4) on en déduira extremums et signes de f (s’ils sont demandés)

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur **[- 1 ; 4]**

2°) Etape 1 :

$f'(x) = (x^3)' - 6(x^2)' + (9x)'$

$= 3x^2 - 6(2x) + 9$

$= 3x^2 - 12x + 9$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

2°) Etape 1 :

$$f'(x) = (x^3)' - 6(x^2)' + (9x)'$$

$$= 3x^2 - 6(2x) + 9$$

$$= 3x^2 - 12x + 9$$

Etape 2 : $3x^2 - 12x + 9 = 0$?

> 0 ?

< 0 ?

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur **[- 1 ; 4]**

2°)

$$f'(x) = (x^3)' - 6(x^2)' + (9x)'$$
$$= 3x^2 - 6(2x) + 9$$
$$= 3x^2 - 12x + 9$$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0$

trop difficile à résoudre

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

2°)

$f\,'(x) = (\,x^3\,)' - 6\,(\,x^2\,)' + (\,9x\,)'$

$= 3x^2 - 6\,(\,2x\,) + 9$

$= 3x^2 - 12x + 9$

$f\,'(x) = 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 = 0$

$\iff 3\,(\,x^2 - 4x + 3\,) = 0$

$\iff 3\,(\,x - 1\,)\,(\,x - 3\,) = 0$

d'après la question 1°

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur **[- 1 ; 4]**

2°) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0$

$\Leftrightarrow 3\,(x^2 - 4x + 3) = 0$ *cf qu. 1°*

$\Leftrightarrow 3\,(x - 1)\,(x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ *ou* $x = 3$

x	**- 1**	**1**	**3**	**4**
f '(x)		0	0	

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

2°) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$f'(x) < 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 < 0$

$\iff 3\,(\,x^2 - 4x + 3\,) < 0$ *cf qu. 1°*

$\iff 3\,(\,x - 1\,)\,(\,x - 3\,) < 0$

$\iff$ x est dans … ?

x	- 1	1	3	4
f '(x)		0	0	

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

2°) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$f'(x) < 0 \iff 3 (x - 1) (x - 3) < 0$

On utilise un tableau de signes

x	- 1 4
3	
x – 1	
x – 3	
f '(x)	

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

2°) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3(x-1)(x-3) < 0$

signes de $x - 1$? de $x - 3$? de $f'(x)$?

x	**- 1** **4**
3	
x – 1	
x – 3	
f '(x)	

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

$x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

$\boxed{x - 3 < 0} \Leftrightarrow \boxed{x < 3}$

$x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$

x	- 1	1	3	4
3				
x – 1		0		
x – 3			0	
f ‘(x)				

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

$x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

$\boxed{x - 3 < 0} \Leftrightarrow \boxed{x < 3}$

$x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$

x	- 1		1		3		4
3							
x – 1			0				
x – 3		-		-	0		
f '(x)							

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

$x - 3 = 0 \iff x = 3$

$\boxed{x - 3 < 0} \iff \boxed{x < 3}$

$x - 3 > 0 \iff x > 3$

x	**- 1**		**1**		**3**		**4**
3							
x − 1			0				
x − 3		< 0		< 0	0		
f ‘(x)							

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

$x - 3 = 0 \iff x = 3$

$\boxed{x - 3 < 0} \iff \boxed{x < 3}$

$x - 3 > 0 \iff x > 3$

x	- 1	1	3	4
3				
x – 1		0		
x – 3	-		- 0	
f ‘(x)				

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

$x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

$x - 3 < 0 \Leftrightarrow x < 3$

$\boxed{x - 3 > 0} \Leftrightarrow \boxed{x > 3}$

x	- 1		1		3		4
3							
x – 1			0				
x – 3		-		-	0	$\boxed{> 0}$	
f '(x)							

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

$x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

$x - 3 < 0 \Leftrightarrow x < 3$

$\boxed{x - 3 > 0} \Leftrightarrow \boxed{x > 3}$

x	- 1		1		3		4
3							
x – 1			0				
x – 3		-		-	0	+	
f '(x)							

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$\boxed{x - 1 < 0} \Leftrightarrow \boxed{x < 1}$

$x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

x	- 1		1		3		4
3							
x − 1		$\boxed{< 0}$	0				
x − 3		-		-	0	+	
f ‘(x)							

