Exercice 4 :

(u_n) est la suite

définie sur IN par les termes 5 ; 2 ; - 1 ; - 4 etc…

1°) Tracez sa courbe pour des abscisses ≤ 3

2°) Quel semble être son sens de variation ?

3°) Quelle semble être sa limite ?

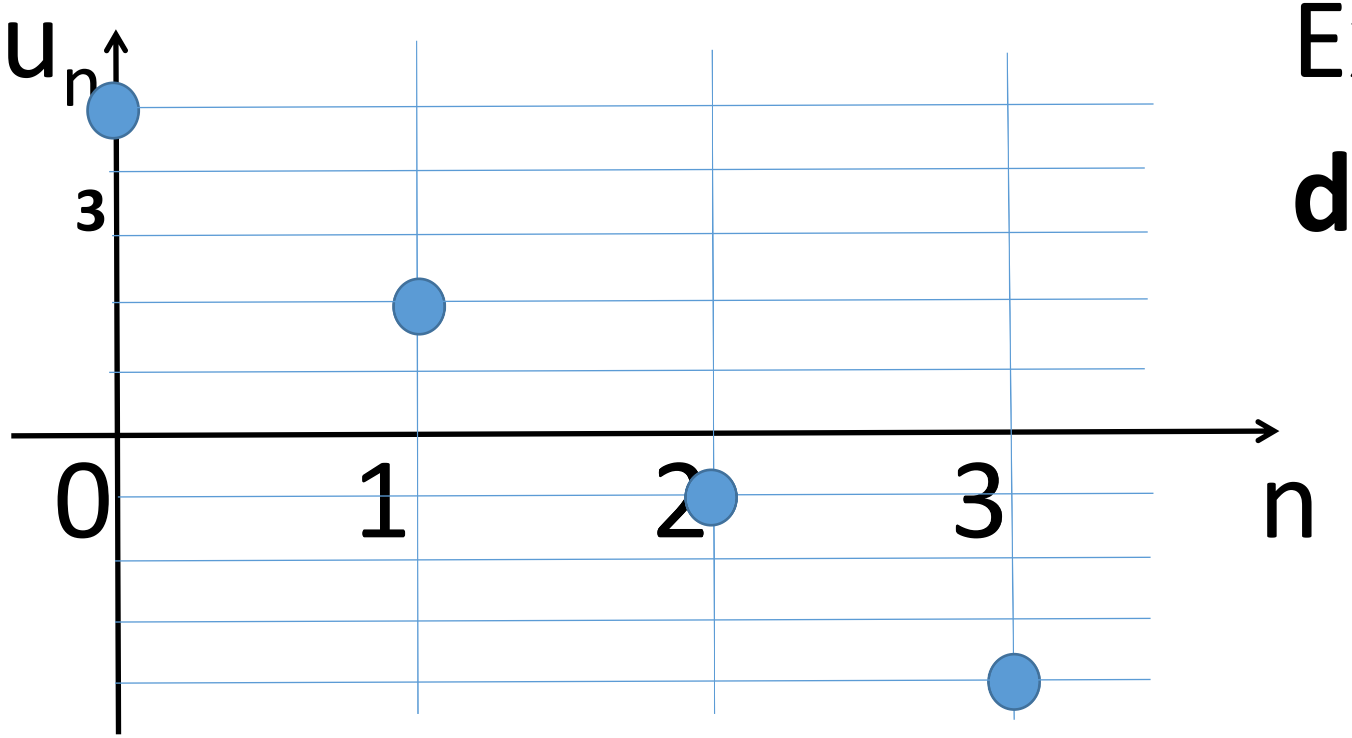
4°) Définissez la suite par une relation explicite.

5°) Définissez la suite par une relation de récurrence.

6°) Déterminez le 100ème terme.

