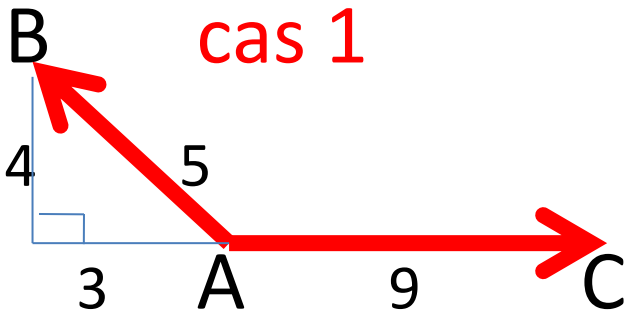
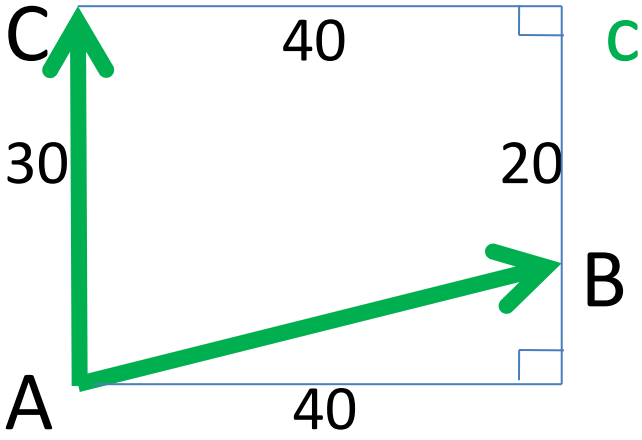
Exercice 3 :

Déterminez $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans les 3 cas suivants :

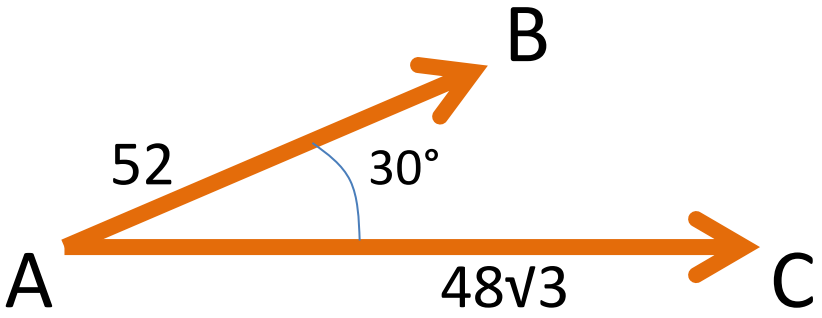
cas 1

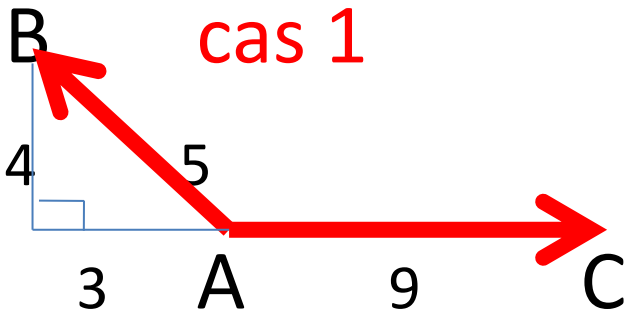


cas 2

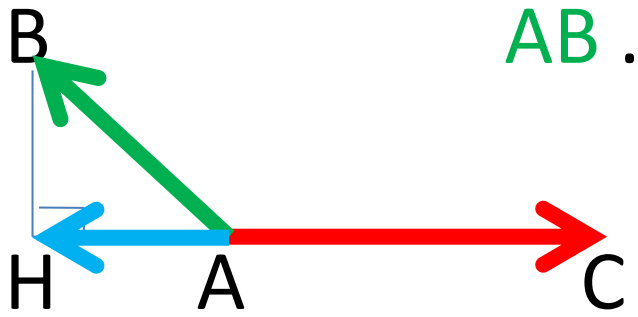


cas 3

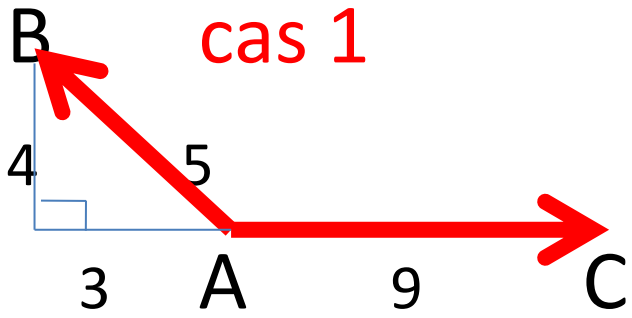




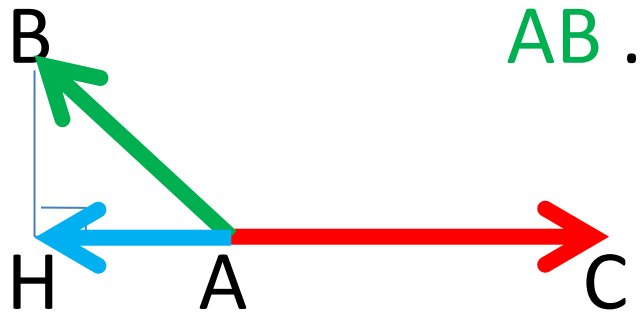
projeté :



$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \cdot AC = - 3 \times 9 = \mathbf{- 27}$

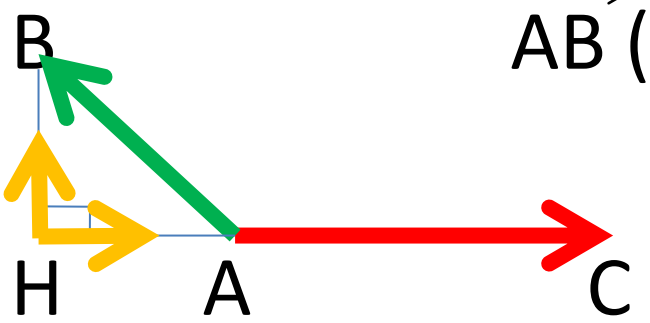


projeté :



$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC = - 3 \times 9 = \mathbf{- 27}$

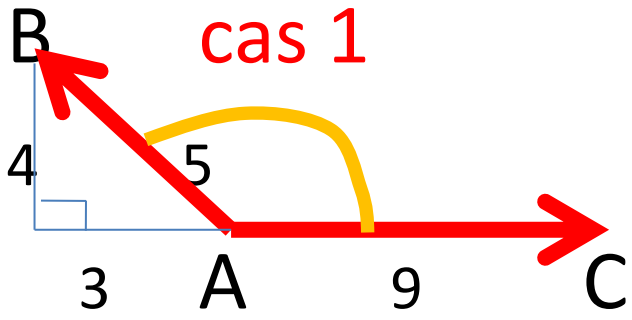
coordonnées :



$\overrightarrow{AB}\,(- 3 ; 4)$ $\overrightarrow{AC}\,(9 ; 0)$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = x\,x' + y\,y'$

$= - 3 \times 9 + 4 \times 0 = \mathbf{- 27}$

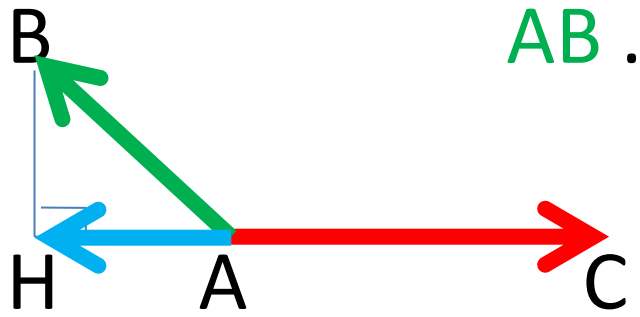


définition :

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\left(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC}\right)$

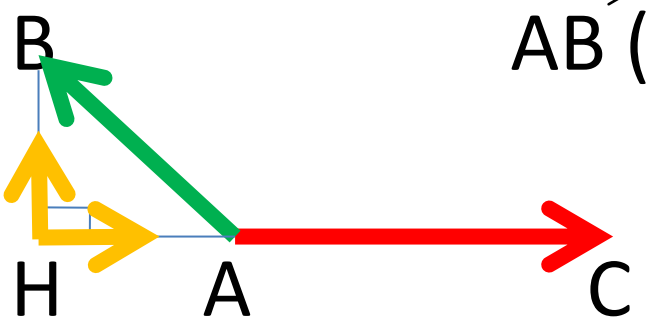
trop difficile de déterminer l'angle

projeté :



$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC = - 3 \times 9 = \mathbf{- 27}$

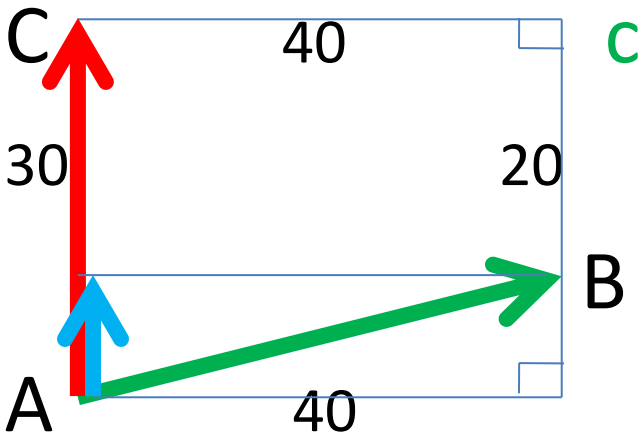
coordonnées :



