

Exercice 11 :

Soit la fonction f

définie sur $[-2 ; 6]$

par $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$

1°) Développez $(3x - 5)(x - 3)$

2°) Déterminez ses extremums et ses signes.

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2 ; 6]$$

1°)

$$\begin{aligned} (3x - 5)(x - 3) &= 3x(x - 3) - 5(x - 3) \\ &= 3x^2 - 9x - 5x + 15 = 3x^2 - 14x + 15 \end{aligned}$$

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2 ; 6]$$

1°)

$$\begin{aligned} (3x - 5)(x - 3) &= 3x(x - 3) - 5(x - 3) \\ &= 3x^2 - 9x - 5x + 15 = 3x^2 - 14x + 15 \end{aligned}$$

2°) Déterminez ses extremums et ses signes.

Ils sont obtenus par ...

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2 ; 6]$$

1°)

$$\begin{aligned} (3x - 5)(x - 3) &= 3x(x - 3) - 5(x - 3) \\ &= 3x^2 - 9x - 5x + 15 = 3x^2 - 14x + 15 \end{aligned}$$

2°) Déterminez ses extremums et ses signes.

Ils sont obtenus par le **tableau de variations**, obtenu par ...

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2 ; 6]$$

1°)

$$\begin{aligned} (3x - 5)(x - 3) &= 3x(x - 3) - 5(x - 3) \\ &= 3x^2 - 9x - 5x + 15 = 3x^2 - 14x + 15 \end{aligned}$$

2°) Déterminez ses extremums et ses signes.

Ils sont obtenus par le **tableau de variations**, obtenu par **le théorème de la monotonie**.

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2 ; 6]$$

$$1^\circ) (3x - 5)(x - 3) = 3x^2 - 14x + 15$$

2°) extremums et signes :

Ils sont obtenus par le **tableau de variations**, obtenu par **le théorème de la monotonie**.

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3)' - 7(x^2)' + (15x - 9)' \\ &= (3x^2) - 7(2x) + (15) \\ &= 3x^2 - 14x + 15 \end{aligned}$$

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2 ; 6]$$

$$1^\circ) (3x - 5)(x - 3) = 3x^2 - 14x + 15$$

2°) théorème de la monotonie :

signes de f' $\iff$ variations de f

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3)' - 7(x^2)' + (15x - 9)' \\ &= (3x^2) - 7(2x) + (15) \\ &= 3x^2 - 14x + 15 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \iff 3x^2 - 14x + 15 = 0$$

impossible à résoudre

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2; 6]$$

$$1^\circ) (3x - 5)(x - 3) = 3x^2 - 14x + 15$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' - 7(x^2)' + (15x - 9)' \\ &= (3x^2) - 7(2x) + (15) \\ &= 3x^2 - 14x + 15 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \iff 3x^2 - 14x + 15 = 0$$

impossible à résoudre

$$\iff (3x - 5)(x - 3) = 0 \text{ d'après la question } 1^\circ$$

$$\iff x = 5/3 \quad \text{ou} \quad x = 3$$

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2 ; 6]$$

$$1^\circ) (3x - 5)(x - 3) = 3x^2 - 14x + 15$$

$$2^\circ) f'(x) = 3x^2 - 14x + 15$$

$$f'(x) = 0 \iff 3x^2 - 14x + 15 = 0$$

impossible à résoudre

$$\iff (3x - 5)(x - 3) = 0 \text{ d'après la question 1}^\circ$$

$$\iff x = 5/3 \quad \text{ou} \quad x = 3$$

x	- 2	5/3	3	6
f '(x)		0	0	

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2 ; 6]$$

$$2^\circ) \text{ Les signes de } f'(x) = 3x^2 - 14x + 15 \\ = (3x - 5)(x - 3)$$

sont obtenus avec un tableau de signes :

x	- 2	5/3	3	6
3x-5		0		
x - 3			0	
f '(x)		0	0	

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2 ; 6]$$

$$2^\circ) \text{ Les signes de } f'(x) = 3x^2 - 14x + 15 \\ = (3x - 5)(x - 3)$$

sont obtenus avec un tableau de signes :

