

Exercice 7 :

Soit la fonction f définie sur un ensemble D_f

$$(4x + 1)(5 - 7x)$$

par $f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{3x - 2}$

- 1°) Déterminez les signes des trois expressions composant la fonction, puis déduisez-en le tableau de signes de f .
- 2°) Déduisez-en le plus grand ensemble de définition possible de f .
- 3°) Déterminez les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$

$$f(x) = \frac{(4x+1)(5-7x)}{(3x-2)} = \frac{A}{B} + \frac{C}{D}$$

1°)

$$A = 0 \Leftrightarrow 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$$

$$B = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$C = 0 \Leftrightarrow (4x+1)(3x-2) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -\frac{1}{4}, x_2 = \frac{2}{3}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
A				
B				
C				
f(x)				

$$f(x) = \frac{(4x+1)(5-7x)}{(3x-2)} = \frac{A}{C}$$

$$A = 0 \Leftrightarrow 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4x = -1 \Leftrightarrow x = -1/4 = -0,25$$

$$B = 0 \Leftrightarrow 5 - 7x = 0 \Leftrightarrow -7x = -5 \Leftrightarrow x = -5 / (-7) = 5/7 \approx 0,714$$

$$C = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = 2/3 \approx 0,666\dots$$

x	- ∞	+ ∞
A		
B		
C		
f(x)		

$$(4x + 1)(5 - 7x) \quad A \quad B$$

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A}{C}$$

$$A = 0 \Leftrightarrow 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4x = -1 \Leftrightarrow x = -1/4$$

$$B = 0 \Leftrightarrow 5 - 7x = 0 \Leftrightarrow -7x = -5 \Leftrightarrow x = -5 / (-7) + 5/7 \approx 0,714$$

$$C = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = 2/3 \approx 0,666\dots$$

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
A		0			
B				0	
C			0		
f(x)					

$$(4x + 1)(5 - 7x) \quad A \quad B$$

$$f(x) = \frac{(4x + 1)(5 - 7x)}{(3x - 2)} = \frac{A}{C}$$

$$A < 0 \Leftrightarrow 4x + 1 < 0 \Leftrightarrow 4x < -1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{4}$$

$$B < 0 \Leftrightarrow 5 - 7x < 0 \Leftrightarrow -7x < -5 \Leftrightarrow x > -5 / (-7) = \frac{5}{7}$$

$$C < 0 \Leftrightarrow 3x - 2 < 0 \Leftrightarrow 3x < 2 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$$

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
A		0			
B				0	
C			0		
f(x)					

$$(4x+1)(5-7x) \quad A \quad B$$

$$f(x) = \frac{(4x+1)(5-7x)}{(3x-2)} = \frac{A}{C}$$

$$A < 0 \Leftrightarrow 4x + 1 < 0 \Leftrightarrow 4x < -1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{4}$$

$$B < 0 \Leftrightarrow 5 - 7x < 0 \Leftrightarrow -7x < -5 \Leftrightarrow x > -5 / (-7) = \frac{5}{7}$$

$$C < 0 \Leftrightarrow 3x - 2 < 0 \Leftrightarrow 3x < 2 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$$

x	$-\infty$	-1/4	2/3	5/7	$+\infty$
A		-	0		
B				0	
C			0		
f(x)					

$$(4x+1)(5-7x) \quad A \quad B$$

$$f(x) = \frac{(4x+1)(5-7x)}{(3x-2)} = \frac{A}{C}$$

$$A < 0 \Leftrightarrow 4x + 1 < 0 \Leftrightarrow 4x < -1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{4}$$

$$B < 0 \Leftrightarrow 5 - 7x < 0 \Leftrightarrow -7x < -5 \Leftrightarrow x > -5 / (-7) = \frac{5}{7}$$

$$C < 0 \Leftrightarrow 3x - 2 < 0 \Leftrightarrow 3x < 2 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$$

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
A	-	0			
B				0	-
C			0		
f(x)					

$$(4x+1)(5-7x) \quad A \quad B$$

$$f(x) = \frac{(4x+1)(5-7x)}{(3x-2)} = \frac{A}{C}$$

$$A < 0 \Leftrightarrow 4x + 1 < 0 \Leftrightarrow 4x < -1 \Leftrightarrow x < -1/4$$

$$B < 0 \Leftrightarrow 5 - 7x < 0 \Leftrightarrow -7x < -5 \Leftrightarrow x > -5 / (-7) = 5/7$$

$$C < 0 \Leftrightarrow 3x - 2 < 0 \Leftrightarrow 3x < 2 \Leftrightarrow x < 2/3$$