$\overrightarrow{AB}\,(- 3 ; 4)$ $\overrightarrow{AC}\,(9 ; 0)$

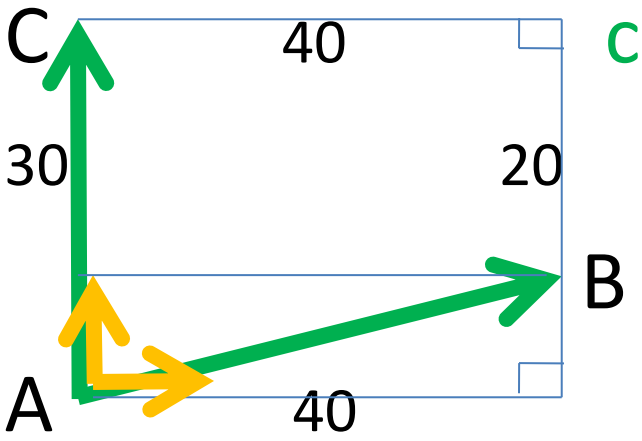
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = x\,x' + y\,y'$

$= - 3 \times 9 + 4 \times 0 = \mathbf{- 27}$



cas 2

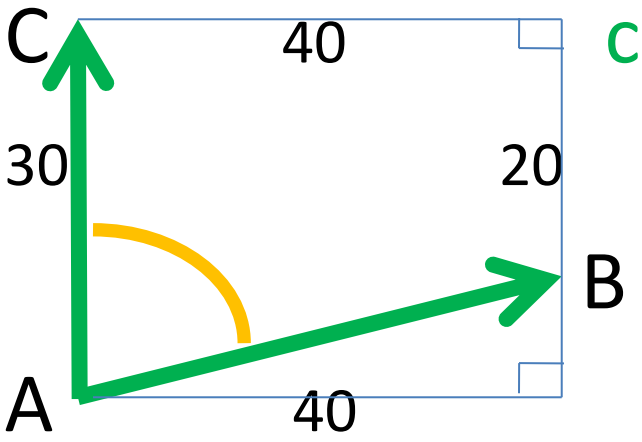
projeté : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AH \times AC = 10 \times 30 = \mathbf{300}$



projeté : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC = 10 \times 30 = \mathbf{300}$

coordonnées : $\overrightarrow{AB}\,(40 ; 10)$ $\overrightarrow{AC}\,(0 ; 30)$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = x\,x' + y\,y' = 40 \times 0 + 10 \times 30 = \mathbf{300}$



cas 2

projeté : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC = 10 \times 30 = \mathbf{300}$

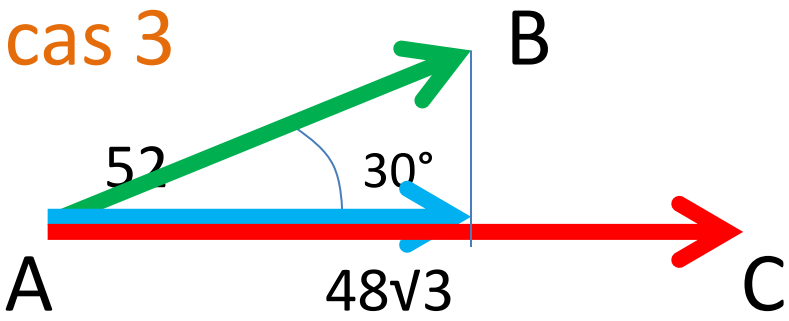
coordonnées : $\overrightarrow{AB}\,(40 ; 10)$ $\overrightarrow{AC}\,(0 ; 30)$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = x\,x' + y\,y' = 40 \times 0 + 10 \times 30 = \mathbf{300}$

définition : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})$

trop difficile de déterminer l'angle

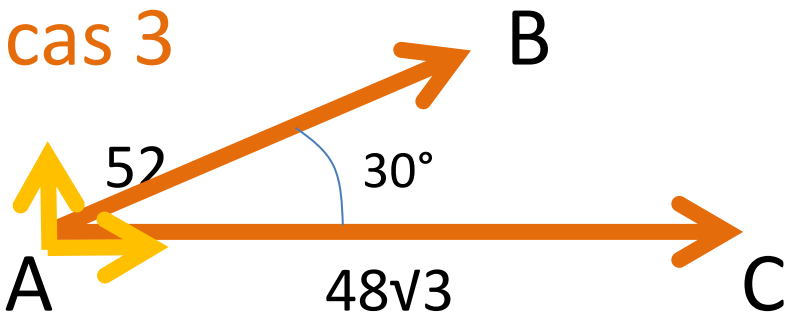
cas 3



projeté : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC$

$= (52 \cos 30°) 48\sqrt{3} = (52 \times (\sqrt{3})/2) 48\sqrt{3} =$ **624**

cas 3



projeté : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC$

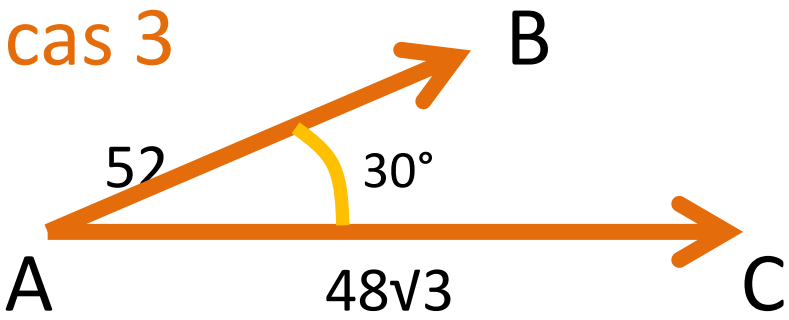
$= (52 \cos 30°) 48\sqrt{3} = (52 \times (\sqrt{3})/2) 48\sqrt{3} =$ **624**

coordonnées : $\overrightarrow{AC} (48\sqrt{3} ; 0)$

$\overrightarrow{AB} = (52 \cos 30° ; 52 \sin 30°) = (26\sqrt{3} ; 26)$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = x\,x' + y\,y' = 48\sqrt{3} \times 26\sqrt{3} + 0 \times 26 =$ **624**

cas 3



projeté : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \times AC$

$= (52 \cos 30°) 48\sqrt{3} = (52 \times (\sqrt{3})/2) 48\sqrt{3} =$ **624**

coordonnées : $\overrightarrow{AC} (48\sqrt{3} ; 0)$

$\overrightarrow{AB} = (52 \cos 30° ; 52 \sin 30°) = (26\sqrt{3} ; 26)$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = x\,x' + y\,y' = 48\sqrt{3} \times 26\sqrt{3} + 0 \times 26 =$ **624**

définition : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos (\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})$

$= 52 \times 48\sqrt{3} \times \cos 30° = 52 \times 48\sqrt{3} \times (\sqrt{3})/2 =$ **624**

Exercice 4 :

Soient $\vec{u}$ (1 ; 3) et $\vec{v}$ (3 ; - 2).

dans un repère orthonormé.

1°) $\vec{v'}$ est le projeté orthogonal de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$.

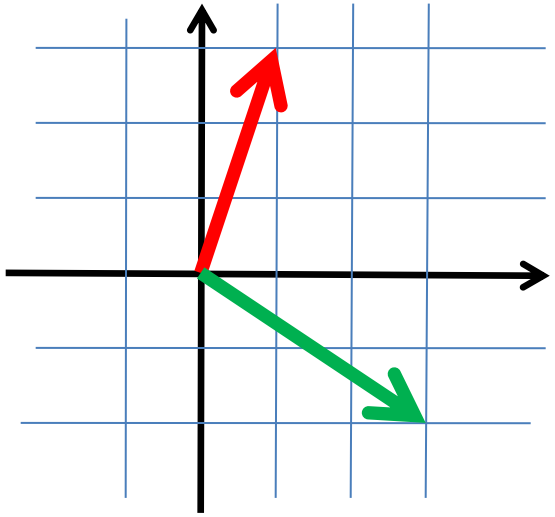
Placez-les dans un repère et déterminez graphiquement les coordonnées de $\vec{v'}$.

Déterminez-les en valeurs exactes.

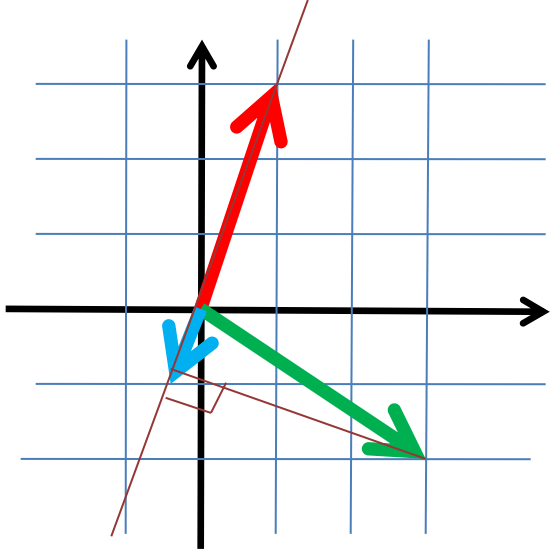
2°) Déterminez à 0,01 ° près

l'angle orienté ($\vec{u}$; $\vec{v}$).