x	- 2	5/3	3	6
3x-5	-	0	+	+
x - 3	-	-	0	+
f '(x)		0	0	

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ sur } [-2 ; 6]$$

$$2^\circ) \text{ Les signes de } f'(x) = 3x^2 - 14x + 15 \\ = (3x - 5)(x - 3)$$

sont obtenus avec un tableau de signes :

x	- 2	5/3	3	6
3x-5	-	0	+	+
x - 3	-	-	0	+
f '(x)	+	0	-	+

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

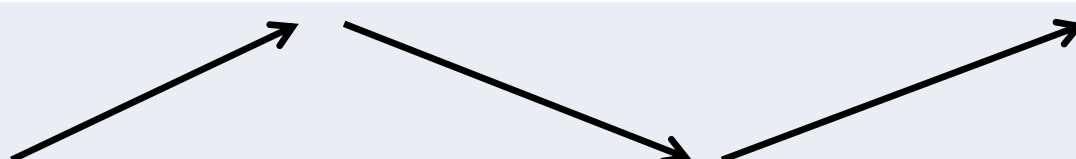
$$f'(x) = 3x^2 - 14x + 15$$

x	- 2	5/3	3	6	
f '(x)	+	0	-	0	+

J'utilise le th. de la monotonie pour en déduire les sens de **variation** de **f** à partir des **signes** de **f'**

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

$$f'(x) = 3x^2 - 14x + 15$$

x	- 2	5/3	3	6	
f '(x)	+	0	-	0	+
f(x)					

J'utilise le th. de la monotonie pour en déduire les sens de **variation** de **f** à partir des **signes** de **f'**

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

$$f'(x) = 3x^2 - 14x + 15$$

x	- 2	5/3		3	6
f '(x)	+	0	-	0	+
f(x)	-75				



J'utilise le th. de la monotonie pour en déduire les sens de **variation** de **f** à partir des **signes** de **f'**

$$f(-2) = (-2)^3 - 7(-2)^2 + 15(-2) - 9 = -8 - 28 - 30 - 9 = -75$$

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

$$f'(x) = 3x^2 - 14x + 15$$

x	- 2	5/3	3	6	
f '(x)	+	0	-	0	+
f(x)	-75	32/27	0	45	

J'utilise le th. de la monotonie pour en déduire les sens de **variation** de **f** à partir des **signes** de **f'**

$$f(-2) = (-2)^3 - 7(-2)^2 + 15(-2) - 9 = -8 - 28 - 30 - 9 = -75$$

Même méthode pour les autres extremums locaux.

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

$$f'(x) = 3x^2 - 14x + 15$$

x	- 2	5/3	3	6	
f '(x)	+	0	-	0	+
f(x)	-75	32/27	0	45	

J'utilise le th. de la monotonie pour en déduire les sens de **variation** de **f** à partir des **signes** de **f'**

$$f(-2) = (-2)^3 - 7(-2)^2 + 15(-2) - 9 = -8 - 28 - 30 - 9 = -75$$

Même méthode pour les autres extremums locaux.

Maximum = 45 atteint en 6

et **Minimum = -75** atteint en -2.

Remarque : $f'(w) = 0$ implique-t-il que $f(w)$ est un extremum ?

Remarque : $f'(w) = 0$ implique-t-il que $f(w)$ est un extremum de f ?

Non !

Contrexemple :

$f'(5/3) = 0$ mais $f(5/3)$ n'est ni le minimum ni le maximum de f .

x	-2	5/3	3	6	
f '(x)	+	0	-	0	+
f(x)	- 75	↗ ≈1,185	↘ 0	↗ 45	

Remarque : $f'(w) = 0$ implique-t-il que $f(w)$ est un extremum de f ?

Non !

Contrexemple :

$f'(5/3) = 0$ mais $f(5/3)$ n'est ni le minimum ni le maximum de f . **Mais c'est un extremum local !**

x	-2	5/3		3	6
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	- 75	↗ ≈1,185 ↘		0	↗ 45

Remarque : $f'(w) = 0$ implique-t-il que $f(w)$ est un extremum local ?

Remarque : $f'(w) = 0$ implique-t-il que $f(w)$ est un extremum local ?

Non !

Contrexemple pour la fonction $f(x) = \dots$

Remarque : $f'(w) = 0$ implique-t-il que $f(w)$ est un extremum local ?

Non !