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1\ ;\ 4]$

$x - 1 = 0 \iff x = 1$

$x - 1 < 0 \iff x < 1$

$\boxed{x - 1 > 0} \iff \boxed{x > 1}$

x	- 1		1		3		4
3							
x − 1		< 0	0	> 0		> 0	
x − 3		-		-	0	+	
f ‘(x)							

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$

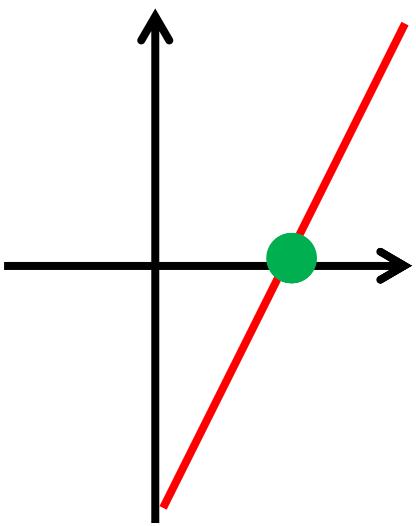
$\boxed{x - 1 > 0} \Leftrightarrow \boxed{x > 1}$

x	- 1		1		3		4
3							
x – 1		-	0	+		+	
x – 3		-		-	0	+	
f '(x)							

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \qquad f'(x) = 3\,(x - 1)\,(x - 3)$

Autre méthode : $x - 3$ est une fct affine, coeff. directeur = 1 > 0 donc $x - 3$ est strictement croissant, donc $x - 3 < 0$ avant 3 et $x - 3 > 0$ après 3

x	- 1		3		4
x – 3		-	0	+	

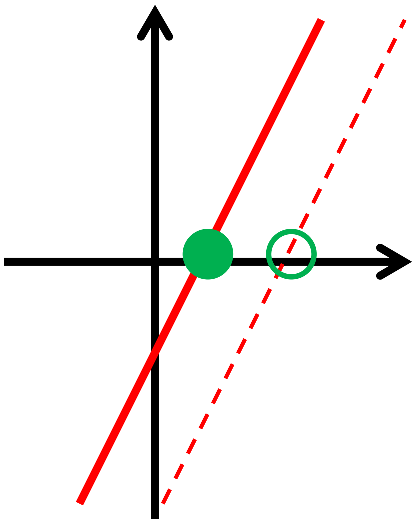


$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ $\quad$ $f'(x) = 3\,(x-1)\,(x-3)$

Autre méthode : $x - 3$ est une fct affine, coeff. directeur = 1 > 0 donc $x - 3$ est strictement **croissant**, donc $x - 3 < 0$ avant 3 et $x - 3 > 0$ après 3

Même méthode pour $x - 1$

x	- 1		1		3		4
x – 3		-		-	0	+	
x – 1		-	0	+		+	



$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 > 0$

$\Leftrightarrow 3(x^2 - 4x + 3) > 0$

$\Leftrightarrow 3(x-1)(x-3) > 0$

Il faut résoudre avec un tableau de signes :

x	- 1		1		3		4
3		+		+		+	
x – 1		-	0	+		+	
x – 3		-		-	0	+	
f '(x)							

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 > 0$

$\Leftrightarrow 3(x^2 - 4x + 3) > 0$

$\Leftrightarrow 3(x - 1)(x - 3) > 0$

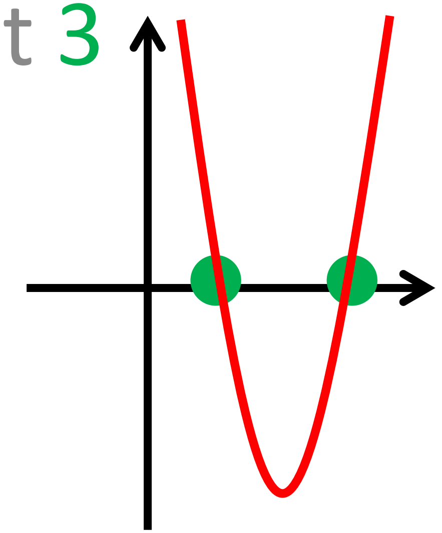
Il faut résoudre avec un tableau de signes :

x	-1		1		3		4
3		+		+		+	
x – 1		-	0	+		+	
x – 3		-		-	0	+	
f '(x)		+	0	-	0	+	

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$

Autre méthode : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ est un fct polynôme degré 2, sa courbe est donc une parabole, orientée vers le haut car $a = 3 > 0$ donc $f'(x)$ est strictement positive avant 1 et après 3

et strictement négative entre 1 et 3



x	**- 1**		**1**		**3**		**4**
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