$u_0 = 5$ $u_1 = 2$ $u_2 = -1$ $u_3 = -4$

1°) Tracez sa courbe pour des abscisses ≤ 3



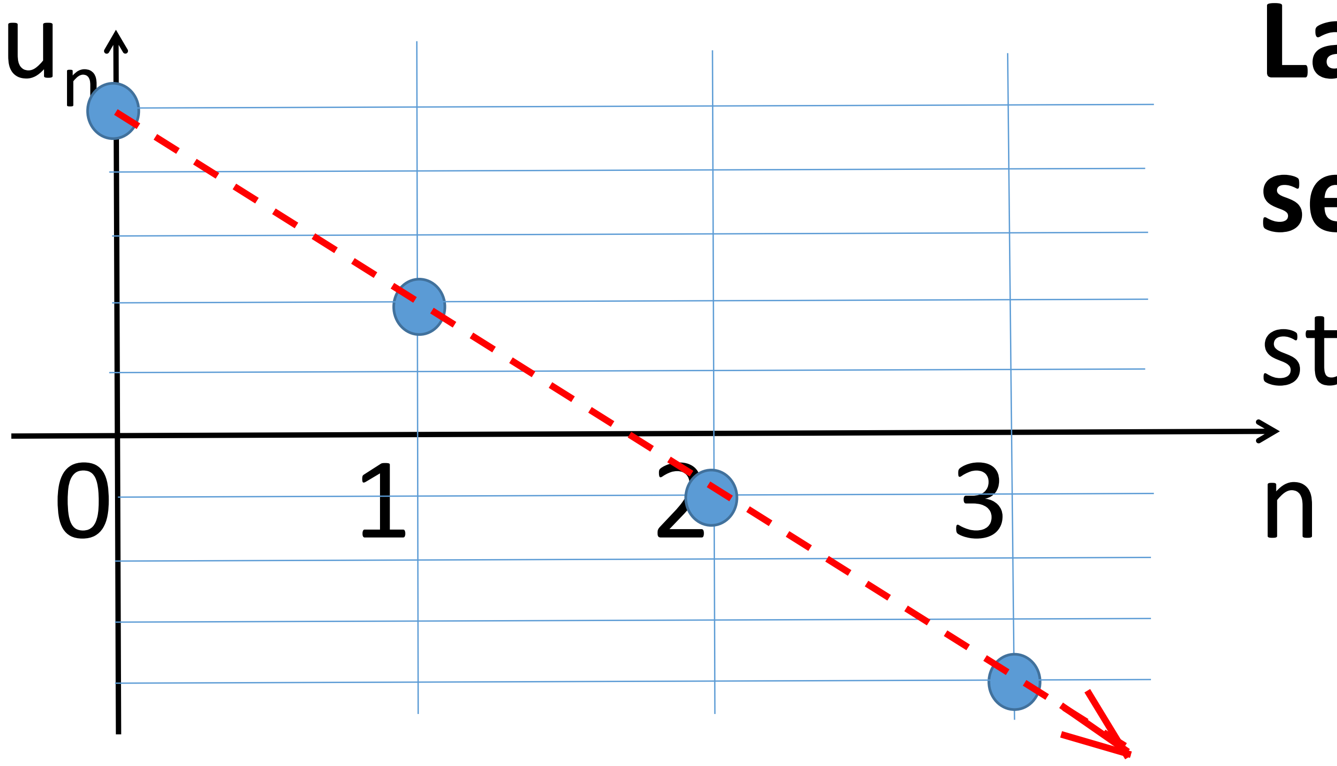
Exemple : $\mathbf{u_3 = -4}$

donne le point

(3 ; - 4)

$u_0 = 5$ $u_1 = 2$ $u_2 = -1$ $u_3 = -4$

2°) Quel semble être son sens de variation ?

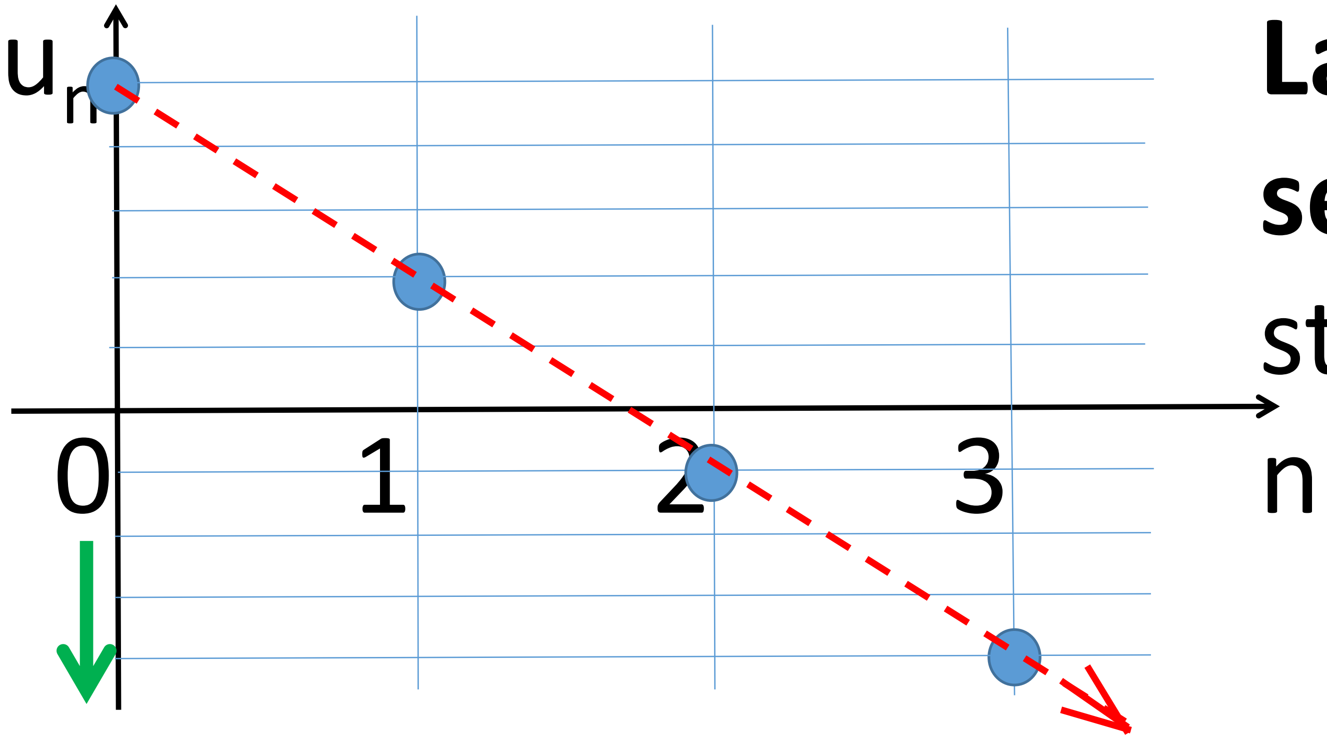


La suite (u_n) semble être

str. décroissante.

