

Exercice 7 :

Soit la fonction f définie sur un ensemble D_f

$$\text{par } f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{3x - 2}$$

- 1°) Déterminez les signes des trois expressions composant la fonction, puis déduisez-en le tableau de signes de f .
- 2°) Déduisez-en le plus grand ensemble de définition possible de f .
- 3°) Déterminez les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A B}{C}$$

1°)

$$A = 0 \Leftrightarrow 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x \dots$$

$$B = 0 \Leftrightarrow \dots$$

$$C = 0 \Leftrightarrow \dots$$

x	$-\infty$	$+\infty$
A		
B		
C		
f(x)		

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A B}{C}$$

$$A = 0 \Leftrightarrow 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4} = -0,25$$

$$B = 0 \Leftrightarrow 5 - 7x = 0 \Leftrightarrow -7x = -5 \Leftrightarrow x = -5 / (-7) = \frac{5}{7} \approx 0,714$$

$$C = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \approx 0,666...$$

x	$-\infty$	$+\infty$
A		
B		
C		
f(x)		

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A B}{C}$$

$$A = 0 \Leftrightarrow 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4x = -1 \Leftrightarrow x = -1/4$$

$$B = 0 \Leftrightarrow 5 - 7x = 0 \Leftrightarrow -7x = -5 \Leftrightarrow x = -5 / (-7) + 5/7 \approx 0,714$$

$$C = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = 2/3 \approx 0,666...$$

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$
A		0			
B				0	
C			0		
f(x)					

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A B}{C}$$

$$A < 0 \Leftrightarrow 4x + 1 < 0 \Leftrightarrow 4x < -1 \Leftrightarrow x < -1/4$$

$$B < 0 \Leftrightarrow 5 - 7x < 0 \Leftrightarrow -7x < -5 \Leftrightarrow x > -5 / (-7) = 5/7$$

$$C < 0 \Leftrightarrow 3x - 2 < 0 \Leftrightarrow 3x < 2 \Leftrightarrow x < 2/3$$

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$
A		0			
B				0	
C			0		
f(x)					

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{AB}{C}$$

$$A < 0 \iff 4x + 1 < 0 \iff 4x < -1 \iff x < -1/4$$

$$B < 0 \iff 5 - 7x < 0 \iff -7x < -5 \iff x > -5 / (-7) = 5/7$$

$$C < 0 \iff 3x - 2 < 0 \iff 3x < 2 \iff x < 2/3$$

[illegible]

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A B}{C}$$

$$A < 0 \Leftrightarrow 4x + 1 < 0 \Leftrightarrow 4x < -1 \Leftrightarrow x < -1/4$$

$$B < 0 \Leftrightarrow 5 - 7x < 0 \Leftrightarrow -7x < -5 \Leftrightarrow x > -5 / (-7) = 5/7$$

$$C < 0 \Leftrightarrow 3x - 2 < 0 \Leftrightarrow 3x < 2 \Leftrightarrow x < 2/3$$

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$		$+\infty$
A	-		0			
B				0	-	
C			0			
f(x)						

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A B}{C}$$

$$A < 0 \Leftrightarrow 4x + 1 < 0 \Leftrightarrow 4x < -1 \Leftrightarrow x < -1/4$$

$$B < 0 \Leftrightarrow 5 - 7x < 0 \Leftrightarrow -7x < -5 \Leftrightarrow x > -5 / (-7) = 5/7$$

$$C < 0 \Leftrightarrow 3x - 2 < 0 \Leftrightarrow 3x < 2 \Leftrightarrow x < 2/3$$

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$
A		-	0		
B				0	-
C		-	-	0	
f(x)					

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A B}{C}$$

On peut faire les trois études $A < 0$ $B < 0$ $C < 0$
 ou compléter les cases vides par +

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$
A	-	0			
B				0	-
C	-		-	0	
f(x)					

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A B}{C}$$

On peut faire les trois études $A < 0$ $B < 0$ $C < 0$
ou compléter les cases vides par +

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$
A	-	0	+	+	+
B	+		+	0	-
C	-		0	+	+
f(x)					

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A \ B}{C}$$

Signes de $f(x)$:

Produit des signes sur les intervalles.

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$
A	-	0	+	+	+
B	+	+	+	0	-
C	-	-	0	+	+
f(x)					

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A \ B}{C}$$

Signes de $f(x)$:

Produit des signes sur les intervalles,

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$
A	-	0	+	+	+
B	+	+	+	0	-
C	-	-	0	+	+
f(x)	+	-	+	-	-

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A \ B}{C}$$

Signes de $f(x)$:

Produit des signes sur les intervalles,

Nul si numérateur nul,

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$	
A	-	0	+	+	+	
B	+		+	0	-	
C	-		0	+	+	
f(x)	+	0	-	+	0	-

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A \ B}{C}$$

Signes de $f(x)$:

Produit des signes sur les intervalles,

Nul si numérateur nul, impossible si dénominateur nul.