On en déduit les sens de variation de f grâce au théorème de la monotonie :

x	- 1		1		3		4
f '(x)		+	0	-	0	+	

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

On en déduit les sens de variation de f grâce au théorème de la monotonie :

x	- 1		1		3		4
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		↗					

Exemple :

f '(x) > 0 sur [- 1 ; 1]

⟺ f strict. croissante sur [- 1 ; 1]

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur [- 1 ; 4]

On en déduit les sens de variation de f grâce au théorème de la monotonie :

x	- 1		1		3		4
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		↗		↘		↗	

Exemple :

f '(x) > 0 sur [- 1 ; 1]

$\Longleftrightarrow$ f strict. croissante sur [- 1 ; 1]

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

Réponse : sens de variation de f

x	- 1		1		3		4
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)							

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur **[- 1 ; 4]**

Réponse : sens de variation de f

x	**- 1**		**1**		**3**		**4**
f ‘(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

On en déduit les extremums de f grâce aux extremums locaux sur les intervalles de monotonie :

x	- 1		1		3		4
f(x)	-16	↗	?	↘	?	↗	?

$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1) = -1 - 6 - 9 = -16$

Même méthode pour les autres.

$\Rightarrow \begin{cases} \text{Mini} = \ldots \quad \text{atteint en} \ldots \\ \text{Maxi} = \ldots \quad \text{atteint en} \ldots \end{cases}$

Calcul de 4 images : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

Il faut calculer

$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1)$

$f(1) = 1^3 - 6(1^2) + 9(1)$

$f(2) = 2^3 - 6(2^2) + 9(2)$

$f(4) = 4^3 - 6(4^2) + 9(4)$

Comment se simplifier ces 4 calculs ?

Calcul de 4 images : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

Il faut calculer

$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1)$

$f(1) = 1^3 - 6(1^2) + 9(1)$

$f(2) = \ldots$ $f(4) = \ldots$

Comment se simplifier ces 4 calculs ?

Menu TABL → on tape $Y1 = X^3 - 6X^2 + 9X$

→ SET de - 1 à 4 avec un pas de 1

→ Tabl → on lit $f(-1) = -16$ etc…

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

On en déduit les extremums de f grâce aux extremums locaux sur les intervalles de monotonie :

x	- 1		1		3		4
			4				4
f(x)	-16				0		

$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1) = -1 - 6 - 9 = -16$

Même méthode pour les autres.

$\begin{cases} \text{Mini} = \dots & \text{atteint en } \dots \\ \text{Maxi} = \dots & \text{atteint en } \dots \end{cases}$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

On en déduit les extremums de f grâce aux extremums locaux sur les intervalles de monotonie :

x	- 1	1	3	4
f(x)	**-16**	**4**	0	**4**

$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1) = -1 - 6 - 9 = -16$

Même méthode pour les autres.

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Mini} = -16 & \text{atteint en } -1 \\ \text{Maxi} = 4 & \text{atteint en } 1 \text{ et } 4 \end{cases}$$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

On en déduit les signes de f grâce aux extremums locaux sur les intervalles de monotonie :

x	- 1		1		3		4
f(x)			4				4
	-16	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

On en déduit les signes de f grâce aux extremums locaux sur les intervalles de monotonie :

x	- 1		a		1		3		4
f(x)	-16	−	0	+	4	+	0	+	4

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

On en déduit les signes de f grâce aux extremums locaux sur les intervalles de monotonie :

x	- 1		a		1		3		4
f(x)	-16	−		+	4	+	0	+	4

Sur [- 1 ; 1] il existe un unique a tel que f(a) = 0

Sur [- 1 ; a [f(x) < 0 Sur] a ; 1] f(x) > 0

Sur [1 ; 3 [f(x) > 0

Sur] 3 ; 4] f(x) > 0

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

x	- 1		a		1		3		4
f(x)	-16	− ↗	0	+ ↗	4	+ ↘	0	+ ↗	4

Pour les signes il ne manque plus que la valeur numérique de a.

$f(a) = 0 \iff a^3 - 6a^2 + 9a = 0$

impossible à résoudre

On utilise sa calculatrice (graphique, tableur, équations) : elle affiche …

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

x	- 1	a	1	3	4
f(x)	-16	0	4	0	4

Pour les signes il ne manque plus que la valeur numérique de a.