$u_0 = 5$ $u_1 = 2$ $u_2 = -1$ $u_3 = -4$

2°) Quel semble être son sens de variation ? 3°) sa limite ? $-\infty$



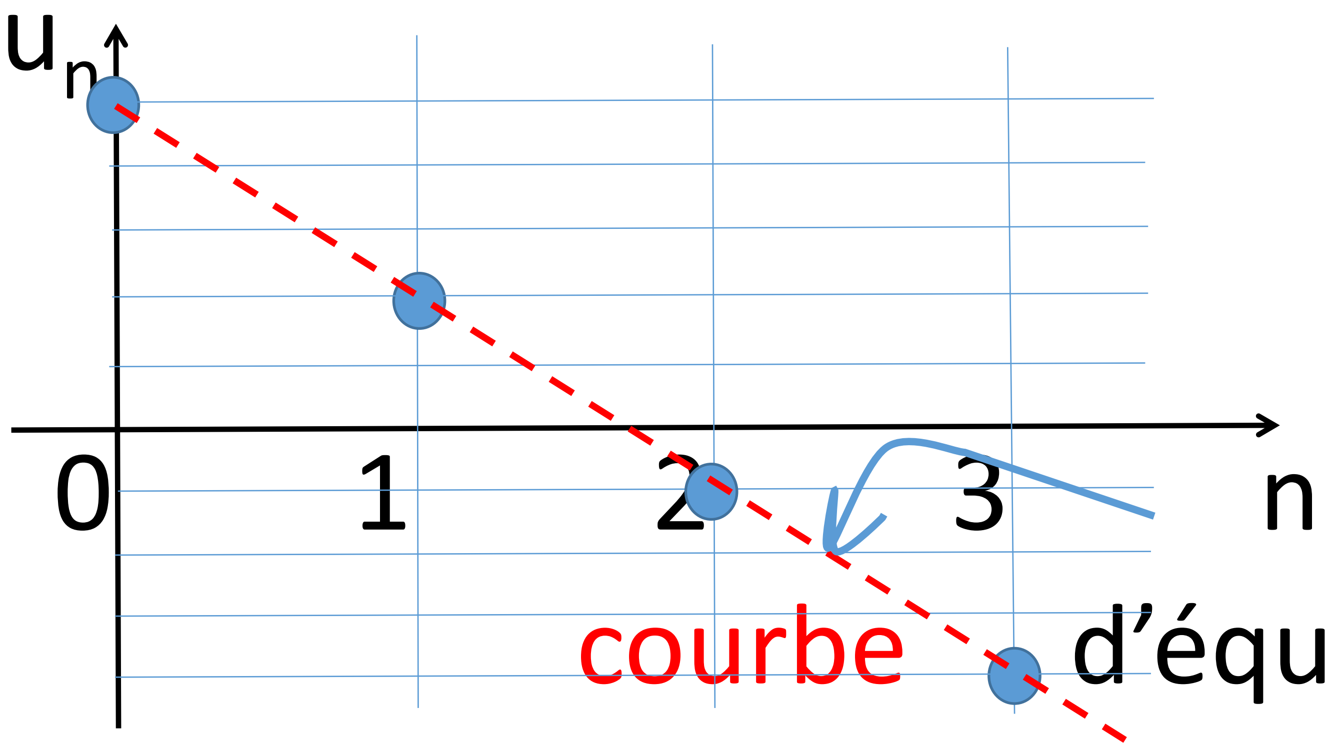
La suite (u_n) semble être

str. décroissante.

$u_0 = 5 \qquad u_1 = 2 \qquad u_2 = -1 \qquad u_3 = -4$

4°) Déterminez la relation explicite.

$\mathbf{u_n = f(n) = \dots ?}$



courbe d’équation $y = f(x) = \dots ?$

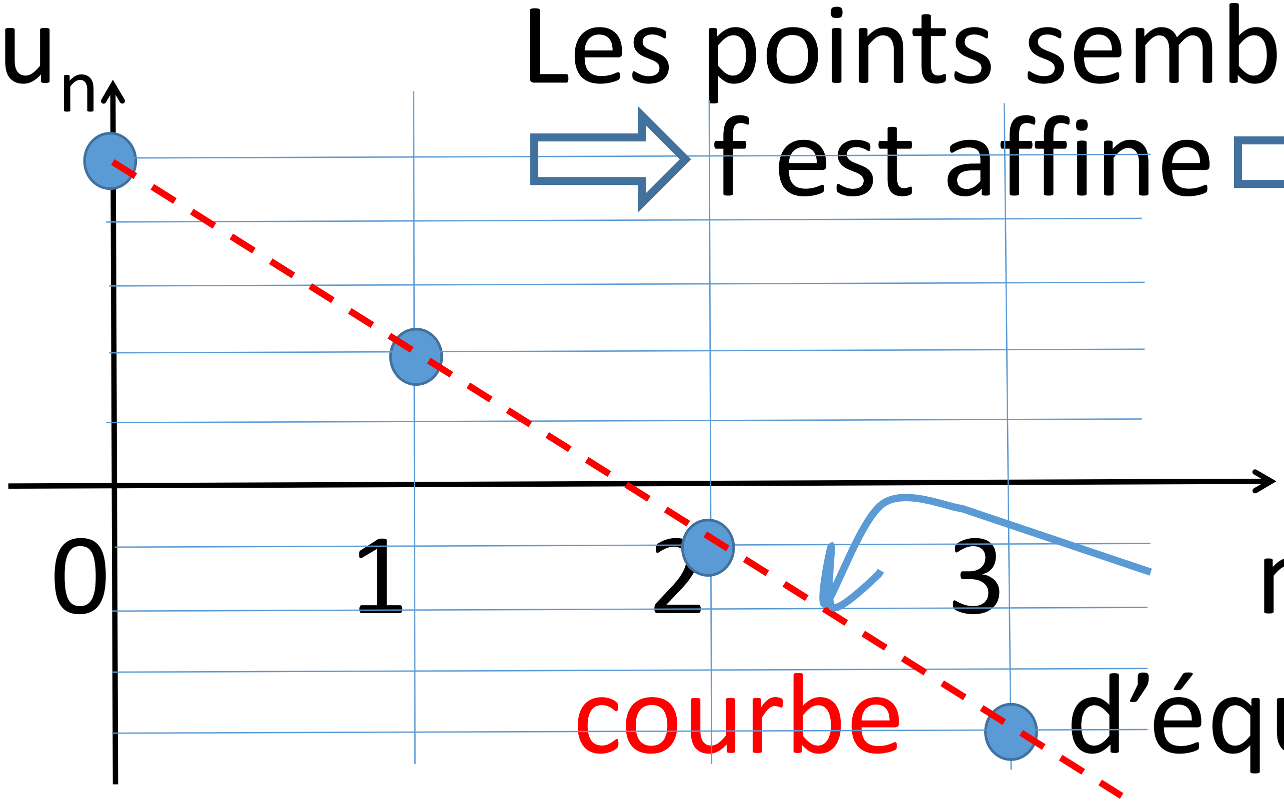
$u_0 = 5$ $u_1 = 2$ $u_2 = -1$ $u_3 = -4$