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
A	-	0			
B				0	-
C	-	-	0		
f(x)					

$$f(x) = \frac{(4x+1)(5-7x)}{(3x-2)} = \frac{A}{B} + C$$

On peut faire les trois études $A < 0$ $B < 0$ $C < 0$
ou compléter les cases vides par +

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
A	-	0			
B				0	-
C	-		-	0	
f(x)					

$$(4x+1)(5-7x) = A B$$

$$f(x) = \frac{(4x+1)(5-7x)}{(3x-2)} = \frac{A B}{C}$$

On peut faire les trois études $A < 0$ $B < 0$ $C < 0$

ou compléter les cases vides par +

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
A	-	0	+	+	+
B	+	+	+	0	-
C	-	-	0	+	+
f(x)					

$$f(x) = \frac{(4x+1)(5-7x)}{(3x-2)} = \frac{A}{B} + \frac{C}{D}$$

Signes de $f(x)$:

Produit des signes sur les intervalles.

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
A	-	0	+	+	+
B	+	+	+	0	-
C	-	-	0	+	+
f(x)					

$$(4x+1)(5-7x) = \frac{A}{B} = \frac{C}{(3x-2)}$$

Signes de $f(x)$:

Produit des signes sur les intervalles,

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
A	-	0	+	+	+
B	+	+	+	0	-
C	-	-	0	+	+
$f(x)$	+	-	-	+	-

$$(4x+1)(5-7x) \quad A \quad B$$

$$f(x) = \frac{(4x+1)(5-7x)}{(3x-2)} = \frac{A}{C}$$

Signes de $f(x)$:

Produit des signes sur les intervalles,

Nul si numérateur nul,

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
A	-	0	+	+	+
B	+	+	+	0	-
C	-	-	0	+	+
f(x)	+	0	-	0	-

$$(4x+1)(5-7x) = \frac{A}{B} = \frac{C}{3x-2}$$

Signes de $f(x)$:

Produit des signes sur les intervalles,

Nul si numérateur nul, impossible si dénominateur nul.

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
A	-	0	+	+	+
B	+	+	+	0	-
C	-	-	0	+	+
f(x)	+	0	-		-

$$f(x) = (4x + 1)(5 - 7x) / (3x - 2)$$

1°) Déterminez les signes des trois expressions composant la fonction, puis déduisez-en le **tableau de signes de f** :

Réponse :

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞		
f(x)	+	0	-		+	0	-

2°) Déduisez-en le plus grand **ensemble de définition** possible de f :

$$f(x) = (4x + 1)(5 - 7x) / (3x - 2)$$

1°) tableau de signes de f :

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞		
f(x)	+	0	-		+	0	-

2°) Déduisez-en le plus grand ensemble de définition possible de f : tous les réels sauf 2/3

$$= \mathbb{R} \text{ privé de } \{2/3\} =]-\infty; 2/3[\cup]2/3; +\infty[$$

3°) solutions de $f(x) \leq 0$

$$f(x) = (4x + 1)(5 - 7x) / (3x - 2)$$

1°) tableau de signes de f :

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
f(x)	+	0 -		+	0 -

2°) Déduisez-en le plus grand ensemble de définition possible de f : tous les réels sauf $2/3$

$$= \mathbb{R} \text{ privé de } \{2/3\} =]-\infty; 2/3[\cup]2/3; +\infty[$$

3°) solutions de $f(x) \leq 0$

$$f(x) = (4x + 1)(5 - 7x) / (3x - 2)$$

1°) tableau de signes de f :

x	- ∞	-1/4	2/3	5/7	+ ∞
f(x)	+	0	-	0	-

2°) Déduisez-en le plus grand ensemble de définition possible de f : tous les réels sauf 2/3

$$= \mathbb{R} \text{ privé de } \{2/3\} =]-\infty; 2/3[\cup]2/3; +\infty[$$

3°) solutions de $f(x) \leq 0$

$$S = [-1/4; 2/3[\cup [5/7; +\infty[$$

Exercice 7 bis :