$f(a) = 0 \Leftrightarrow a^3 - 6a^2 + 9a = 0$

impossible à résoudre

On utilise sa calculatrice (graphique, tableur, équations) : elle affiche 0 mais ...

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur **[- 1 ; 4]**

x	- 1	a	1		3		4
f(x)	-16	0	4		0		4

Pour les signes il ne manque plus que la valeur numérique de a.

$f(a) = 0 \Leftrightarrow a^3 - 6a^2 + 9a = 0$

impossible à résoudre

On utilise sa calculatrice (graphique, tableur, équations) : elle affiche 0 mais on ne sait pas si c'est une valeur exacte. Méthode : …

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

x	- 1		a		1		3		4
f(x)	-16	− ↗	0	+ ↗	4	+ ↘	0	+ ↗	4

Pour les signes il ne manque plus que la valeur numérique de a.

$f(a) = 0 \iff a^3 - 6a^2 + 9a = 0$

impossible à résoudre

On utilise sa calculatrice (graphique, tableur, équations) : elle affiche 0 mais on ne sait pas si c'est une valeur exacte.

Méthode : $f(0) = 0$ ou $f(0) \approx 0$?

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[-1 ; 4]$

x	- 1		a		1		3		4
f(x)	-16	–	0	+	4	+	0	+	4

Pour les signes il ne manque plus que la valeur numérique de a.

$f(a) = 0 \Longleftrightarrow a^3 - 6a^2 + 9a = 0$

impossible à résoudre

On utilise sa calculatrice (graphique, tableur, équations) : elle affiche 0 mais on ne sait pas si c'est une valeur exacte.

Méthode : $f(0) = 0$ ou $f(0) \approx 0$?

$f(0) = 0^3 - 6(0^2) + 9(0) = 0$ donc $a = 0$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

x	- 1		a		1		3		4
f(x)	-16	−	0	+	4	+	0	+	4

$f(a) = 0 \iff a^3 - 6a^2 + 9a = 0$

impossible de résoudre !

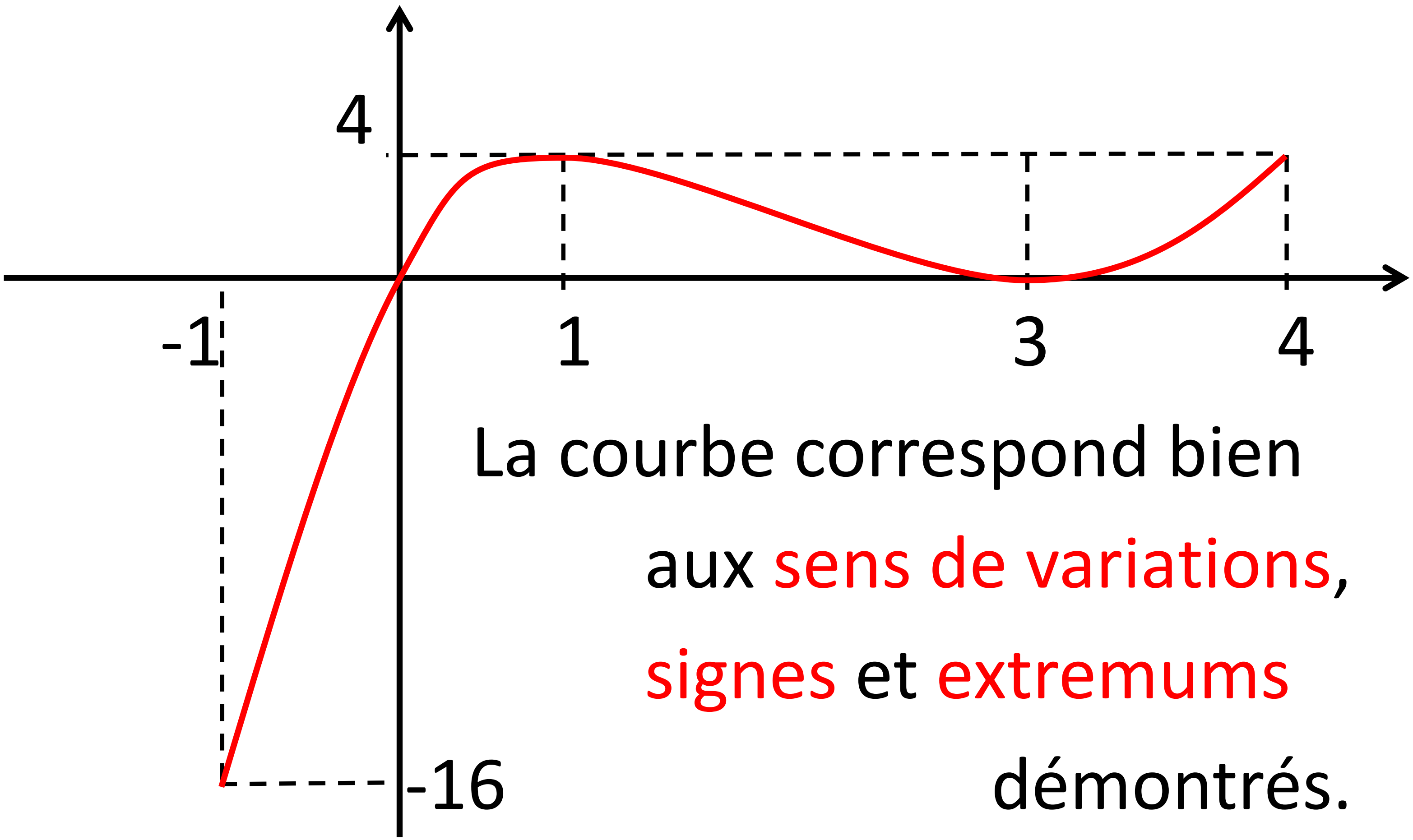
calculatrice : écran 0 $\Rightarrow$ valeur exacte ?