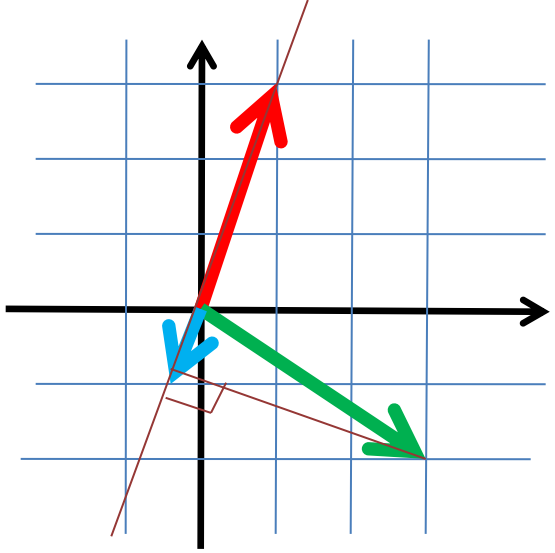
1°)



1°)



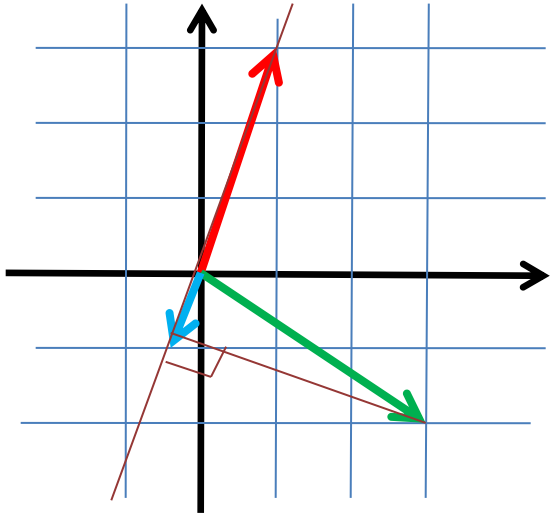
1°)



On lit

$v' \approx (- 0{,}4 \; ; - 0{,}8)$

1°)

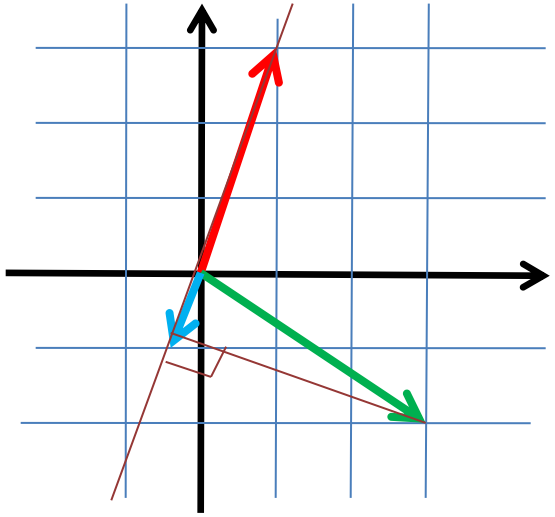


On lit

$\vec{v'} \approx (-0,4 ; -0,8)$

$$\vec{v'} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{u}^2} \vec{u}$$

1°)



On lit

$v' \approx (- 0{,}4 ; - 0{,}8)$

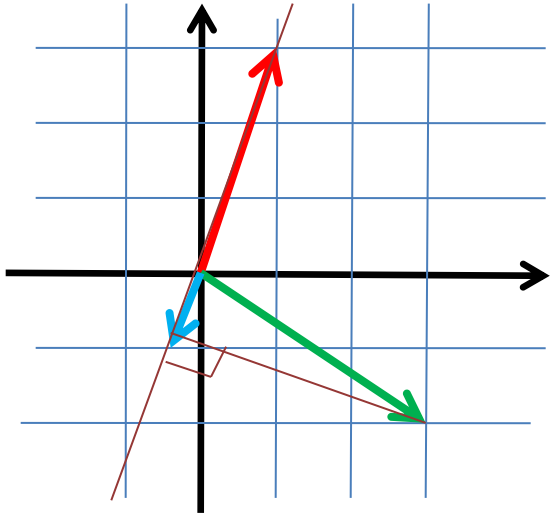
Le repère est orthonormé, donc

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y' = 1\times3 + 3(-2) = -3$$

$$\vec{u}^{\,2} = x\,x' + y\,y' = 1\times1 + 3\times3 = 10$$

$$\vec{v'} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{u}^{\,2}}\,\vec{u}$$

1°)



On lit

$v' \approx (- 0{,}4 \ ; - 0{,}8)$

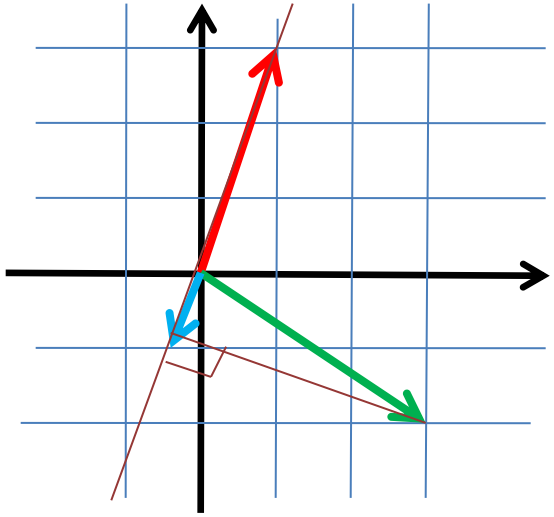
Le repère est orthonormé, donc

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y' = 1\times3 + 3(-2) = -3$$

$$\vec{u}^{\,2} = x\,x' + y\,y' = 1\times1 + 3\times3 = 10$$

$$\vec{v'} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{u}^{\,2}}\,\vec{u} = \frac{-3}{10}\,\vec{u}$$

1°)



On lit

$v' \approx (- 0{,}4 ; - 0{,}8)$

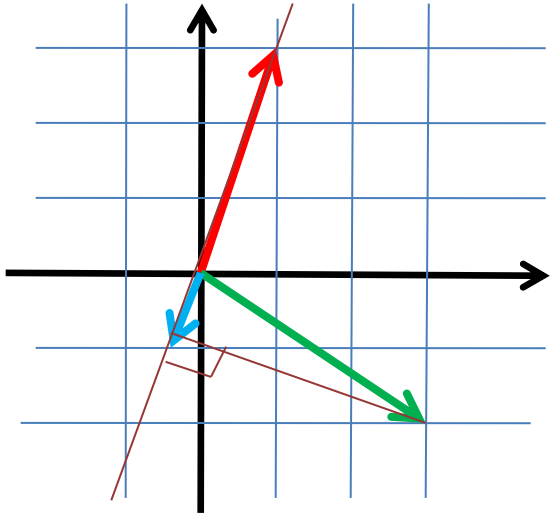
Le repère est orthonormé, donc

$\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y' = 1\times3 + 3(-2) = - 3$

$\vec{u}^{\,2} = x\,x' + y\,y' = 1\times1 + 3\times3 = 10$

$$\vec{v'} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{u}^{\,2}}\,\vec{u} = \frac{-3}{10}\,\vec{u} = - 0{,}3\,\vec{u}$$

1°)



On lit

$v' \approx (- 0{,}4 ; - 0{,}8)$

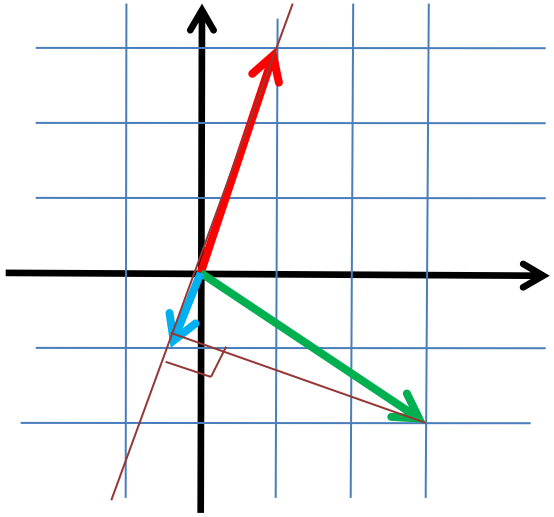
Le repère est orthonormé, donc

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y' = 1\times3 + 3(-2) = - 3$$

$$\vec{u}^{\,2} = x\,x' + y\,y' = 1\times1 + 3\times3 = 10$$

$$\vec{v'} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{u}^{\,2}} \vec{u} = \frac{- 3}{10} \vec{u} = - 0{,}3\,\vec{u} = - 0{,}3 (1 ; 3)$$

1°)



On lit

$v' \approx (- 0{,}4 ; - 0{,}8)$

Le repère est orthonormé, donc

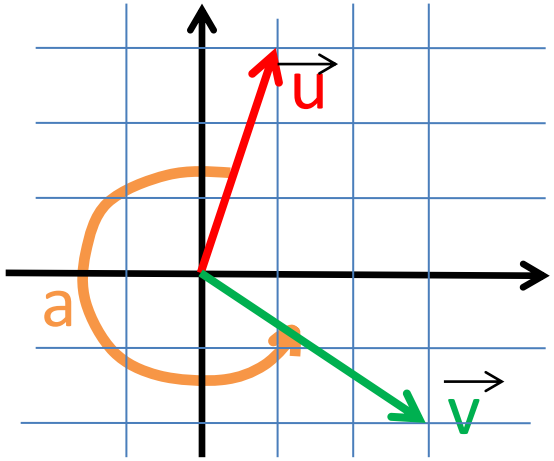
$\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y' = 1 \times 3 + 3(-2) = - 3$

$\vec{u}^{\,2} = x\,x' + y\,y' = 1 \times 1 + 3 \times 3 = 10$

$$\vec{v'} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{u}^{\,2}} \vec{u} = \frac{- 3}{10} \vec{u} = - 0{,}3\,\vec{u} = - 0{,}3 (1 ; 3)$$

$= (- 0{,}3 ; - 0{,}9)$

2°)