4°) Déterminez la relation explicite.

$u_n = f(n) = \dots\ ?$

Les points semblent alignés

$\Rightarrow$ f est affine $\Rightarrow$ $f(x) = mx + p$

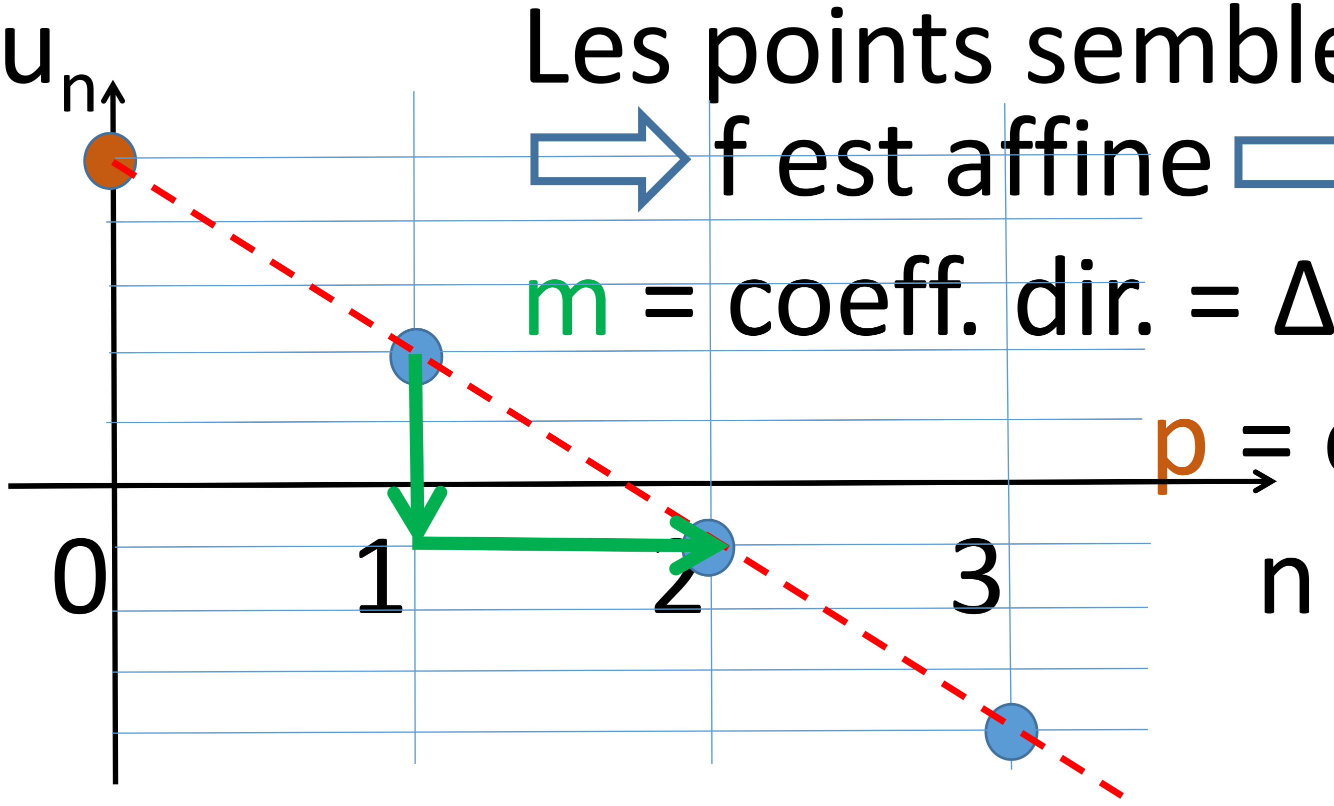


courbe d'équation $y = f(x) = \dots\ ?$

$u_0 = 5 \qquad u_1 = 2 \qquad u_2 = -1 \qquad u_3 = -4$

4°) Déterminez la relation explicite.