$f(0) = 0^3 - 6(0^2) + 9(0) = 0$ donc $a = 0$

x	- 1		0		3		4
f(x)		-	0	+	0	+	

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[\,-1\,;\,4\,]$

3°) Vérification à la calculatrice graphique :



La courbe correspond bien aux sens de variations, signes et extremums démontrés.

Exercice 4 :

Soit la fonction f définie sur **[- 5 ; 3]**

par $f(x) = \mathbf{x^3 + 3x^2 - 24x + 12}$

1°) Déterminez la forme développée et les racines de $3(x + 1)^2 - 27$ et déduisez-en sa forme factorisée.

2°) Déterminez les sens de variation, les extremums, et les signes de f.

3°) Vérifiez avec la courbe obtenue à la calculatrice.

Exercice 4 :

$f(x) = \mathbf{x^3 + 3x^2 - 24x + 12}$ sur $\mathbf{[-5 ; 3]}$

1°)

forme développée de $3(x+1)^2 - 27$:

développer $3(x+1)^2 - 27$

racines de $3(x+1)^2 - 27$:

résoudre $3(x+1)^2 - 27 = 0$

$f(x) = \mathbf{x^3 + 3x^2 - 24x + 12}$ sur $\mathbf{[\,-5\,;\,3\,]}$

1°) Forme développée :

$3(\,x + 1\,)^2 - 27 = 3\,(\,x^2 + 2x + 1\,) - 27$

$= 3x^2 + 6x + 3 - 27 = 3x^2 + 6x - 24$

Racines :

$3x^2 + 6x - 24 = 0$ *impossible à résoudre*

$3(\,x + 1\,)^2 - 27 = 0 \Leftrightarrow$ ...

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

1°) $3(x+1)^2 - 27 = 3(x^2 + 2x + 1) - 27$

$= 3x^2 + 6x + 3 - 27 = 3x^2 + 6x - 24$

$3x^2 + 6x - 24 = 0$ impossible à résoudre

$3(x+1)^2 - 27 = 0 \iff \dots$

$\iff x = \dots$

(exo 10)

$f(x) = \mathbf{x^3 + 3x^2 - 24x + 12}$ sur $\mathbf{[\,-5\,;\,3\,]}$

1°) $3(x+1)^2 - 27 = 3\,(x^2 + 2x + 1) - 27$

$= 3x^2 + 6x + 3 - 27 = 3x^2 + 6x - 24$

$3(x+1)^2 - 27 = 0 \iff 3(x+1)^2 = 27$

$\iff (x+1)^2 = 27/3 = 9$

$\iff x + 1 = \sqrt{9}$ ou $x + 1 = -\sqrt{9}$

$\iff x = 3 - 1 = 2$ ou $x = -3 - 1 = -4$

Racines 2 et - 4

$\Rightarrow$ Forme factorisée ...