Soit la fonction f définie sur un ensemble D_f

$$\text{par } f(x) = \frac{1-x}{(2+3x)(1-2x)}$$

- 1°) Déterminez le tableau de signes de f .
- 2°) Déterminez le plus grand ensemble de définition possible de f .
- 3°) Déterminez les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$

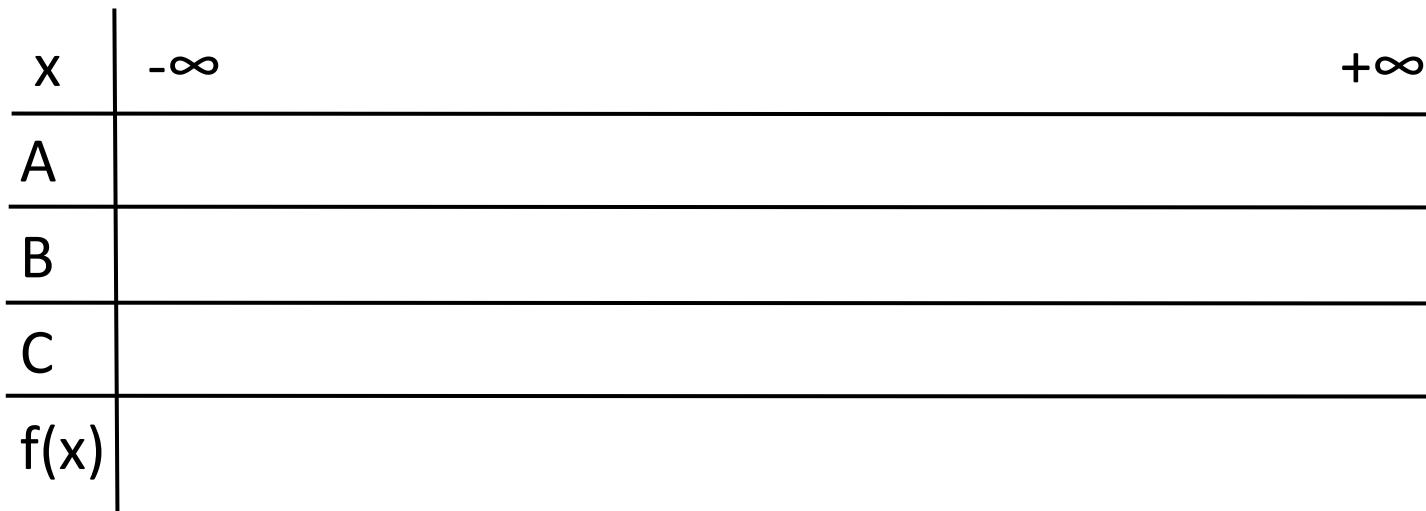
$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de A : $1 - x = 0 \iff -x = -1 \iff x = 1$