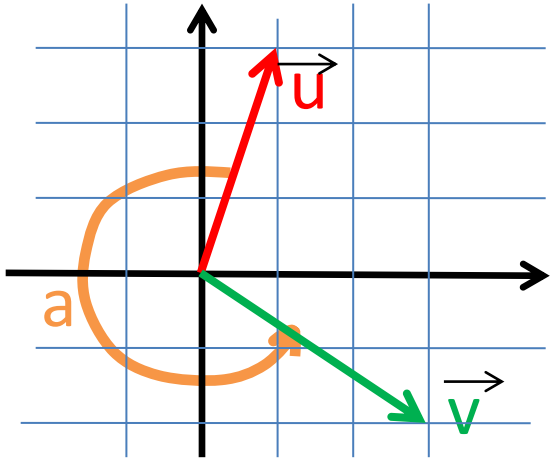
angle orienté $(\vec{u} ; \vec{v})$

selon le sens trigo

Le repère est orthonormé, donc

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y' = 1\times 3 + 3(-2) = -3$$

2°)



angle orienté $(\vec{u} ; \vec{v})$

selon le sens trigo

Le repère est orthonormé, donc

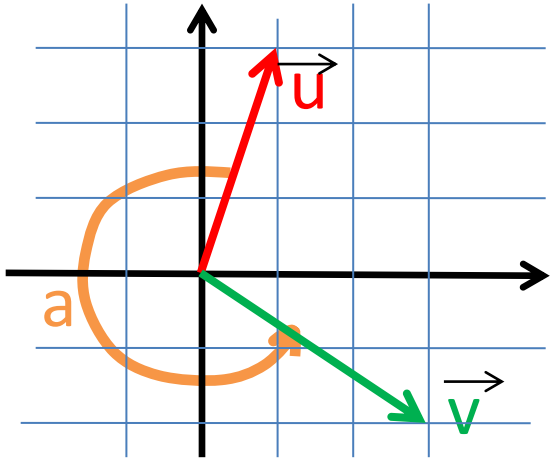
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y' = 1\times 3 + 3(-2) = -3$$

$$||\vec{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$||\vec{v}|| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos a$$

2°)



angle orienté $(\vec{u} ; \vec{v})$

selon le sens trigo

Le repère est orthonormé, donc

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y' = 1\times 3 + 3(-2) = -3$$

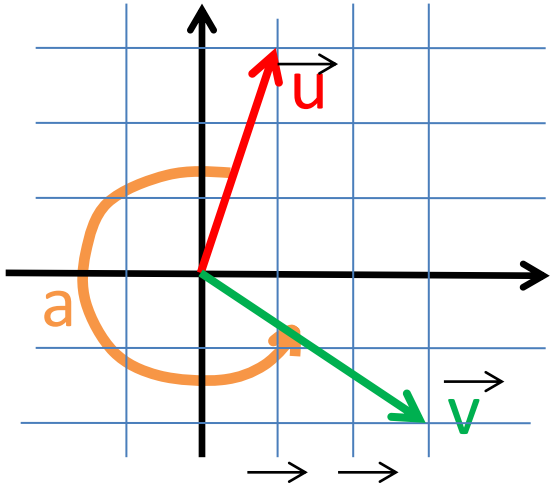
$$||\vec{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$||\vec{v}|| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos a$$

$$\Rightarrow \cos a = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{||\vec{u}|| \times ||\vec{v}||} = \frac{-3}{\sqrt{10}\times\sqrt{13}}$$

2°)



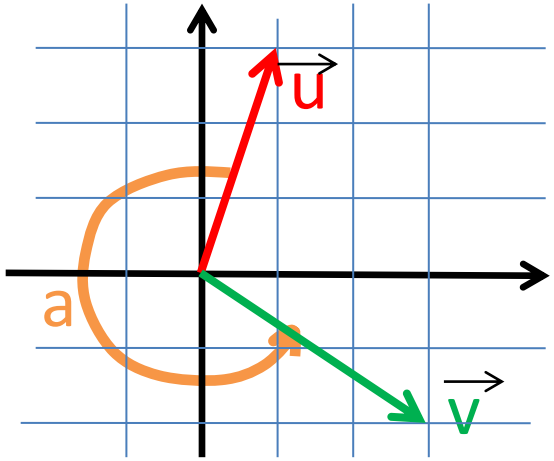
angle orienté $(\vec{u}\,;\vec{v})$

selon le sens trigo

$$\cos a = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{||\vec{u}|| \times ||\vec{v}||} = \frac{-3}{\sqrt{10}\times\sqrt{13}}$$

$a = \ldots$?

2°)



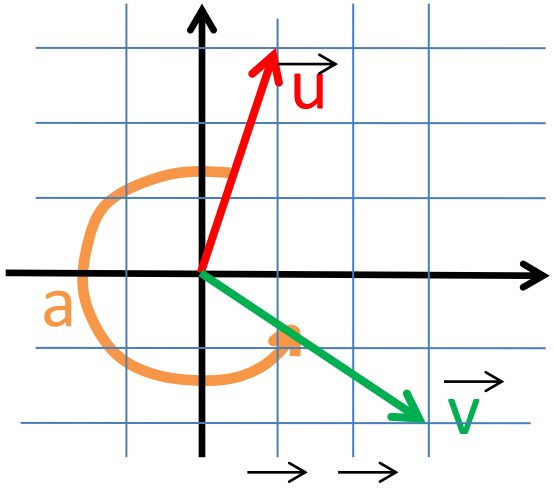
angle orienté $(\vec{u}\,;\vec{v})$

selon le sens trigo

$$\cos a = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{||\vec{u}|| \times ||\vec{v}||} = \frac{-3}{\sqrt{10}\times\sqrt{13}}$$

qui n'est pas dans le tableau des angles remarquables.

2°)



angle orienté $(\vec{u} ; \vec{v})$

selon le sens trigo

$\vec{u} \cdot \vec{v}$ $\quad -3$

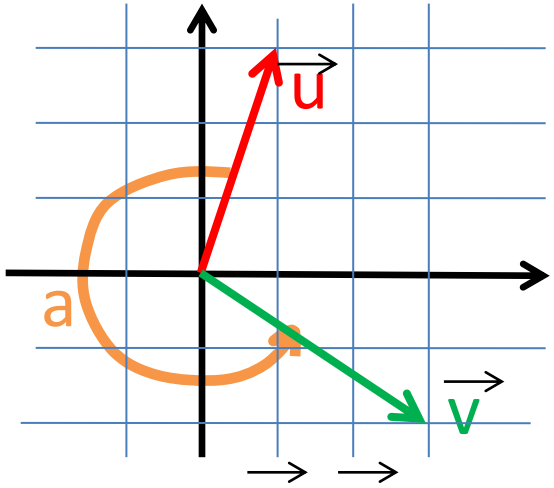
$$\Rightarrow \cos a = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{||\vec{u}|| \times ||\vec{v}||} = \frac{-3}{\sqrt{10} \times \sqrt{13}} \approx -0{,}2631$$

qui n'est pas dans le tableau des angles remarquables.

⇒ à la calculatrice Arc cos (- 0,2631) ≈ 105,3°

⇒ $(\vec{u} ; \vec{v}) \approx 105{,}3°$ **?**

2°)



angle orienté $(\vec{u}\,;\vec{v})$

selon le sens trigo

$$\cos a = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{||\vec{u}|| \times ||\vec{v}||} = \frac{-3}{\sqrt{10}\times\sqrt{13}} \approx -0{,}2631$$

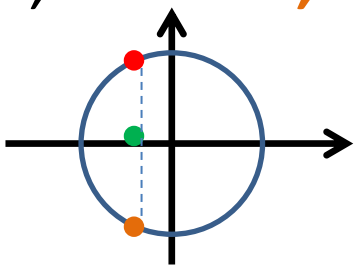
qui n'est pas dans le tableau des angles remarquables.

à la calculatrice Arc cos (- 0,2631) ≈ 105,3°

d'après le schéma $(\vec{u}\,;\vec{v}) \approx 360 - 105{,}3° =$ **254,7°**

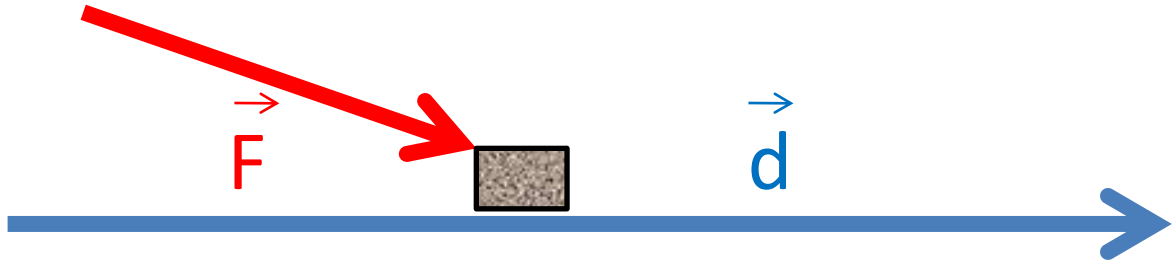
(la machine ne donne qu'un réel ayant le même cos

alors qu'il y en a plusieurs)



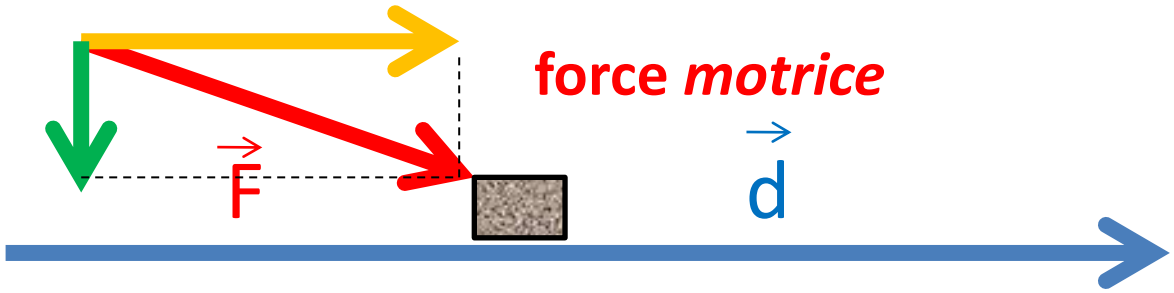
Une utilisation intéressante du produit scalaire est **en physique** le calcul d'un **travail**.