$u_n = f(n) = \ldots ?$



Les points semblent alignés

$\Rightarrow$ f est affine $\Rightarrow$ $f(x) = mx + p$

m = coeff. dir. = $\Delta y / \Delta x = -3/1 = -3$

p = ord. à l'origine = 5

$u_n = -3n + 5$

5°) Définissez la suite par une relation de récurrence.

$u_{n+1} = g(u_n) = \dots ?$

n	0	1	2	3
u_n	5	2	- 1	- 4

5°) Définissez la suite par une relation de récurrence.

$u_{n+1} = g(u_n) = \dots\ ?$

n	0	1	2	3
u_n	5	2	- 1	- 4

$5 \xrightarrow{-3} 2 \xrightarrow{-3} -1 \xrightarrow{-3} -4$

$\Rightarrow\ u_{n+1} = u_n - 3$

$u_n = -3n + 5 = u_{n-1} - 3$

6°) Déterminez le 100ème terme.

Utilisation de la relation explicite :

$\mathbf{u_0 = 1}$ est le 1er terme (et non $\mathbf{u_1}$)

donc $\mathbf{u_{99}}$ est le 100ème terme.

$\mathbf{u_n = -3n + 5} \Rightarrow \mathbf{u_{99}} = -3(99) + 5 = \mathbf{-292}$

Utiliser la relation de récurrence oblige à déterminer tous les termes de $\mathbf{u_1}$ à $\mathbf{u_{99}}$!

Exercice 5 :

(u_n) est la suite

définie sur IN par les termes 1024 ; - 512 ; 256 ; - 128 ; 64 etc…

1°) Tracez sa courbe pour des abscisses ≤ 3

2°) Quel semble être son sens de variation ?

3°) Quelle semble être sa limite ?

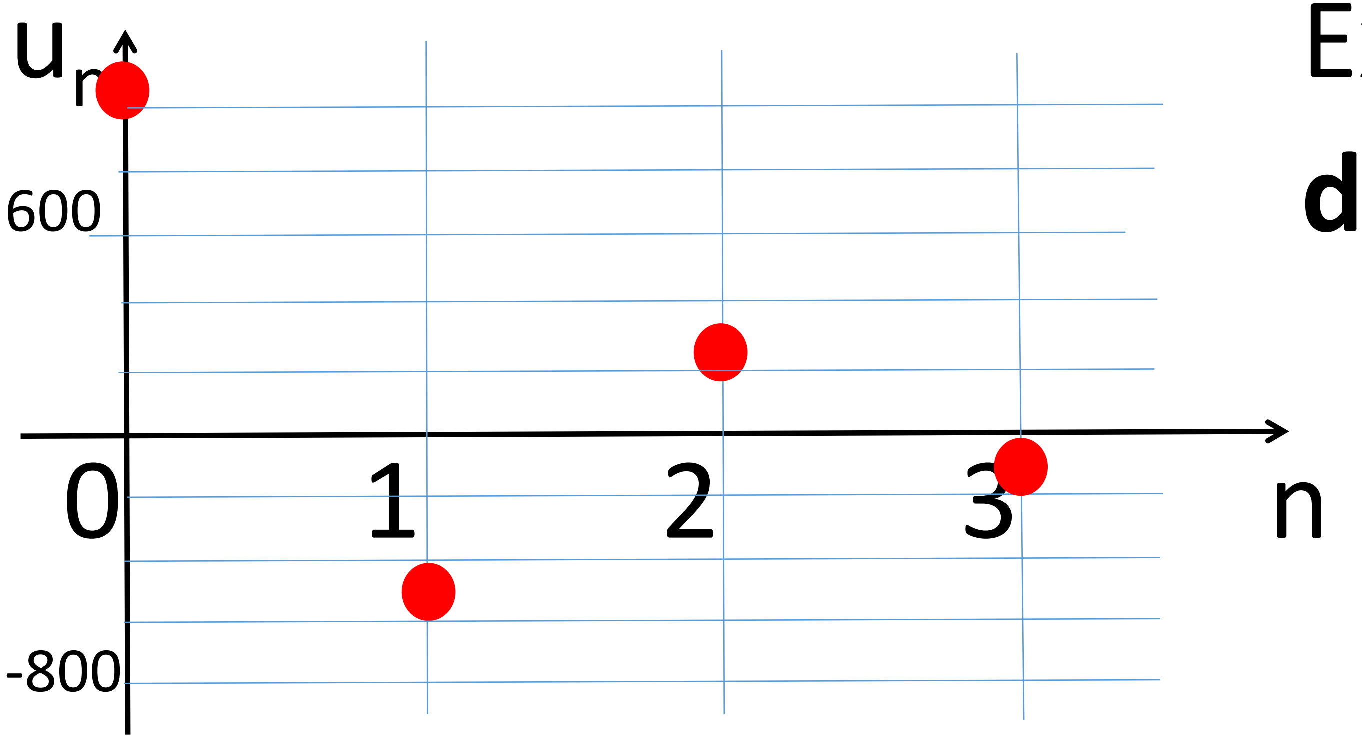
4°) Définissez la suite par une relation explicite.

5°) Définissez la suite par une relation de récurrence.

6°) Déterminez le 100ème terme.