Signes de B : $2 + 3x = 0 \iff 3x = -2 \iff x = -2/3$

Signes de C : $1 - 2x = 0 \iff -2x = -1 \iff x = -1/(-2) = 1/2$



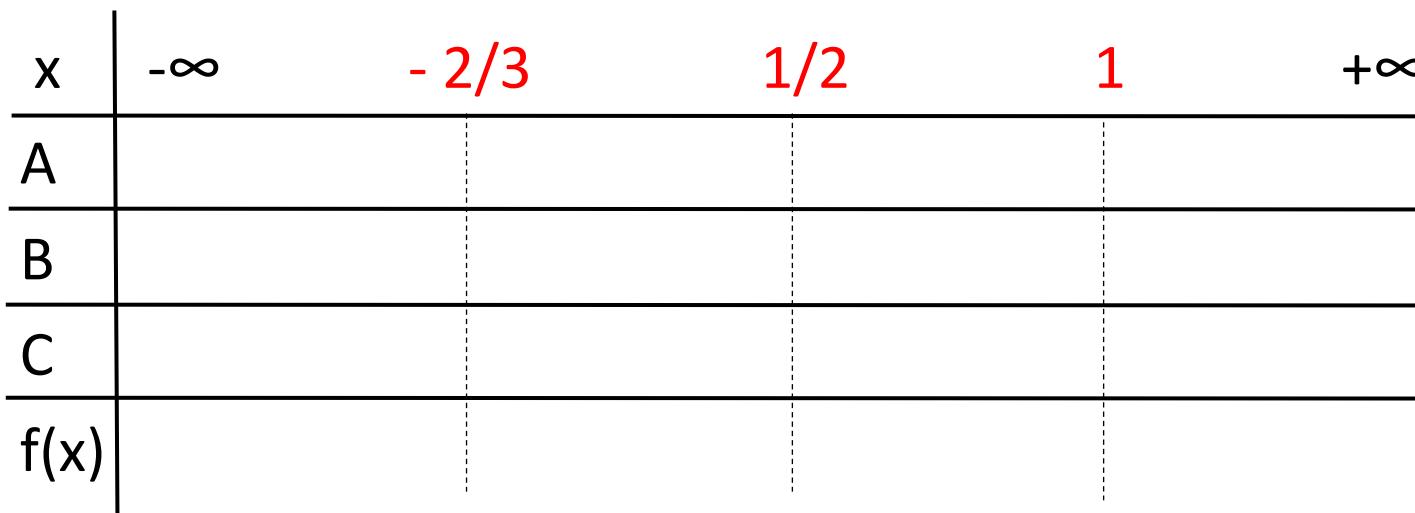
$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de A : $1-x=0 \iff -x=-1 \iff x=1$

Signes de B : $2+3x=0 \iff 3x=-2 \iff x=-2/3$

Signes de C : $1-2x=0 \iff -2x=-1 \iff x=-1/(-2)=1/2$



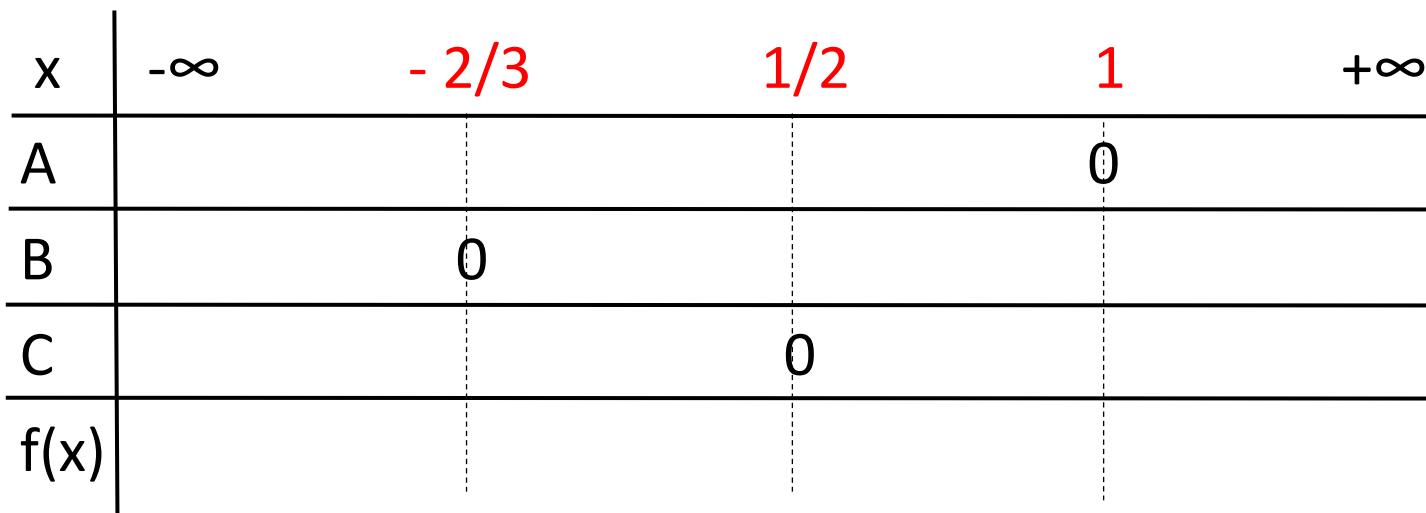
$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de A : $1-x=0 \iff -x=-1 \iff x=1$