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

1°) $3(x + 1)^2 - 27 = 3(x^2 + 2x + 1) - 27$

$= 3x^2 + 6x + 3 - 27 = 3x^2 + 6x - 24$

$3(x + 1)^2 - 27 = 0 \iff 3(x + 1)^2 = 27$

$\iff (x + 1)^2 = 27/3 = 9$

$\iff x + 1 = \sqrt{9}$ ou $x + 1 = -\sqrt{9}$

$\iff x = 3 - 1 = 2$ ou $x = -3 - 1 = -4$

Racines 2 et -4 de $3x^2 + 6x - 24$

$\Rightarrow$ Forme factorisée $3(x - 2)(x + 4)$

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) Sens de variations :

1ère étape : $f'(x) = ?$

2ème étape :

$f'(x) = 0 \iff x = \dots ?$

$f'(x) < 0 \iff$ x est dans … ?

$f'(x) > 0 \iff$ x est dans … ?

3ème étape :

théorème de la monotonie

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[\, -5 \,;\, 3\,]$

2°) Sens de variations :

$f'(x) = (\, x^3 \,)' + 3\,(\, x^2 \,)' + (\, -24x + 12 \,)'$

$= (\, 3x^2 \,) + 3\,(\, 2x \,) + (\, -24 \,)$

$= \mathbf{3x^2 + 6x - 24}$

$f'(x) = 0 \qquad 3x^2 + 6x - 24 = 0$

impossible à résoudre

$3(\, x - 2 \,)\,(\, x + 4 \,) = 0$

d'après la question 1°

$x = 2$ ou $x = -4$

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) Sens de variations :

$$f'(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (-24x + 12)'$$

$$= (3x^2) + 3 (2x) + (-24)$$

$$= \mathbf{3x^2 + 6x - 24}$$

$f'(x) = 0 \iff 3x^2 + 6x - 24 = 0$

impossible à résoudre (avant la T ale)

$\iff 3(x - 2) (x + 4) = 0$

d'après la question 1°

$\iff x = 2$ ou $x = -4$ *algèbre de 4ème*

$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

2°) Sens de variations :

$$f'(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (- 24x + 12)'$$

$$= (3x^2) + 3 (2x) + (- 24)$$

$$= \mathbf{3x^2 + 6x – 24}$$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x – 24 = 0$ *impossible*

$\Leftrightarrow 3(x – 2) (x + 4) = 0$ *d'après la question 1°*

$\Leftrightarrow x = 2$ ou $x = 4$

$f'(x) > 0$ sera résolu par un tableau de signes

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (-24x + 12)'$

$= (3x^2) + 3 (2x) + (-24)$

$= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2) (x + 4)$

x	- 5	-4	2	3
3				
x + 4				
x – 2				
f '(x)				

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (- 24x + 12)'$

$= (3x^2) + 3 (2x) + (- 24)$

$= \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x - 2) (x + 4)$

x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4							
x – 2							
f '(x)							

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

2°) $f'(x) = \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x - 2) (x + 4)$

$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$\boxed{x - 2 < 0} \Leftrightarrow \boxed{x < 2}$

$x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4			0				
x – 2					0		
f '(x)							

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x-2)(x+4)$

$x - 2 = 0 \Longleftrightarrow x = 2$

$\boxed{x - 2 < 0} \Longleftrightarrow \boxed{x < 2}$

$x - 2 > 0 \Longleftrightarrow x > 2$

x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4			0				
x – 2					0		
f '(x)							

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x - 2)(x + 4)$

$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$\boxed{x - 2 < 0} \Leftrightarrow \boxed{x < 2}$

$x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

x	**- 5**		**-4**		**2**		**3**
3		+		+		+	
x + 4			0				
x − 2					0		
f '(x)							

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x - 2)(x + 4)$

$x - 2 = 0 \Longleftrightarrow x = 2$

$\boxed{x - 2 < 0} \Longleftrightarrow \boxed{x < 2}$

$x - 2 > 0 \Longleftrightarrow x > 2$

x	**- 5**		**-4**		**2**		**3**
3		+		+		+	
x + 4			0				
x – 2		< 0		< 0	0		
f '(x)							

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [\,-5\,;\,3\,]$$

2°) $f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(\,x - 2\,)\,(\,x + 4\,)$

$x - 2 = 0 \iff x = 2$

$x - 2 < 0 \iff x < 2$

$\boxed{x - 2 > 0} \iff \boxed{x > 2}$

x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4			0				
x – 2		< 0		< 0	0		
f '(x)							

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x-2)(x+4)$

$x - 2 = 0 \iff x = 2$

$x - 2 < 0 \iff x < 2$

$\boxed{x - 2 > 0} \iff \boxed{x > 2}$

x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4			0				
x – 2		< 0		< 0	0		
f '(x)							