$u_0 = 1024 \quad u_1 = -512 \quad u_2 = 256 \quad u_3 = -128$

1°) Tracez sa courbe pour des abscisses ≤ 3



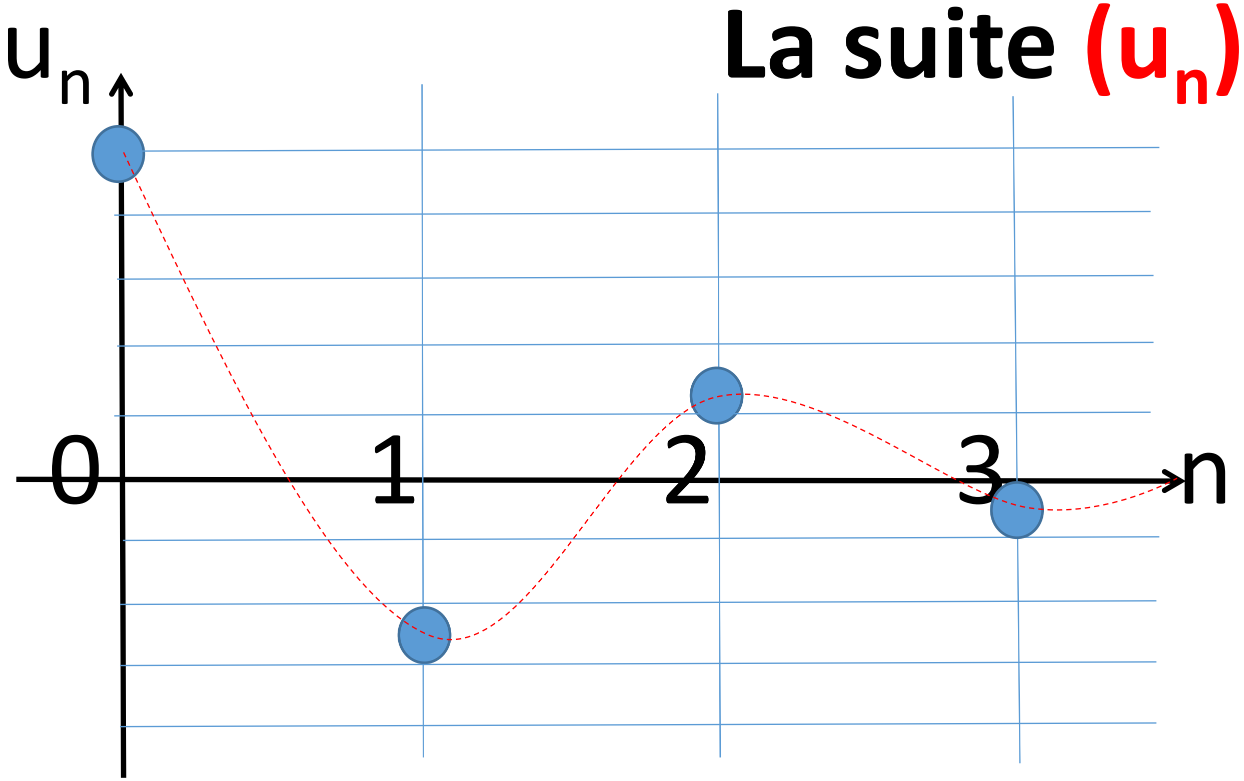
Ex. : u_3 = **- 128**

donne le point

(3 ; - 128)

$u_0 = 1024$ $u_1 = - 512$ $u_2 = 256$ $u_3 = - 128$

2°) Quel semble être son sens de variation ?