Signes de B : $2+3x=0 \iff 3x=-2 \iff x=-2/3$

Signes de C : $1-2x=0 \iff -2x=-1 \iff x=-1/(-2)=1/2$



$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

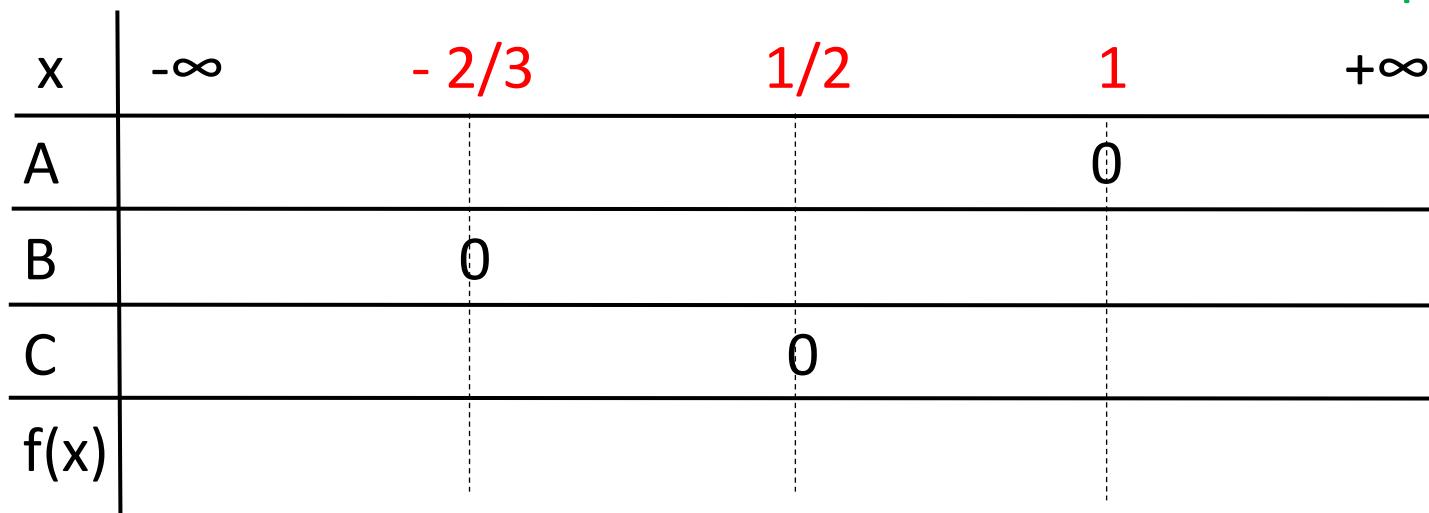
1°)

Signes de A : $1-x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2+3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1-2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif inverse l'ordre



$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

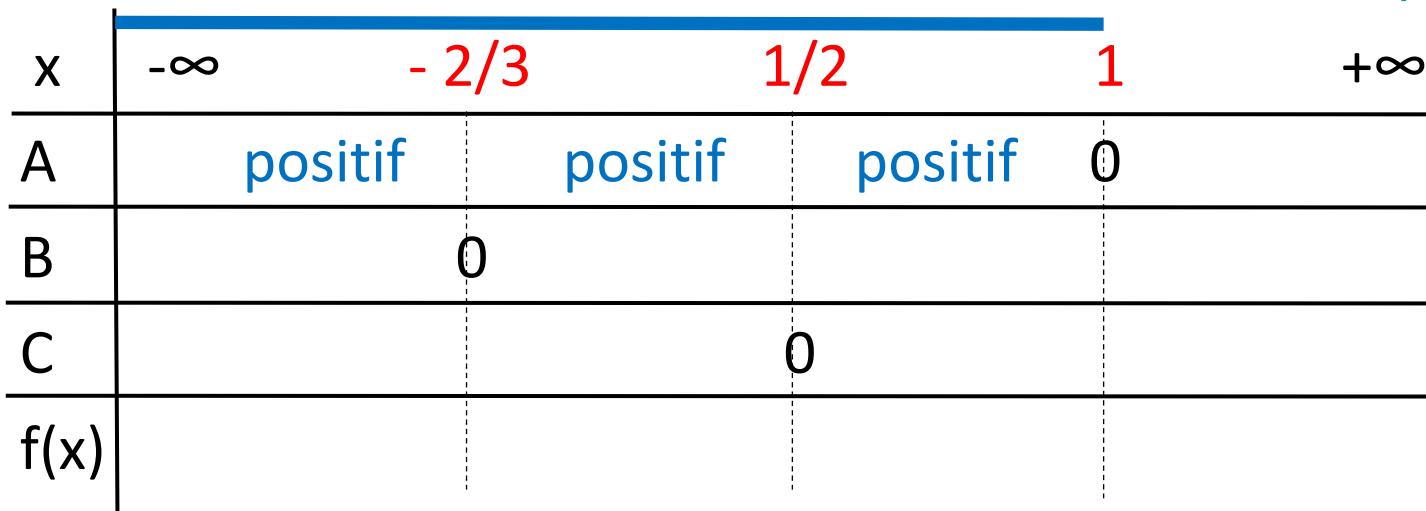
1°)