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x-2)(x+4)$

$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$x - 2 < 0 \Leftrightarrow x < 2$

$\boxed{x - 2 > 0} \Leftrightarrow \boxed{x > 2}$

x	**- 5**	**-4**	**2**	**3**
3	+		+		+
x + 4		0			
x – 2	< 0		< 0	0	> 0
f '(x)					

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [\,-5\,;\,3\,]$$

2°) $f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x-2)(x+4)$

$x - 2 = 0 \iff x = 2$

$x - 2 < 0 \iff x < 2$

$x - 2 > 0 \iff x > 2$

x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4			0				
x – 2		-		-	0	+	
f '(x)							

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x-2)(x+4)$

$x + 4 = 0 \Longleftrightarrow x = -4$

$x + 4 < 0 \Longleftrightarrow x < -4$

$x + 4 > 0 \Longleftrightarrow x > -4$

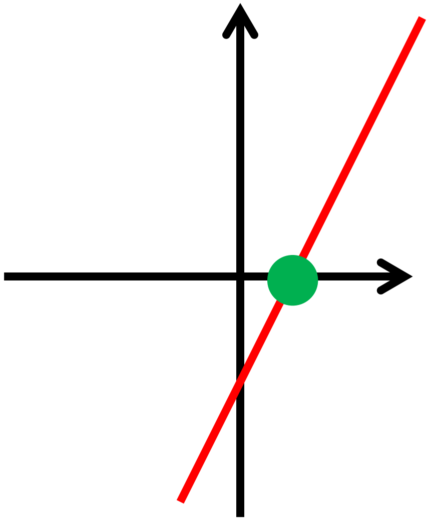
x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4		-	0	+		+	
x – 2		-		-	0	+	
f '(x)							

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$

$f'(x) = 3(x-2)(x+4)$

Autre méthode : $x - 2$ est une fct affine, coeff. directeur = $1 > 0$ donc $x - 2$ est strictement croissant, donc $x - 2 < 0$ avant 2 et $x - 2 > 0$ après 2

x	- 5		- 4		2		3
$x + 4$		-	0	+		+	
$x - 2$		-		-	0	+	



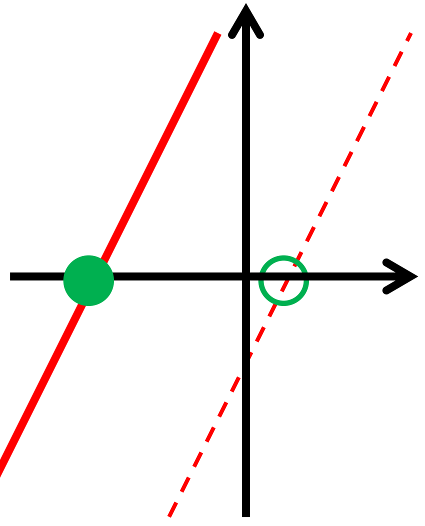
$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$

$f\,'(x) = 3\,(x – 2)\,(x + 4)$

Autre méthode : x – 2 est une fct affine, coeff. directeur = 1 > 0 donc x – 2 est strictement croissant, donc x – 2 < 0 avant 2 et x – 2 > 0 après 2

Même méthode pour x + 4

x	- 5		- 4		2		3
x + 4		-	0	+		+	
x – 2		-		-	0	+	



$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[\,-5\,;\,3\,]$

2°) $f'(x) = (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)'$

$= (3x^2) + 3(2x) + (-24)$

$= \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x-2)(x+4)$

x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4		-	0	+		+	
x – 2		-		-	0	+	
f '(x)		+	0	-	0	+	

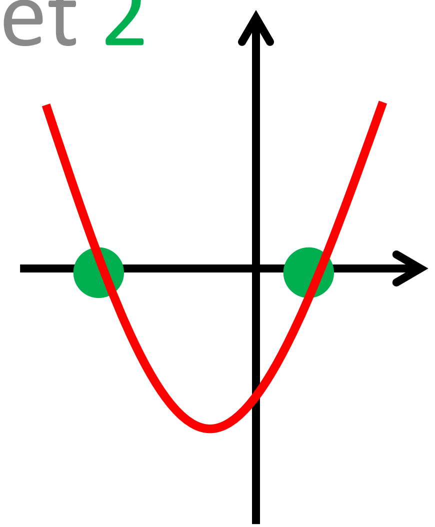
$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$

