

Exercice 6 :

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

Soit la suite (v_n) définie par $v_0 = 2$ $v_1 = 4$ et $v_{n+2} = v_{n+1} - v_n + 1$

1°) Déterminez avec le tableur de votre calculatrice les 10 premiers termes de la suite (u_n) .

2°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme u_n .

3°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer à partir de quel rang n les termes u_n de la suite atteignent ou dépassent n'importe quel nombre W .

4°) Déterminez avec le tableur de votre calculatrice les 10 premiers termes de la suite (v_n) . Que remarquez-vous ? Comment s'appelle ce type de suite ?

5°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme v_n .

Exo 6 : 1°) Déterminez avec le tableur de votre calculatrice les 10 premiers termes de la suite (u_n) .

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = 2u_n + 1$$

Menu \rightarrow **RECUR** \rightarrow $a_{n+1} = 2 \times a_n + 1$ EXE

\rightarrow **SET** \rightarrow Start 0 End 9 a_0 0 EXIT \rightarrow **TABL**

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										

Autre possibilité : 0 EXE 2 **ANS** + 1 EXE EXE EXE etc...

Exo 6 : 1°) Déterminez avec le tableur de votre calculatrice les 10 premiers termes de la suite (u_n) .

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = 2u_n + 1$$

Menu \rightarrow **RECUR** \rightarrow $a_{n+1} = 2 \times a_n + 1$ EXE

\rightarrow **SET** \rightarrow Start 0 End 9 a_0 0 EXIT \rightarrow **TABL**

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n	0	1	3	7	15	31	63	127	255	511

Autre possibilité : 0 EXE 2 **ANS** + 1 EXE EXE EXE etc...

) Déterminez avec le tableur de votre calculatrice les premiers termes de la suite (u_n) .

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = 2u_n + 1$$

Menu → RECUR → $a_{n+1} = 2 \times a_n + 1$ EXE

→ SET → Start 0 End 9 a_0 0 EXIT → TABL

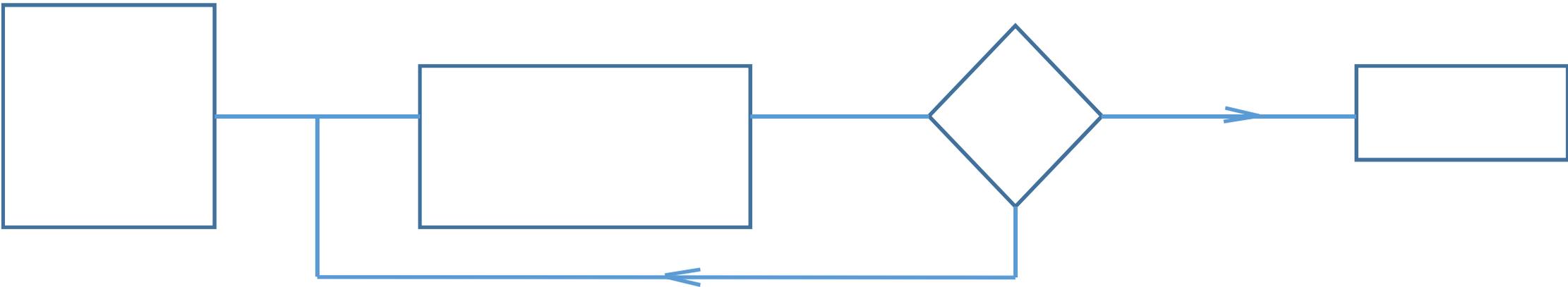
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n	0	1	3	7	15	31	63	127	255	511

Pour afficher la courbe, on appuie ensuite sur G-CON (points de la suite reliés par la courbe de la fonction définie sur \mathbb{R}^+)

ou sur G-PLT (points non reliés).