Quelque soit l'orientation d'une force F par rapport à un objet, le travail (l'énergie) qu'elle développe lorsqu'il se déplace sur une distance d est simplement $\mathbf{W = \vec{F} . \vec{d}}$ où W est le travail en Joule, $\vec{F}$ le vecteur force de norme en Newton, et $\vec{d}$ le vecteur déplacement de norme en mètres.



Une utilisation intéressante du produit scalaire est **en physique** le calcul d'un **travail**.

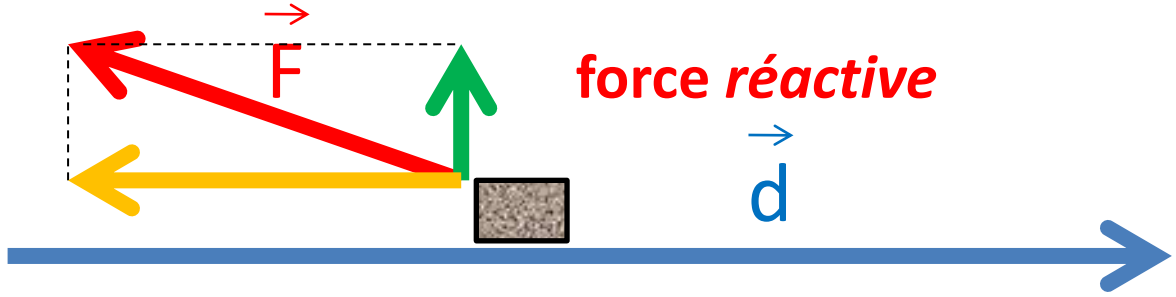
Quelque soit l'orientation d'une force F par rapport à un objet, **le travail** (l'énergie) qu'elle développe lorsqu'il se déplace sur une distance d est simplement $\mathbf{W = \vec{F} . \vec{d}}$ où W est le travail en Joule, $\vec{F}$ le vecteur force de norme en Newton, et $\vec{d}$ le vecteur déplacement de norme en mètres.



travail positif : la force *participe* au déplacement

Une utilisation intéressante du produit scalaire est **en physique** le calcul d'un **travail**.

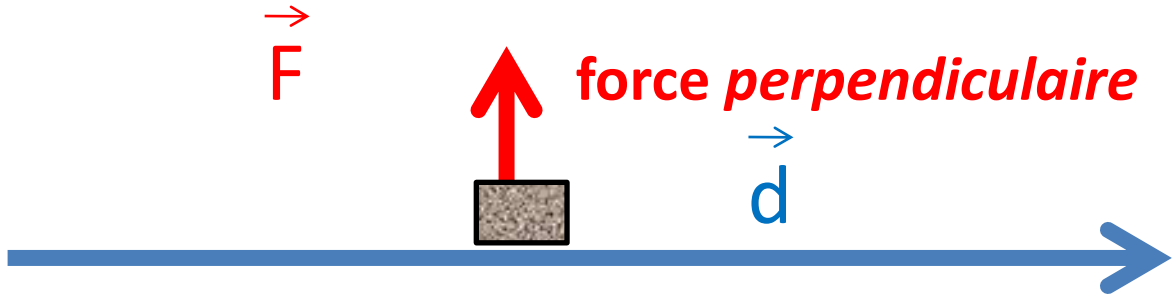
Quelque soit l'orientation d'une force F par rapport à un objet, **le travail** (l'énergie) qu'elle développe lorsqu'il se déplace sur une distance d est simplement $\mathbf{W = \vec{F} . \vec{d}}$ où W est le travail en Joule, $\vec{F}$ le vecteur force de norme en Newton, et $\vec{d}$ le vecteur déplacement de norme en mètres.



travail négatif : la force *s'oppose* au déplacement

Une utilisation intéressante du produit scalaire est **en physique** le calcul d'un **travail**.

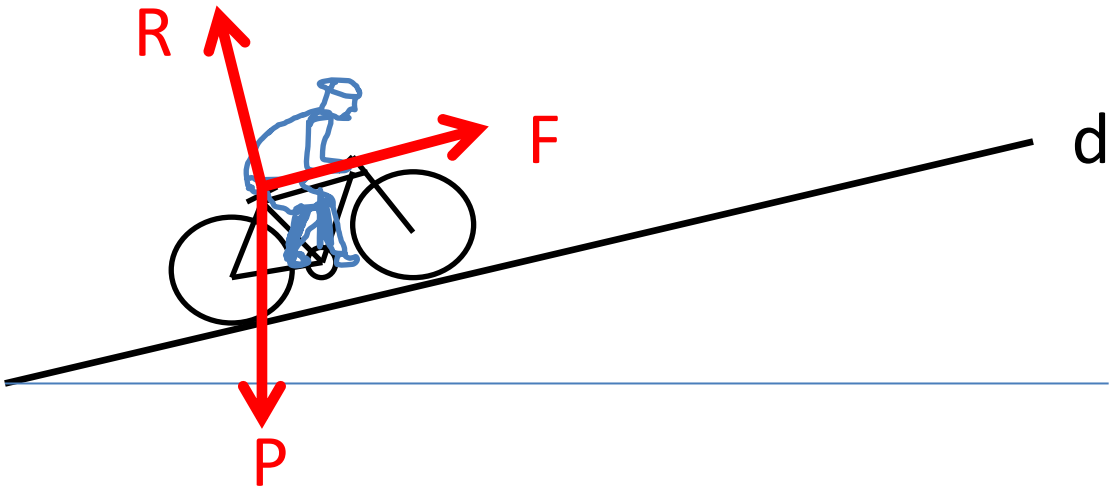
Quelque soit l'orientation d'une force F par rapport à un objet, **le travail** (l'énergie) qu'elle développe lorsqu'il se déplace sur une distance d est simplement $\mathbf{W = \vec{F} . \vec{d}}$ où W est le travail en Joule, $\vec{F}$ le vecteur force de norme en Newton, et $\vec{d}$ le vecteur déplacement de norme en mètres.



travail nul : la force *ne joue pas* sur le déplacement

Exercice 5 :

Un cycliste de masse (avec son vélo) 80 kg monte une côte de 500 m inclinée à 15°.



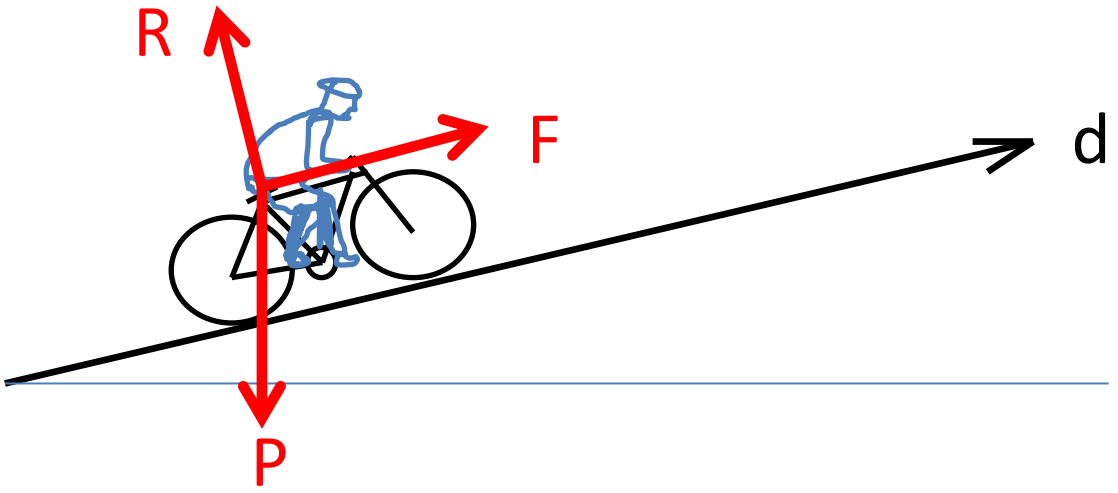
1°) Quel est le travail du poids ?

2°) Quel est le travail de la réaction ?

3°) Le travail fourni par le cycliste doit compenser le travail du poids. Déduisez-en la force développée par le cycliste.

Exercice 5 :

Un cycliste de masse (avec son vélo) 80 kg monte une côte de 500 m inclinée à 15°.