La suite (u_n) semble être

alternativement

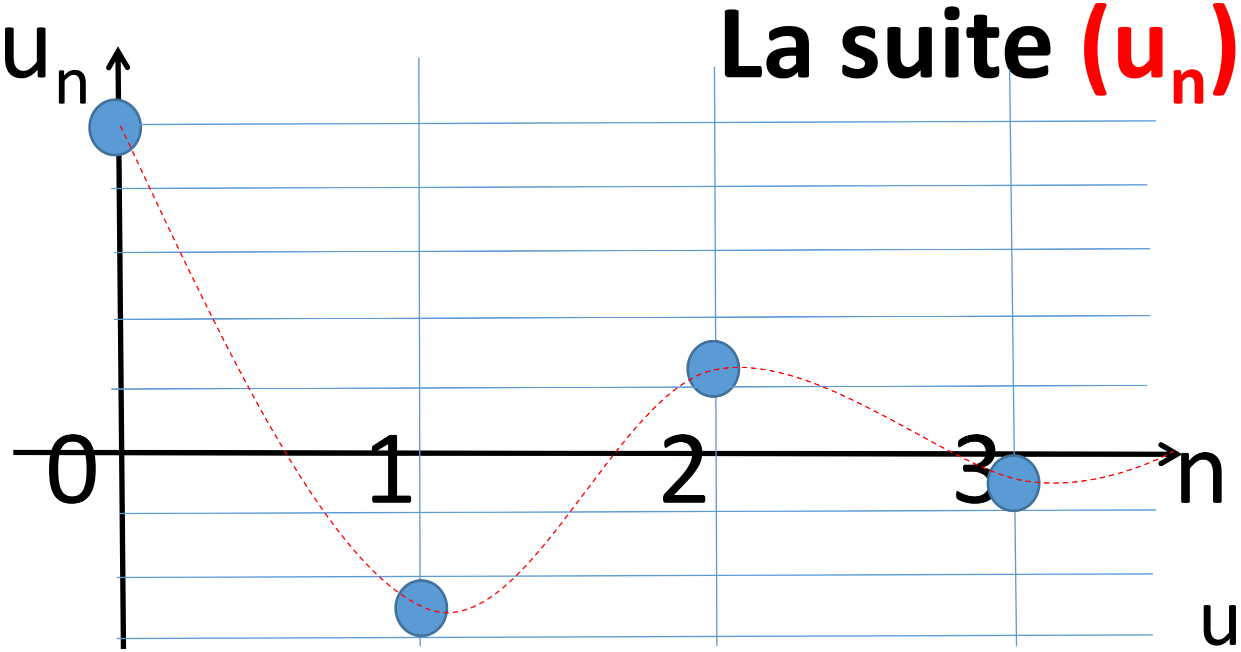
croissante

et décroissante.

$u_0 = 1024$ $u_1 = - 512$ $u_2 = 256$ $u_3 = - 128$

2°) Quel semble être son sens de variation ?

3°) sa limite ? Limite 0



La suite (u_n) semble être

alternativement

croissante

et décroissante.

$u_4 = 64$; $u_5 = - 32$; $u_6 = 16$

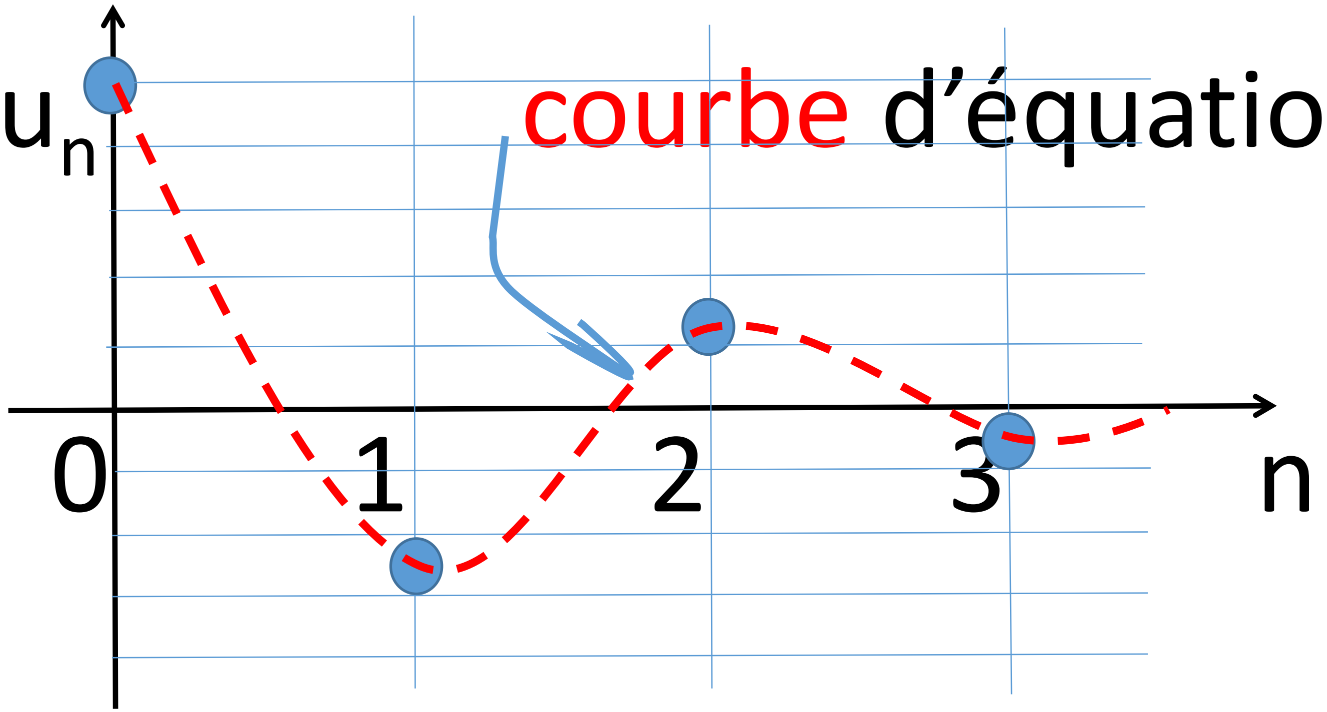
puis - 8 ; 4 ; - 2 ; 1 ; - 0,5 ; 0,25 ; - 0,125 ; 0,0625 ; - 0,03125 etc…

$u_0 = 1024$ $u_1 = -512$ $u_2 = 256$ $u_3 = -128$

4°) Déterminez la relation explicite.