Contrexemple pour la fonction $f(x) = x^3$

Remarque : $f'(w) = 0$ implique-t-il que $f(w)$ est un extremum local ?

Non !

Contrexemple pour la fonction $f(x) = x^3$

$$f'(x) = 3x^2$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)	+	0	+
f(x)			

$f'(w) = 0$ implique que $f(w)$ est un extremum local si on a en plus la condition ...

Remarque : $f'(w) = 0$ implique-t-il que $f(w)$ est un extremum local ?

Non !

Contrexemple pour la fonction $f(x) = x^3$

$$f'(x) = 3x^2$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$			

$f'(w) = 0$ implique que $f(w)$ est un extremum local si on a en plus la condition $f'(x)$ change de signe en w !

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	- 2	5/3	3	6
f(x)	- 75	$\approx 1,185$	0	45

... ?

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	-2	a	5/3	3	6
f(x)	-75	0	$\approx 1,185$	0	45

On en déduit **grâce aux différentes monotonies** :

Sur $[-2 ; 5/3]$ il existe un unique antécédent **a**

tel que $f(a) = 0$

Sur $[-2 ; a[$ $f(x) < 0$

Sur $]a ; 5/3]$ $f(x) > 0$

Sur $[5/3 ; 3[$ $f(x) > 0$

Sur $]3 ; 6]$ $f(x) > 0$

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	- 2	a	5/3	3	6
f(x)	- 75	0	$\approx 1,185$	0	45

Diagram illustrating the sign changes of the function $f(x)$ on the interval $[-2 ; 6]$. The function values at the boundaries and critical points are shown, along with the sign of the function in each interval:

- At $x = -2$, $f(x) = -75$ (negative).
- At $x = a$, $f(x) = 0$ (root).
- Between $x = a$ and $x = 5/3$, the function is positive (+).
- At $x = 5/3$, $f(x) \approx 1,185$ (local maximum).
- Between $x = 5/3$ and $x = 3$, the function is positive (+).
- At $x = 3$, $f(x) = 0$ (root).
- Between $x = 3$ and $x = 6$, the function is positive (+).
- At $x = 6$, $f(x) = 45$ (positive).

Recherche de a :

... ?

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	- 2	a	5/3	3	6
f(x)	- 75	0	$\approx 1,185$	0	45

Diagram illustrating the sign changes of the function $f(x)$ on the interval $[-2 ; 6]$. The function values at the boundaries and critical points are shown, along with the sign of the function in each interval:

- At $x = -2$, $f(x) = -75$ (negative).
- At $x = a$, $f(x) = 0$ (root).
- Between $x = a$ and $x = 5/3$, the function is positive (+).
- At $x = 5/3$, the function value is $\approx 1,185$.
- Between $x = 5/3$ and $x = 3$, the function is positive (+).
- At $x = 3$, $f(x) = 0$ (root).
- Between $x = 3$ and $x = 6$, the function is positive (+).
- At $x = 6$, $f(x) = 45$ (positive).

Recherche de a :

On doit résoudre $f(a) = 0$...

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	-2	a	5/3	3	6
f(x)	-75	0	$\approx 1,185$	0	45

Diagram illustrating the sign changes of the function $f(x)$ on the interval $[-2 ; 6]$. The function values at the boundaries and critical points are shown: $f(-2) = -75$, $f(a) = 0$, $f(5/3) \approx 1,185$, $f(3) = 0$, and $f(6) = 45$. The sign of the function is negative on $[-2, a]$, positive on $[a, 5/3]$, negative on $[5/3, 3]$, and positive on $[3, 6]$.

Recherche de a :

On doit résoudre $f(a) = 0$

que l'on est incapable de résoudre.

Il faut donc ...

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	-2	a	5/3	3	6
f(x)	-75	0	$\approx 1,185$	0	45

Diagram illustrating the sign changes of the function $f(x)$ on the interval $[-2, 6]$. The function values at the boundaries and critical points are shown: $f(-2) = -75$, $f(a) = 0$, $f(5/3) \approx 1,185$, $f(3) = 0$, and $f(6) = 45$. The sign of the function is negative on $[-2, a]$, positive on $[a, 5/3]$, negative on $[5/3, 3]$, and positive on $[3, 6]$.

Recherche de a :

On doit résoudre $f(a) = 0$

que l'on est incapable de résoudre.