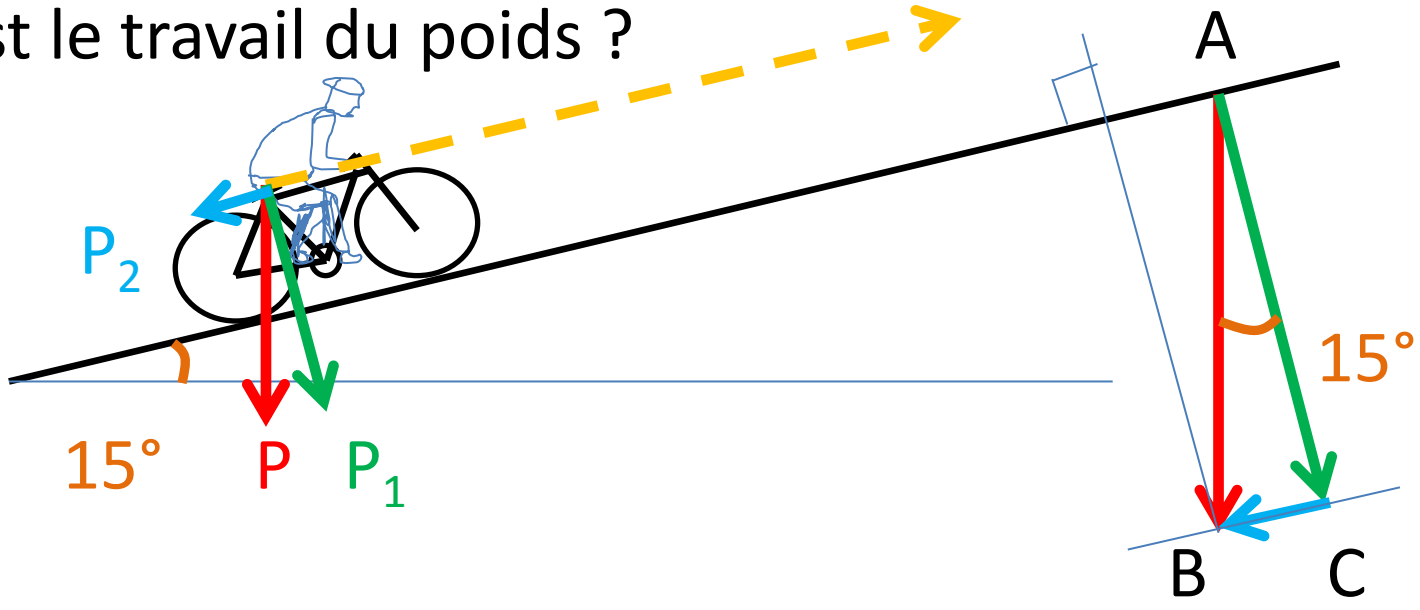


1°) Quel est le travail du poids ? $\vec{P} \cdot \vec{d} = \ldots ?$

2°) Quel est le travail de la réaction ? $\vec{R} \cdot \vec{d} = \ldots ?$

3°) Le travail fourni par le cycliste doit compenser le travail du poids. Déduisez-en la force développée par le cycliste. $\vec{F} = \ldots ?$

1°) Quel est le travail du poids ?

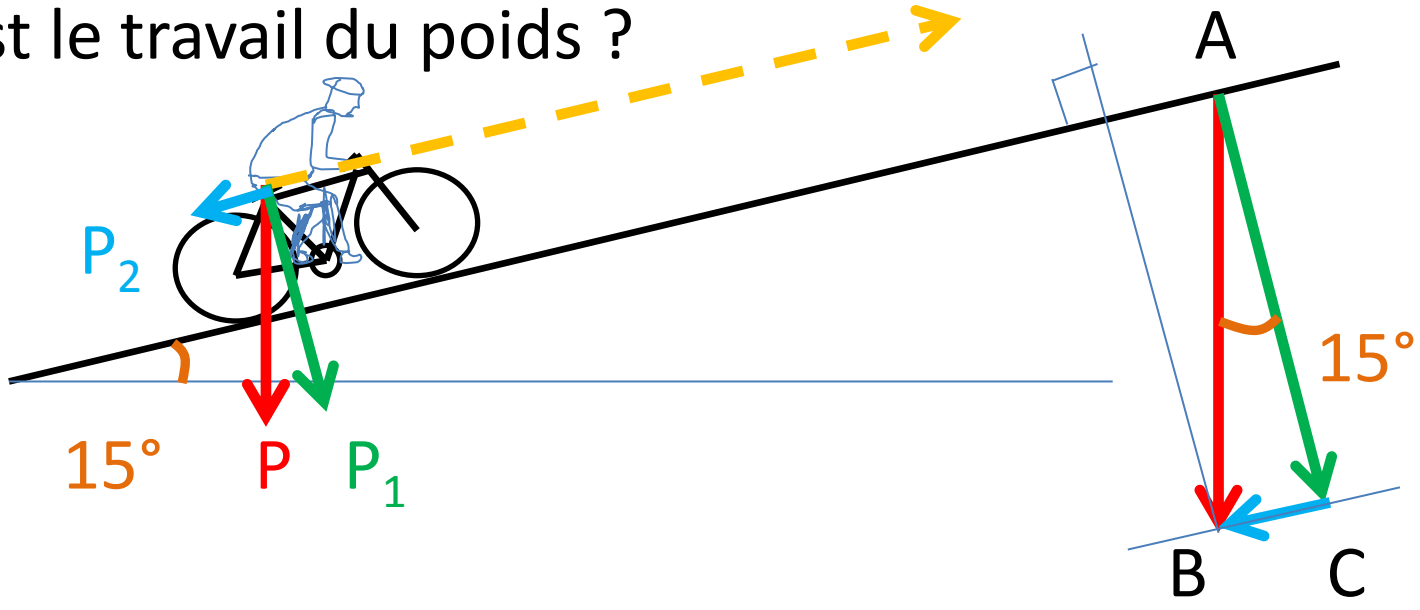


$\overrightarrow{P} = \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2}$

Dans le triangle rectangle ABC :

$$\cos 15° = \frac{\text{adj}}{\text{hypo}} = \frac{P_1}{P} \Rightarrow P_1 = P \cos 15°$$

1°) Quel est le travail du poids ?



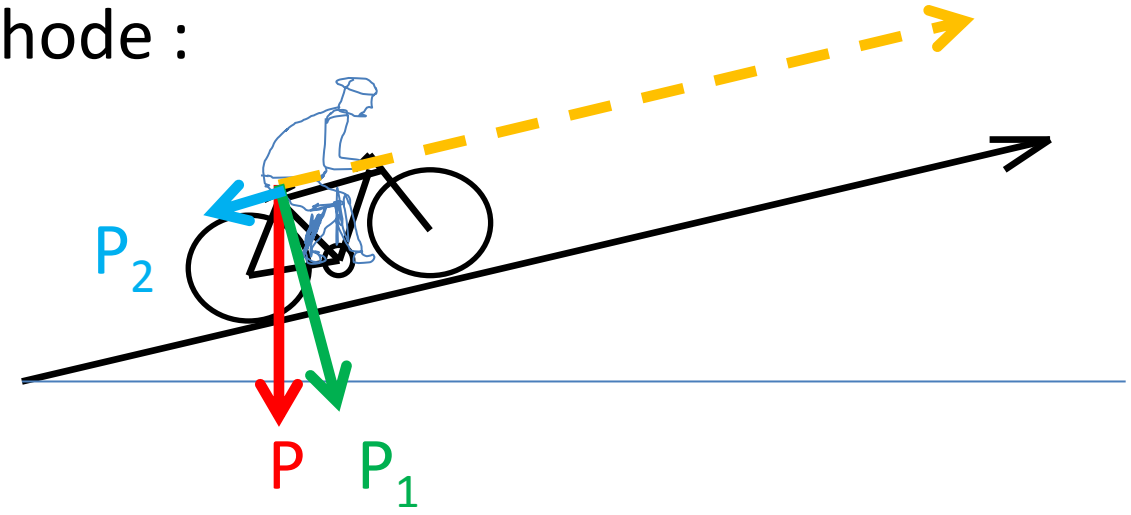
$\overrightarrow{P} = \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2}$

Dans le triangle rectangle ABC :

$$\cos 15° = \frac{\text{adj}}{\text{hypo}} = \frac{P_1}{P} \Rightarrow P_1 = P \cos 15°$$

$$\sin 15° = \frac{\text{opp}}{\text{hypo}} = \frac{P_2}{P} \Rightarrow P_2 = P \sin 15°$$

Autre méthode :



projeté :

$\overrightarrow{P_2}$ est le projeté orthogonal de $\overrightarrow{P}$ sur $\overrightarrow{d}$

travail du poids = $\overrightarrow{P} . \overrightarrow{d}$

= - $P_2 \times d$

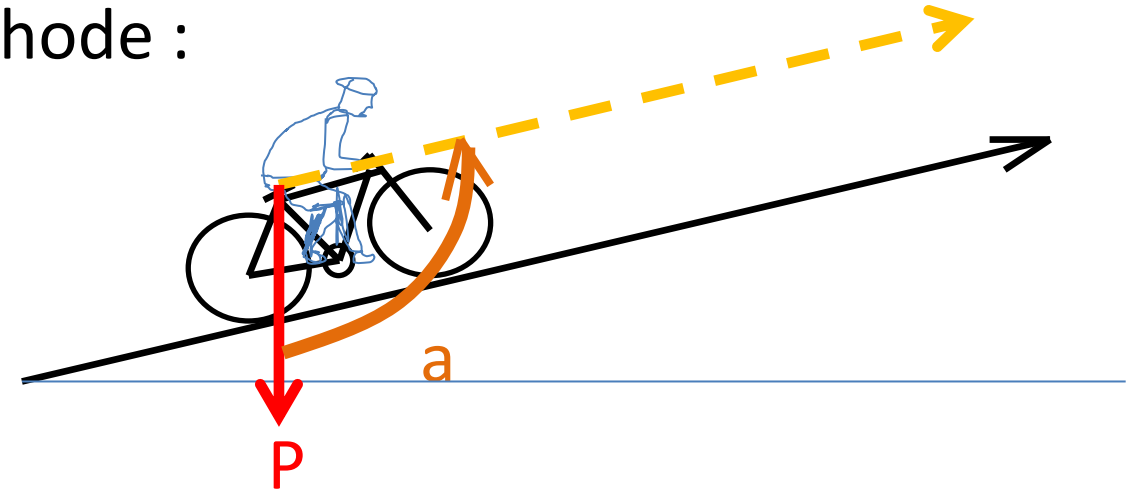
car $\overrightarrow{P_2}$ et $\overrightarrow{d}$ sont de sens opposés

= - $P \sin 15° \times d$

= - $80\ g \sin 15° \times 500$

≈ **- 101560** (Joules)

Autre méthode :



définition :