Signes de A : $1-x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2+3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1-2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif inverse l'ordre



$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

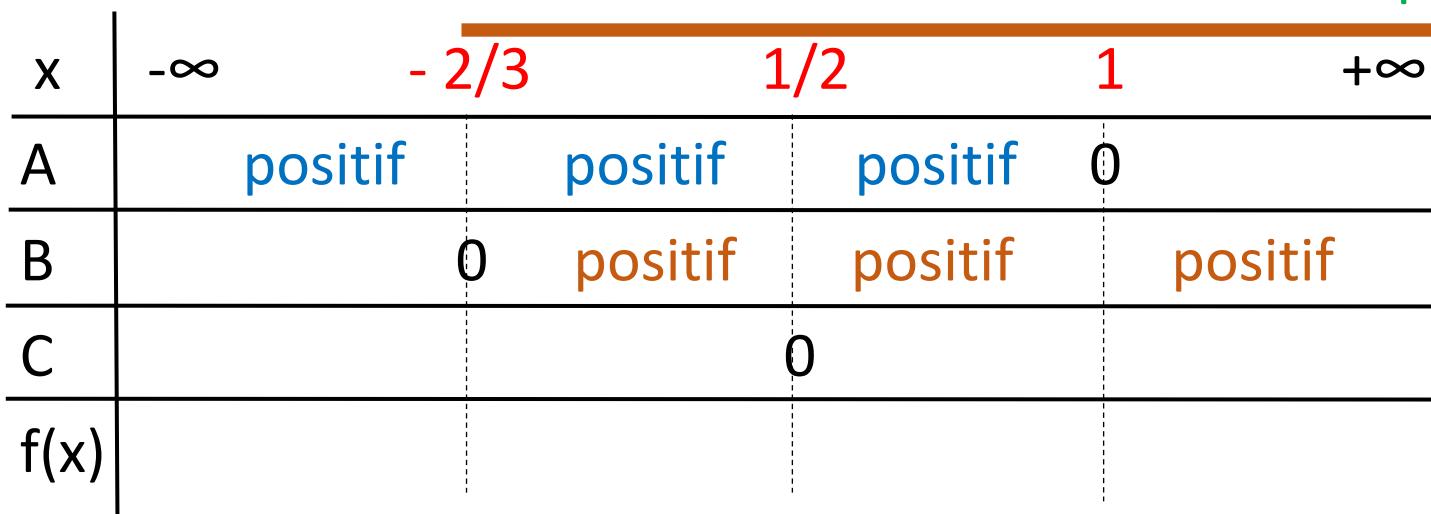
1°)

Signes de A : $1-x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2+3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1-2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif inverse l'ordre



$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de A : $1-x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2+3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1-2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif inverse l'ordre

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A	positif	positif	positif	0	
B		0	positif	positif	positif
C	positif	positif	0		
f(x)					

$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de A : $1-x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2+3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1-2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif inverse l'ordre

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A	positif	positif	positif	0	négatif
B	négatif	0	positif	positif	
C	positif	positif	0	négatif	
f(x)					