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$	
A	-	0	+	+	+	
B	+		+	0	-	
C	-		0	+	+	
f(x)	+	0		+	0	-

$$f(x) = (4x + 1)(5 - 7x) / (3x - 2)$$

1°) Déterminez les signes des trois expressions composant la fonction, puis déduisez-en le **tableau de signes de f** :

Réponse :

x	$-\infty$ $-1/4$ $2/3$ $5/7$ $+\infty$							
f(x)	+		0	-		+	0	-

2°) Déduisez-en le plus grand **ensemble de définition** possible de f :

$$f(x) = (4x + 1)(5 - 7x) / (3x - 2)$$

1°) **tableau de signes de f :**

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$	
f(x)	+	0	-	+	0	-

2°) Déduisez-en le plus grand **ensemble de définition** possible de f : **tous les réels sauf $2/3$**

$$= \mathbb{R} \text{ privé de } \{ 2/3 \} =] - \infty ; 2/3 [\cup] 2/3 ; + \infty [$$

3°) solutions de **$f(x) \leq 0$**

$$f(x) = (4x + 1)(5 - 7x) / (3x - 2)$$

1°) **tableau de signes de f :**

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$	
f(x)	+	0	-	+	0	-

2°) Déduisez-en le plus grand **ensemble de définition** possible de f : **tous les réels sauf $2/3$**

$$= \mathbb{R} \text{ privé de } \{ 2/3 \} =] -\infty ; 2/3 [\cup] 2/3 ; +\infty [$$

3°) solutions de **$f(x) \leq 0$**

$$f(x) = (4x + 1)(5 - 7x) / (3x - 2)$$

1°) **tableau de signes de f :**

x	$-\infty$	$-1/4$	$2/3$	$5/7$	$+\infty$	
f(x)	+	0	-	+	0	-

2°) Déduisez-en le plus grand **ensemble de définition** possible de f : **tous les réels sauf $2/3$**

$$= \mathbb{R} \text{ privé de } \{ 2/3 \} =] -\infty ; 2/3 [\cup] 2/3 ; +\infty [$$

3°) solutions de **$f(x) \leq 0$**

$$S = [-1/4 ; 2/3 [\cup [5/7 ; +\infty [$$

Exercice 7 bis :

Soit la fonction f définie sur un ensemble D_f

$$\text{par } f(x) = \frac{1 - x}{(2 + 3x)(1 - 2x)}$$

- 1°) Déterminez le tableau de signes de f .
- 2°) Déterminez le plus grand ensemble de définition possible de f .
- 3°) Déterminez les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de **A** : $1 - x = 0 \iff -x = -1 \iff x = 1$

Signes de **B** : $2 + 3x = 0 \iff 3x = -2 \iff x = -2/3$

Signes de **C** : $1 - 2x = 0 \iff -2x = -1 \iff x = -1/(-2) = 1/2$

x	$-\infty$	$+\infty$
A		
B		
C		
f(x)		

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de **A** : $1 - x = 0 \iff -x = -1 \iff x = 1$

Signes de **B** : $2 + 3x = 0 \iff 3x = -2 \iff x = -2/3$

Signes de **C** : $1 - 2x = 0 \iff -2x = -1 \iff x = -1/(-2) = 1/2$

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A					
B					
C					
f(x)					

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de **A** : $1 - x = 0 \iff -x = -1 \iff x = 1$

Signes de **B** : $2 + 3x = 0 \iff 3x = -2 \iff x = -2/3$

Signes de **C** : $1 - 2x = 0 \iff -2x = -1 \iff x = -1/(-2) = 1/2$

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A				0	
B		0			
C			0		
f(x)					

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de **A** : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de **B** : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de **C** : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A				0	
B		0			
C			0		
f(x)					

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de **A** : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de **B** : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de **C** : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x					
	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A	positif		positif	positif	0
B		0			
C			0		
f(x)					

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de **A** : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de **B** : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de **C** : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A	positif	positif	positif	0	
B		0	positif	positif	positif
C			0		
f(x)					

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de **A** : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de **B** : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de **C** : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x					
	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A	positif		positif	positif	0
B		0	positif	positif	positif
C	positif		positif	0	
f(x)					

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de **A** : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de **B** : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de **C** : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A	positif	positif	positif	0	négatif
B	négatif	0	positif	positif	positif
C	positif	positif	0	négatif	négatif
f(x)					

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de **A** : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de **B** : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de **C** : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A	+	+	+	0	-
B	-	0	+	+	+
C	+	+	0	-	-
f(x)					

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de **A** : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de **B** : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de **C** : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$		
A	+	+	+	0	-		
B	-	0	+	+	+		
C	+	+	0	-	-		
f(x)	-		+		-	0	+

Lorsque B ou C sont nuls,
la division n'existe pas.

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

2°)

Le plus grand ensemble de définition est

$$D_f =] - \infty ; - 2/3 [\cup] - 2/3 ; 1/2 [\cup] 1/2 ; + \infty [$$

$$= \mathbb{R} \text{ privé de } \{ - 2/3 ; 1/2 \}$$

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$		
A	+		+	0	-		
B	-	0	+	+	+		
C	+		0	-	-		
f(x)	-		+		-	0	+

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

2°)

Le plus grand ensemble de définition est

$$D_f =] - \infty ; - 2/3 [\cup] - 2/3 ; 1/2 [\cup] 1/2 ; + \infty [$$

3°) $f(x) \geq 0$ a comme solutions x dans ...

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$		
A	+		+	0	-		
B	-	0	+	+	+		
C	+		0	-	-		
f(x)	-		+		-	0	+

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B C)$$

2°)

Le plus grand ensemble de définition est

$$D_f =] - \infty ; - 2/3 [\cup] - 2/3 ; 1/2 [\cup] 1/2 ; + \infty [$$

3°) $f(x) \geq 0$ a comme solutions x dans $] - 2/3 ; 1/2 [\cup [1 ; + \infty [$

x	$-\infty$	$- 2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A	+		+	0	-
B	-	0	+	+	+
C	+		0	-	-
f(x)	-		+		-