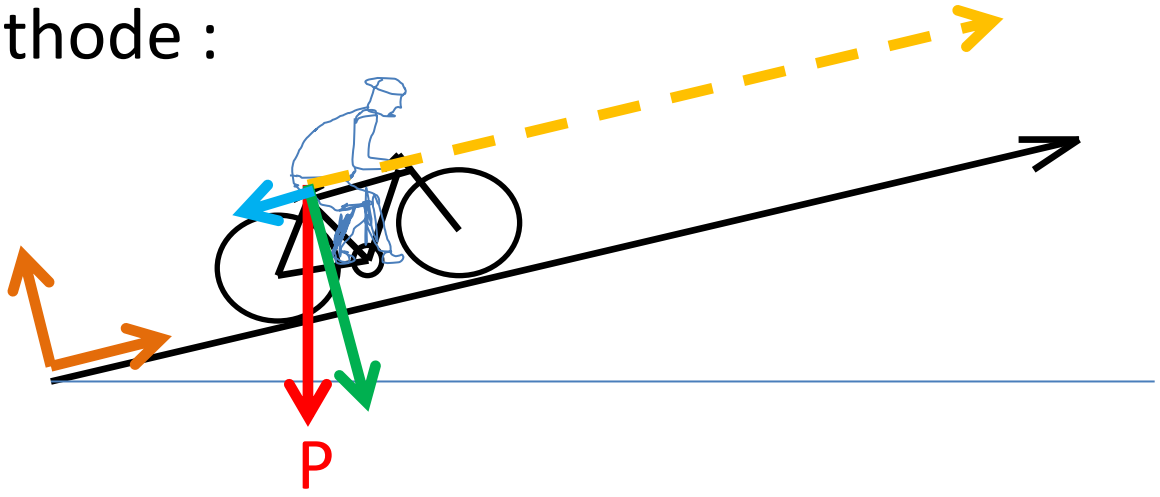
travail du poids = $\overrightarrow{P} . \overrightarrow{d}$

= P × d × cos a

= 80 g × 500 × cos (90° + 15°)

≈ **- 101560** (Joules)

Autre méthode :



coordonnées (dans un repère orthonormé) :

$\overrightarrow{P}$ (- P sin 15° ; - P cos 15°) $\overrightarrow{d}$ (500 ; 0)

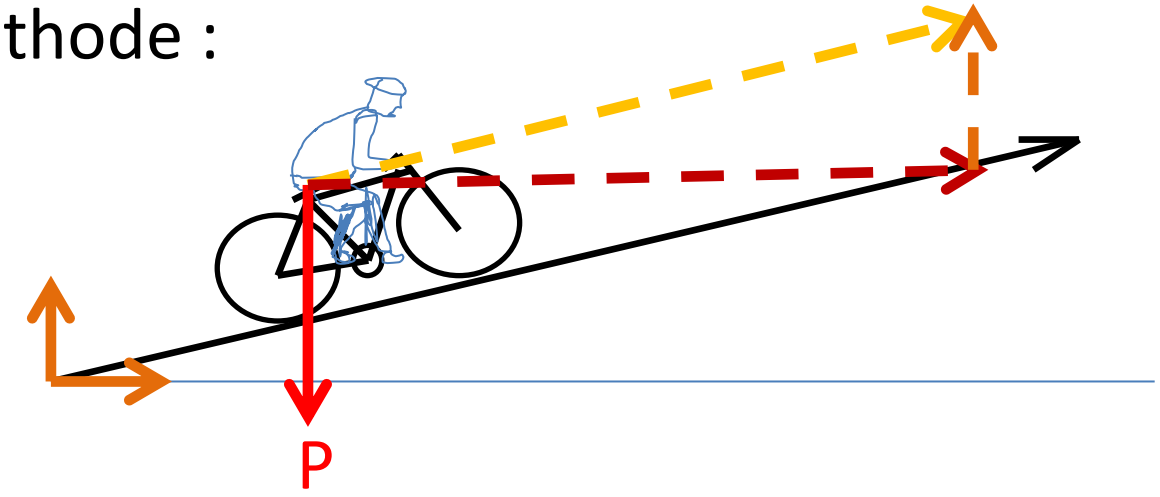
travail du poids = $\overrightarrow{P} . \overrightarrow{d}$ = x x' + y y'

= (- P sin 15°) 500 + (- P cos 15°) 0

= (- 80 g sin 15°) 500 + 0

≈ **- 101560** (Joules)

Autre méthode :



coordonnées (dans un autre repère orthonormé) :

$\overrightarrow{P}$ (0 ; - P) $\overrightarrow{d}$ (500 cos 15° ; 500 sin 15°)

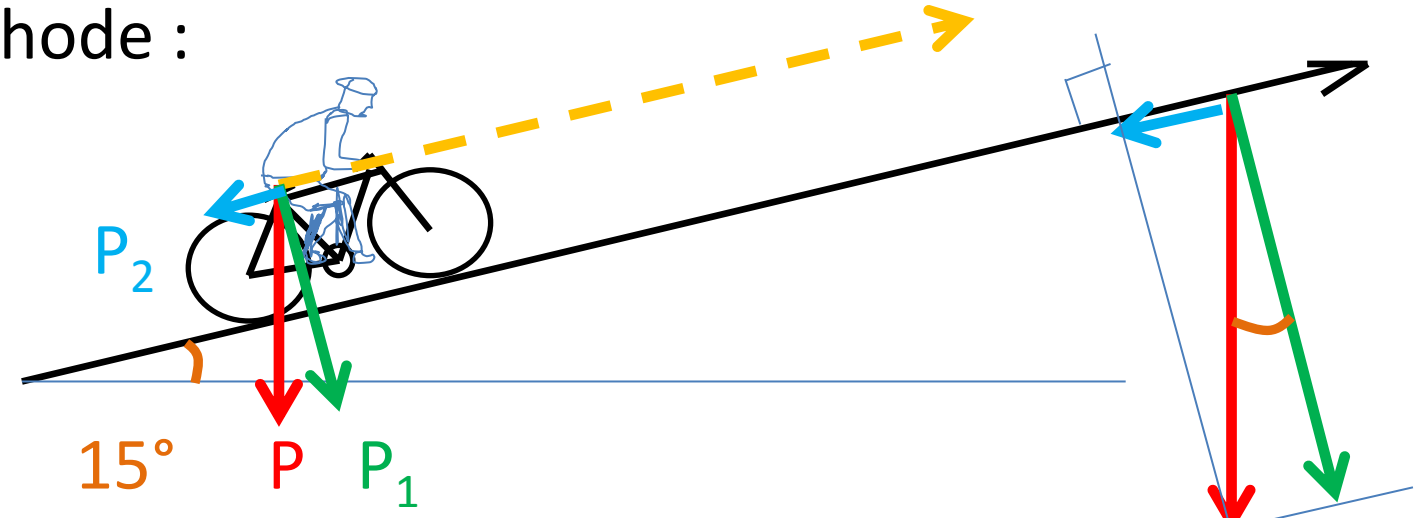
travail du poids = $\overrightarrow{P} . \overrightarrow{d}$ = x x' + y y'

= 0 (500 cos 15°) + (- P) (500 sin 15°)

= 0 + (- 80 g × 500 sin 15°)

≈ **- 101560** (Joules)

Autre méthode :



déplacement $d = 500$ (m)

$\vec{P} = \vec{P_1} + \vec{P_2}$ $\quad P_1 = P \cos 15°$ $\quad P_2 = P \sin 15°$

utilisation des propriétés algébriques :

travail du poids $= \vec{P} \cdot \vec{d} = (\vec{P_1} + \vec{P_2}) \cdot \vec{d} = \vec{P_1} \cdot \vec{d} + \vec{P_2} \cdot \vec{d}$

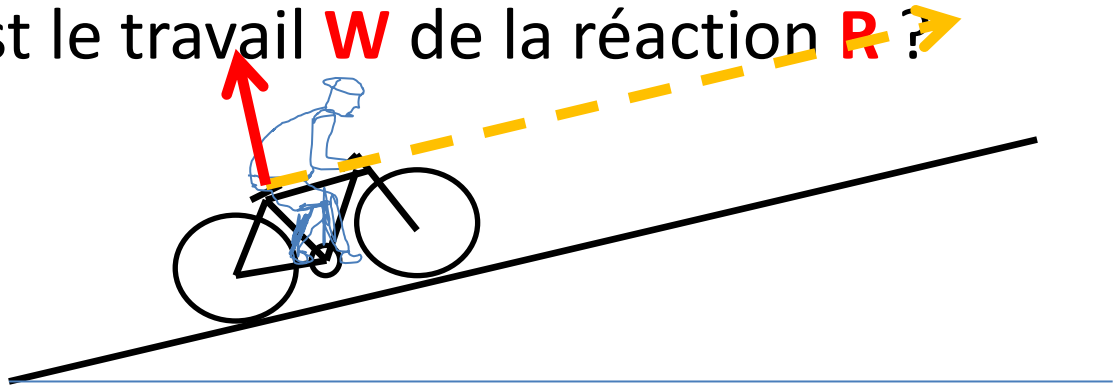
$= P_1 \times d \times \cos \pi/2 \quad + \quad P_2 \times d \times \cos \pi$

$= P \cos 15° \times d \times 0 \quad + \quad P \sin 15° \times d \times (-1)$

$= 0 \quad + \quad 80\ g \sin 15° \times 500 \times (-1)$

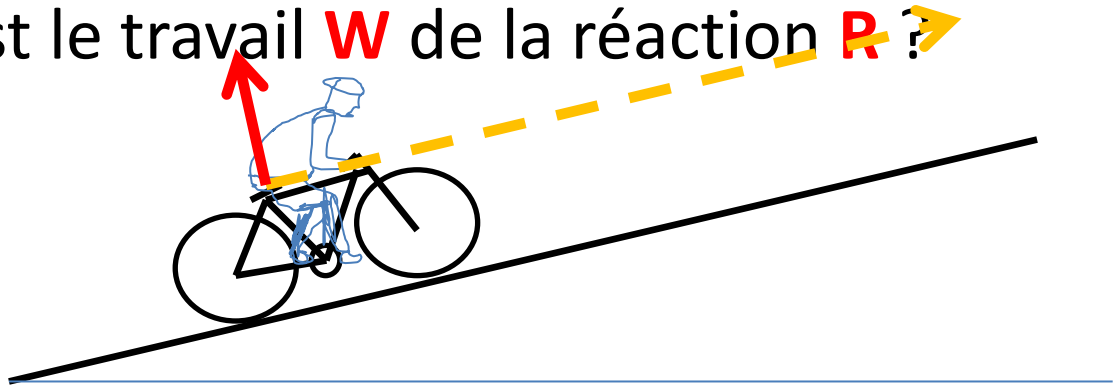
$\approx$ **- 101560** (Joules) < 0 ⇒ le poids s'oppose à $\vec{d}$

2°) Quel est le travail **W** de la réaction **R** ?