$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

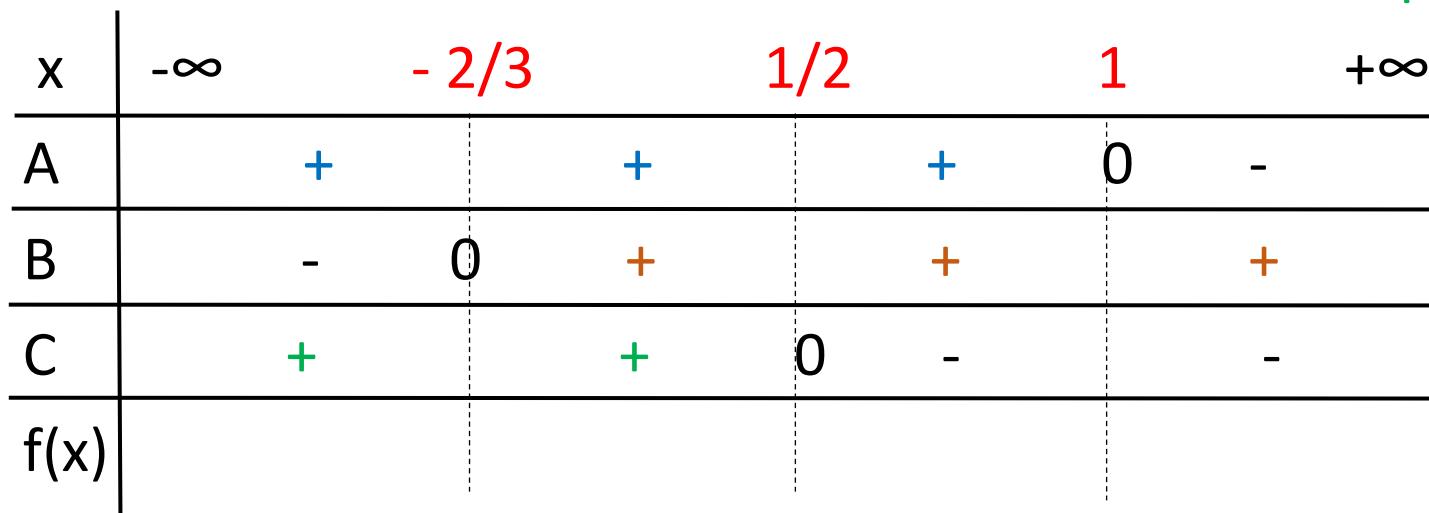
1°)

Signes de A : $1-x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2+3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1-2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif inverse l'ordre



$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

1°)

Signes de A : $1-x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2+3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1-2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif inverse l'ordre

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A	+		+	+	0 -
B	-	0	+	+	+
C	+		0	-	-
f(x)	-		+		0 +

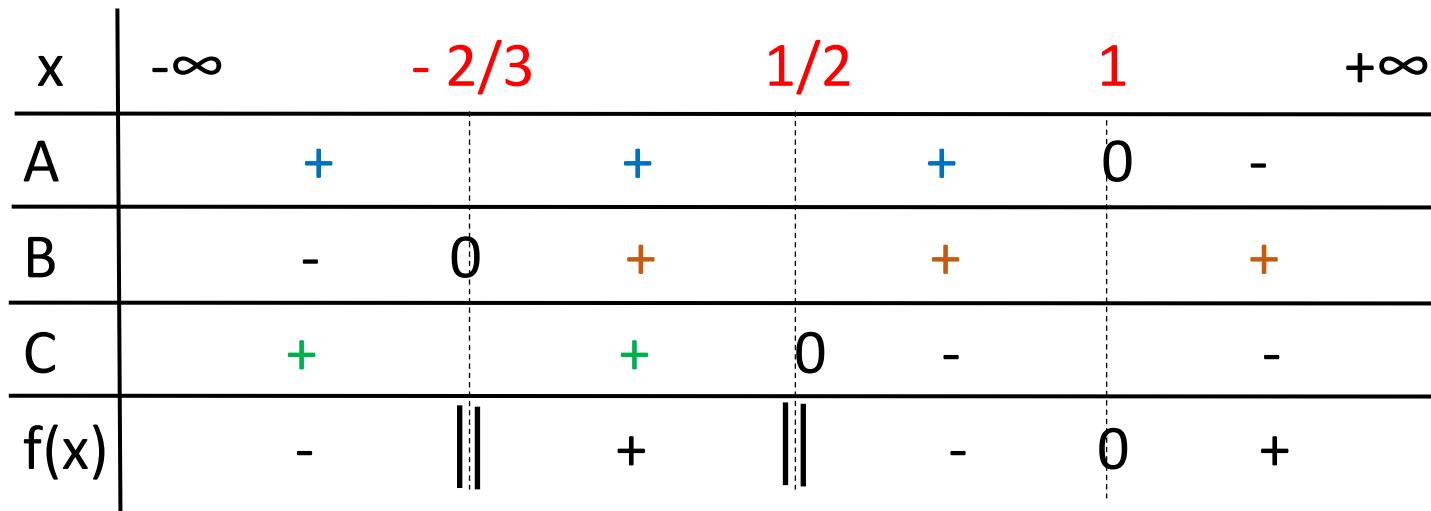
Lorsque B ou C sont nuls,
la division n'existe pas.