$u_n = f(n) = \dots ?$

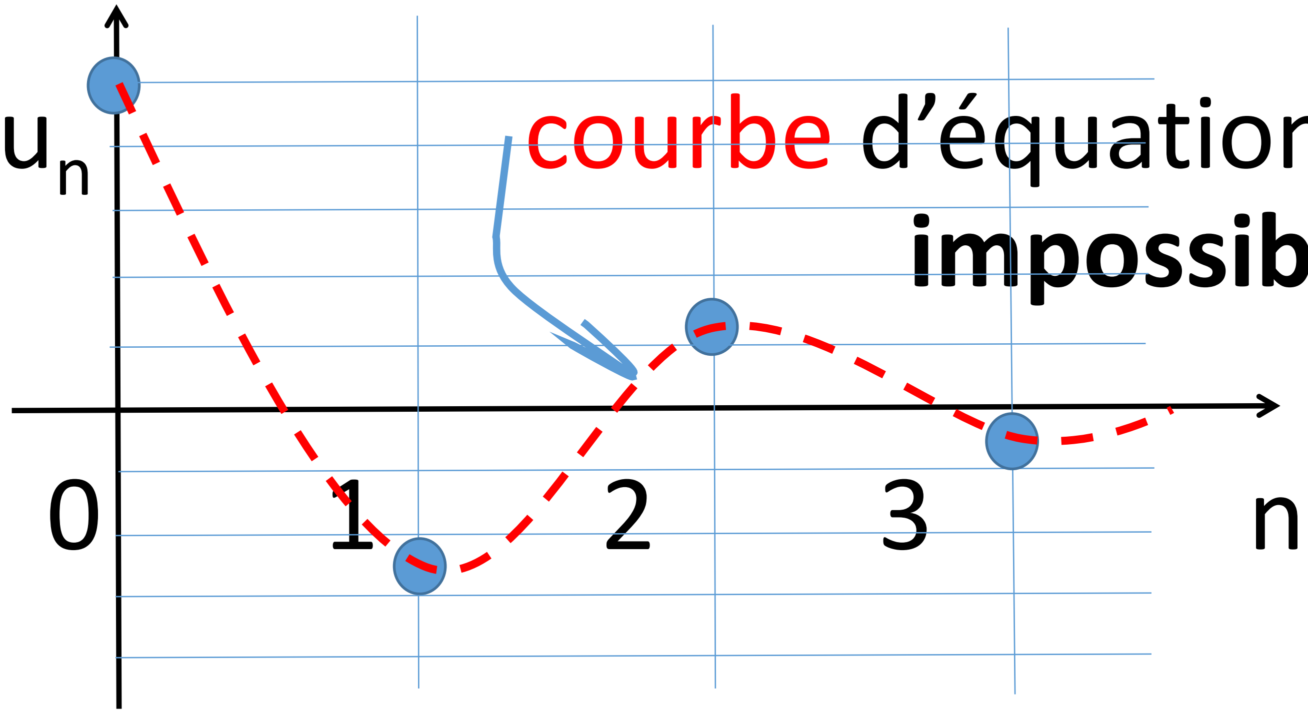
courbe d'équation $y = f(x) = \dots ?$



$u_0 = 1024 \qquad u_1 = -\,512 \qquad u_2 = 256 \qquad u_3 = -\,128$

4°) Déterminez la relation explicite.

$u_n = f(n) = \ldots\,?$



courbe d'équation $y = f(x) = \ldots\,?$

impossible à déterminer

5°) Définissez la suite par une relation de récurrence.

$u_{n+1} = g(u_n) = \dots$?

n	0	1	2	3
u_n	1024	- 512	256	- 128

5°) Définissez la suite par une relation de récurrence.

$$u_{n+1} = g(u_n) = \dots ?$$

n	0	1	2	3
u_n	1024	- 512	256	- 128

division par $\xrightarrow{-2}$ $\xrightarrow{-2}$ $\xrightarrow{-2}$ $\Rightarrow$ $u_{n+1} = -\,0{,}5\ u_n$

5°) Définissez la suite par une relation de récurrence.

$u_{n+1} = g(u_n) = \dots ?$

n	0	1	2	3
u_n	1024	- 512	256	- 128

division par - 2 - 2 - 2 $\Rightarrow$ $u_{n+1} = - 0{,}5\ u_n$

4°) Déterminez la relation explicite. **$u_n = f(n) = \dots ?$**

$u_0 = 1024 = 1024 \times (- 0{,}5)^0$

$u_1 = - 512 = 1024 \times (- 0{,}5) = 1024 \times (- 0{,}5)^1$

5°) Définissez la suite par une relation de récurrence.

n	0	1	2	3
u_n	1024	- 512	256	- 128

division par - 2 - 2 - 2

$\Rightarrow u_{n+1} = - 0,5\ u_n$

4°) Déterminez la relation explicite. **$u_n = f(n) = ...$?**

$u_0 = 1024 = 1024 \times (- 0,5)^0$

$u_1 = - 512 = 1024 \times (- 0,5) = 1024 \times (- 0,5)^1$

$u_2 = u_1 \times (- 0,5) = 1024 \times (- 0,5)^1 \times (- 0,5) = 1024 \times (- 0,5)^2$

$\Rightarrow u_n = 1024 \times (- 0,5)^n$

$u_n = 1024 \times (-\,0{,}5)^n = -\,0{,}5\ u_{n-1}$

6°) Déterminez le 100ème terme.

Utilisation de la relation explicite :

$u_0 = 1$ est le 1er terme (et non u_1)

donc u_{99} est le 100ème terme.

$u_n = 1024 \times (-\,0{,}5)^n$

$\Rightarrow u_{99} = 1024 \times (-\,0{,}5)^{99} \approx -\,1{,}615 \times 10^{-27}$

Utiliser la relation de récurrence oblige à déterminer tous les termes de u_1 à u_{99} !

$u_n = 1024 \times (-0{,}5)^n = -0{,}5\, u_{n-1}$

$u_0 = 1$ est le 1er terme (et non u_1)

donc u_{99} est le 100ème terme.

$$u_{99} = 1024 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^{99} = 2^{10} \times \frac{-1}{2^{99}} = -\frac{1}{2^{89}}$$