La réaction est perpendiculaire au déplacement, donc avec toutes les méthodes on obtient **W** = 0

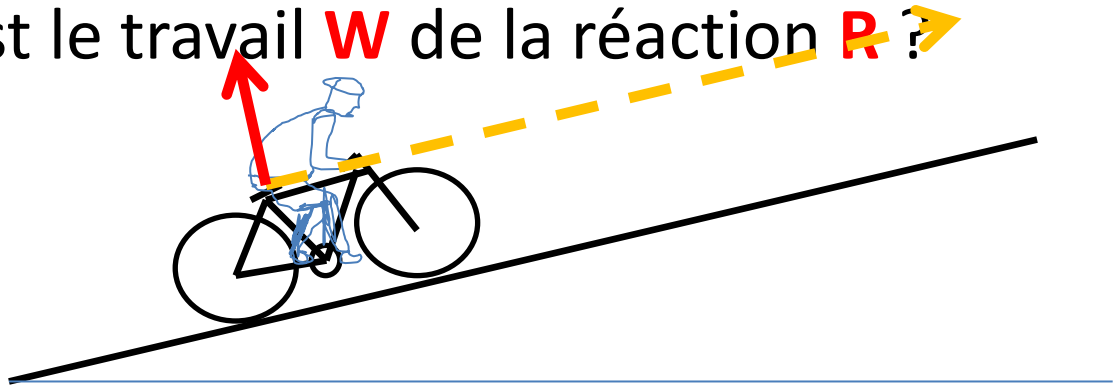
2°) Quel est le travail **W** de la réaction **R** ?



La réaction est perpendiculaire au déplacement, donc avec toutes les méthodes on obtient **W** = 0

projeté : **W** = $\vec{R}$. $\vec{d}$ = 0 . d = 0

2°) Quel est le travail **W** de la réaction **R** ?

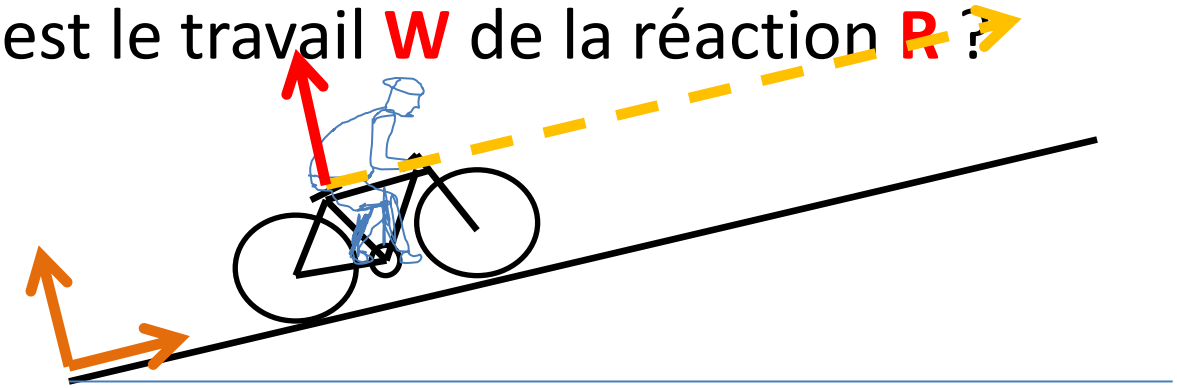


La réaction est perpendiculaire au déplacement, donc avec toutes les méthodes on obtient **W** = 0

projeté : $\mathbf{W} = \vec{R} \cdot \vec{d} = 0 \cdot d = 0$

définition : $\mathbf{W} = \vec{R} \cdot \vec{d} = R \times d \times \cos 90° = R \times d \times 0 = 0$

2°) Quel est le travail **W** de la réaction **R** ?



La réaction est perpendiculaire au déplacement, donc avec toutes les méthodes on obtient **W** = 0

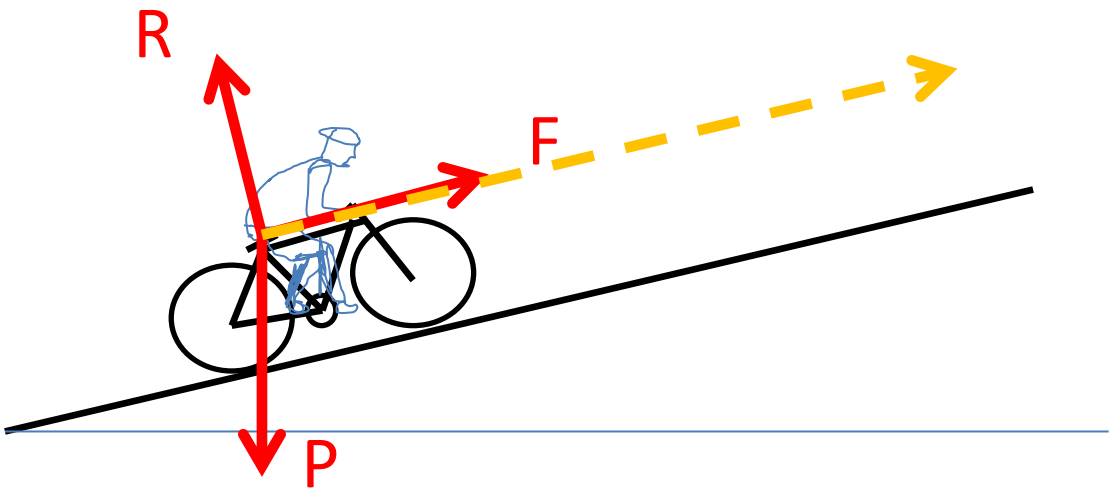
projeté : $\mathbf{W} = \vec{R} \cdot \vec{d} = 0 \cdot d = 0$

définition : $\mathbf{W} = \vec{R} \cdot \vec{d} = R \times d \times \cos 90° = R \times d \times 0 = 0$

coordonnées : $\vec{R}\,(0 ; R)$ $\vec{d}\,(500 ; 0)$

$\mathbf{W} = \vec{R} \cdot \vec{d} = x\,x' + y\,y' = 0 \times 500 + R \times 0 = 0$

3°) Le travail fourni par le cycliste doit compenser le travail du poids. Déterminez la force développée par le cycliste.



C = travail fourni par le cycliste

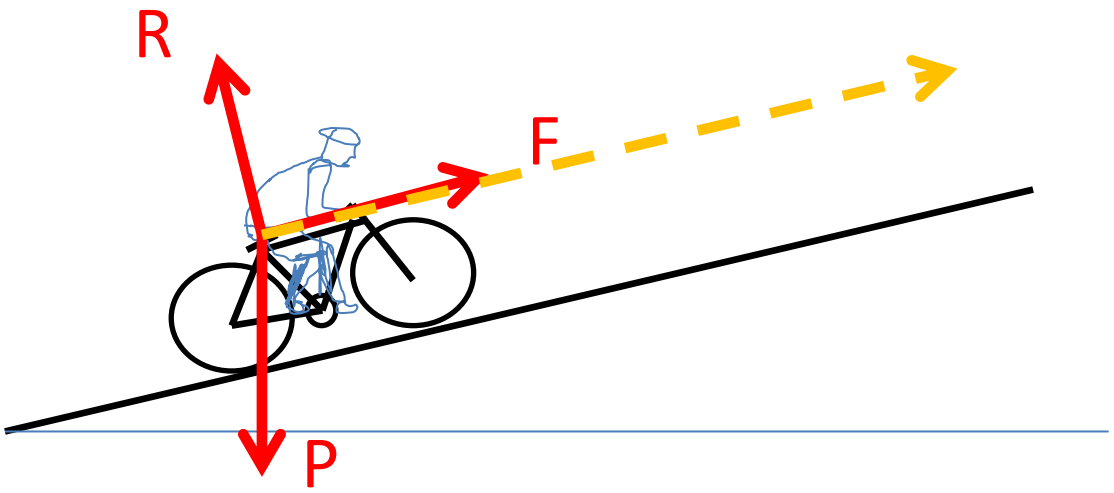
T = travail du poids ≈ **- 101560** (Joules) < 0

le poids s'oppose au déplacement

⇨ C ≈ **+ 101560** (Joules) > 0

le cycliste participe au déplacement

3°) Le travail fourni par le cycliste doit compenser le travail du poids. Déterminez la force développée par le cycliste.



C = travail fourni par le cycliste

T = travail du poids ≈ **- 101560** (Joules) < 0

⇨ C ≈ **+ 101560** (Joules) > 0

$C = \overrightarrow{F} . \overrightarrow{d} = F \times d \times \cos 0 = F \times d \times 1$

⇨ F = C / d ≈ 101560 / 500 = 203,1 (Newton)