Il faut donc faire une recherche à la calculatrice.

On obtient $f(\dots) = 0$

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	- 2	a	5/3	3	6
f(x)	- 75	0	$\approx 1,185$	0	45

Diagram illustrating the sign changes of the function $f(x)$ on the interval $[-2 ; 6]$. The function values at the boundaries and critical points are shown: $f(-2) = -75$, $f(a) = 0$, $f(5/3) \approx 1,185$, $f(3) = 0$, and $f(6) = 45$. The sign of the function is negative on $[-2 ; a]$, positive on $[a ; 5/3]$, negative on $[5/3 ; 3]$, and positive on $[3 ; 6]$.

Recherche de a :

On doit résoudre $f(a) = 0$

que l'on est incapable de résoudre.

Il faut donc faire une recherche à la calculatrice.

On obtient $f(1) = 0$

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	-2	a	5/3	3	6
f(x)	-75	0	$\approx 1,185$	0	45

Diagram illustrating the sign changes of the function $f(x)$ on the interval $[-2, 6]$. The function values at the boundaries and critical points are shown: $f(-2) = -75$, $f(a) = 0$, $f(5/3) \approx 1,185$, $f(3) = 0$, and $f(6) = 45$. The sign of the function is negative on $[-2, a]$, positive on $[a, 5/3]$, negative on $[5/3, 3]$, and positive on $[3, 6]$.

Recherche de a :

On doit résoudre $f(a) = 0$

que l'on est incapable de résoudre.

Il faut donc faire une recherche à la calculatrice.

On obtient $f(1,0000000000) \approx 0$

... ?

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	-2	a	5/3	3	6
f(x)	-75	0	$\approx 1,185$	0	45

Diagram illustrating the sign changes of the function $f(x)$ on the interval $[-2 ; 6]$. The function values at the boundaries and critical points are shown: $f(-2) = -75$, $f(a) = 0$, $f(5/3) \approx 1,185$, $f(3) = 0$, and $f(6) = 45$. The sign of the function is negative on $[-2, a]$, positive on $[a, 5/3]$, negative on $[5/3, 3]$, and positive on $[3, 6]$.

Recherche de a :

On doit résoudre $f(a) = 0$

que l'on est incapable de résoudre.

Il faut donc faire une recherche à la calculatrice.

On obtient $f(1,0000000000) \approx 0$

a serait-il l'entier 1 ?

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	-2	a	5/3	3	6
f(x)	-75	0	$\approx 1,185$	0	45

Diagram illustrating the sign changes of the function $f(x)$ on the interval $[-2 ; 6]$. The function values are plotted at $x = -2$ (-75), $x = a$ (0), $x = 5/3$ ($\approx 1,185$), $x = 3$ (0), and $x = 6$ (45). The sign changes are indicated by arrows: from $-$ to $+$ between -2 and a , from $+$ to $-$ between a and $5/3$, from $-$ to $+$ between $5/3$ and 3 , and from $+$ to $+$ between 3 and 6 .

Recherche de a : On doit résoudre $f(a) = 0$

que l'on est incapable de résoudre.

Il faut donc faire une recherche à la calculatrice.

On obtient $f(1,000000000) \approx 0$

a serait-il l'entier 1 ? $f(1) = (1)^3 - 7(1)^2 + 15(1) - 9$

$$= 1 - 7 + 15 - 9 = 16 - 16 = 0 \quad \text{Oui !}$$

Exercice 11 : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ sur $[-2 ; 6]$

3°) et déduisez-en son tableau de signes.

x	- 2	a	5/3	3	6
f(x)	- 75	0	$\approx 1,185$	0	45

Diagram illustrating the sign changes of the function $f(x)$ on the interval $[-2 ; 6]$. The function is negative at $x = -2$ (-75), crosses the x-axis at $x = a$ (0), reaches a local maximum at $x = 5/3$ ($\approx 1,185$), crosses the x-axis again at $x = 3$ (0), and is positive at $x = 6$ (45). The sign changes from negative to positive at $x = a$ and from positive to negative at $x = 3$.

Après recherche à la calculatrice et $f(1) = 0$ donc $a = 1$

On en déduit :

x	- 2	1	3	6	
f (x)	-	0	+	0	+