$f'(x) = 3 (x – 2) (x + 4)$

Autre méthode : $f'(x) = 3x^2 + 6x – 24$ est un fct polynôme degré 2, sa courbe est donc une parabole, orientée vers le haut car a = 3 > 0 donc $f'(x)$ est strictement positive avant - 4 et après 2

et strictement négative entre - 4 et 2

x	- 5		- 4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	



$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (-24x + 12)'$

$= (3x^2) + 3 (2x) + (-24)$

$= \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x - 2) (x + 4)$

x	- 5		-4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	
f (x)							

$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

2°) $f '(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (- 24x + 12)'$

$= (3x^2) + 3 (2x) + (- 24)$

$= \mathbf{3x^2 + 6x – 24} = 3(x – 2) (x + 4)$

x	- 5		-4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	
f (x)		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

par le théorème de la monotonie

$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

2°) Variations de f :

x	- 5		- 4		2		3
f ‘(x)		+	0	-	0	+	
f (x)		↗		↘		↗	

Les extremums vont être déterminés avec …

$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

2°) Variations de f :

x	- 5		- 4		2		3
f ‘(x)		+	0	-	0	+	
f (x)	?	$\nearrow$	?	$\searrow$	?	$\nearrow$	?

Les extremums vont être déterminés avec les monotonies et les extremums locaux f(- 5) ; f(- 4) ; f(2) et f(3).

$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

$f(- 5) = (- 5)^3 + 3(- 5)^2 – 24(- 5) + 12$

$= - 125 + 75 + 120 + 12 = 207 – 125 = 82$

Même méthode pour les autres images.

x	**- 5**		**- 4**		**2**		**3**
f ‘(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	82		92		-16		-6

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

$f(- 5) = (- 5)^3 + 3(- 5)^2 - 24(- 5) + 12$

$= - 125 + 75 + 120 + 12 = 207 - 125 = 82$

Même méthode pour les autres images.

x	- 5		- 4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	82	$\nearrow$	92	$\searrow$	-16	$\nearrow$	-6

92 > - 6 donc Maximum 92 atteint en – 4

- 16 < 82 donc Minimum – 16 atteint en 2

$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

$f(- 5) = (- 5)^3 + 3(- 5)^2 – 24(- 5) + 12$

$= - 125 + 75 + 120 + 12 = 207 – 125 = 82$

Même méthode pour les autres images.

x	- 5		- 4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	82	↗	92	↘	-16	↗	-6

Maximum 92 atteint en – 4

Minimum – 16 atteint en 2

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 \,;\, 3]$

x	- 5		- 4		a		2		3
f '(x)		+	0		-		0	+	
f(x)	82	+	92	+		-	-16	-	-6

On en déduit grâce aux différentes monotonies :

Sur $[-5 \,;\, -4 [$ $f(x) > 0$

Sur $[-4 \,;\, -2]$ il existe un unique antécédent a tel que $f(a) = 0$

Sur $[-4 \,;\, a [$ $f(x) > 0$ Sur $] a \,;\, 2]$ $f(x) < 0$

Sur $[2 \,;\, 3]$ $f(x) < 0$

Recherche de a :

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

x	- 5		- 4		a		2		3
f '(x)		+	0		-		0	+	
f(x)	82	+ ↗	92	+ ↘		- ↘	-16	- ↗	-6

On en déduit grâce aux différentes monotonies :

Sur $[-5 ; -4 [$ $f(x) > 0$

Sur $[-4 ; -2]$ il existe un unique antécédent a tel que $f(a) = 0$

Sur $[-4 ; a [$ $f(x) > 0$ Sur $] a ; 2]$ $f(x) < 0$

Sur $[2 ; 3]$ $f(x) < 0$

Impossible de résoudre $f(a) = 0$

Recherche à la calculatrice : $f(0{,}5436371354) \approx 0$

donc $a \approx 0{,}5436$ et on ne pourra connaître sa valeur exacte.

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

x	- 5		- 4		a		2		3
f '(x)		+	0		-		0	+	
f(x)	82	↗ +	92	+	↘	-	-16	↗ -	-6

Impossible de résoudre $f(a) = 0$

Recherche à la calculatrice : f (0,5436371354) ≈ 0

donc a ≈ 0,5436 et on ne pourra connaître sa valeur exacte.

On en déduit :

x	- 5		≈ 0,54		3
f (x)		+	0	-	

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

3°) Vérification à la calculatrice graphique :

$a \approx 0{,}5436$