$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

2°)

Le plus grand ensemble de définition est

$$\begin{aligned}D_f &=]-\infty ; -2/3 [\cup]-2/3 ; 1/2 [\cup]1/2 ; +\infty [\\&= \mathbb{R} \text{ privé de } \{-2/3 ; 1/2\}\end{aligned}$$



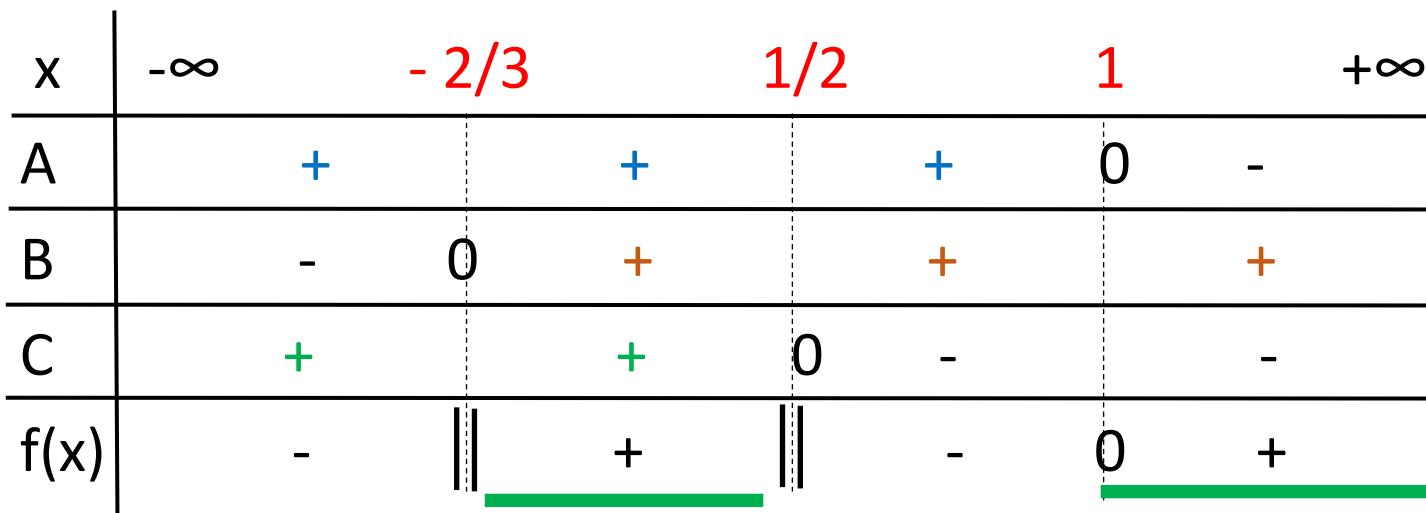
$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

2°)

Le plus grand ensemble de définition est

$$D_f =] -\infty ; -2/3 [\cup] -2/3 ; 1/2 [\cup] 1/2 ; +\infty [$$

3°) $f(x) \geq 0$ a comme solutions x dans ...



$$f(x) = (1-x) / ((2+3x)(1-2x)) = A / (B C)$$

2°)

Le plus grand ensemble de définition est

$$D_f =] -\infty ; -2/3 [\cup] -2/3 ; 1/2 [\cup] 1/2 ; +\infty [$$

3°) $f(x) \geq 0$ a comme solutions x dans $] -2/3 ; 1/2 [\cup [1 ; +\infty [$