2°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme u_n . $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

étape 1 : organigramme



N : mémoire pour n

U : mémoire pour u_n

M : compteur de boucle

2°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme u_n . $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

étape 1 : organigramme



N : mémoire pour n

U : mémoire pour u_n

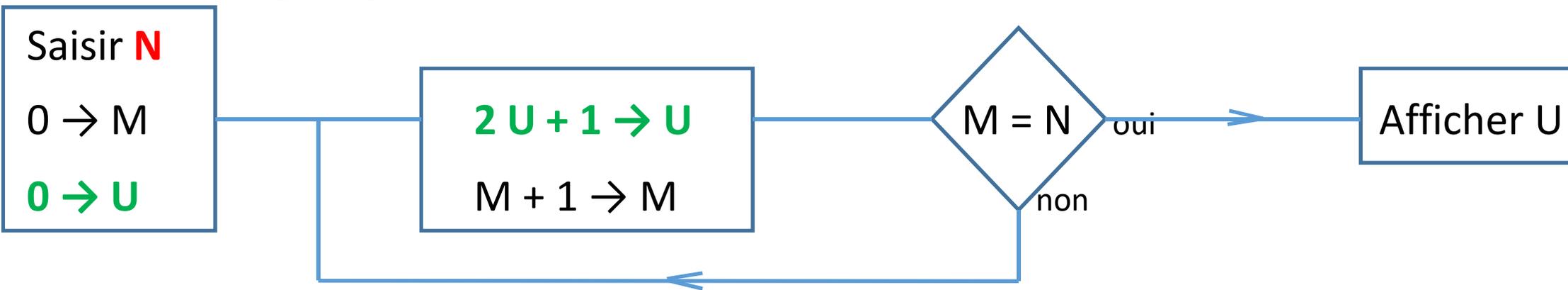
M : compteur de boucle

Remarque :

l'algorithme ne marche pas pour déterminer u_0 ! (la machine ne sort pas de la boucle alors que je sais déjà que $u_0 = 0$)

2°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme u_n . $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

étape 1 : organigramme



N : mémoire pour n

U : mémoire pour u_n

M : compteur de boucle

étape 2 : programme machine sur sa copie

...

2°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme u_n . $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

étape 1 : organigramme N est le n° n, M est le comptage de boucle, U = u



étape 2 : programme

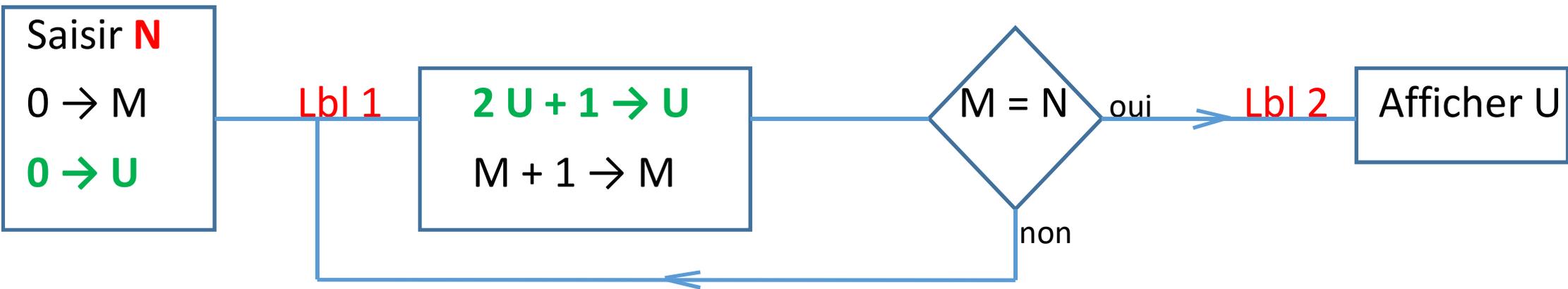
? → N : 0 → M : 0 → U : Lbl 1 : 2 U + 1 → U : M + 1 → M :

If M = N : Then Goto 2 : Else Goto 1 : Lbl 2 : U ▲

étape 3 : on tape. étape 4 : on teste. étape 5 : on utilise.

2°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme u_n . $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

étape 1 : organigramme N est le n° n, M est le comptage de boucle, U = u



étape 2 : programme

? → N : 0 → M : 0 → U : Lbl 1 : 2U + 1 → U : M + 1 → M :

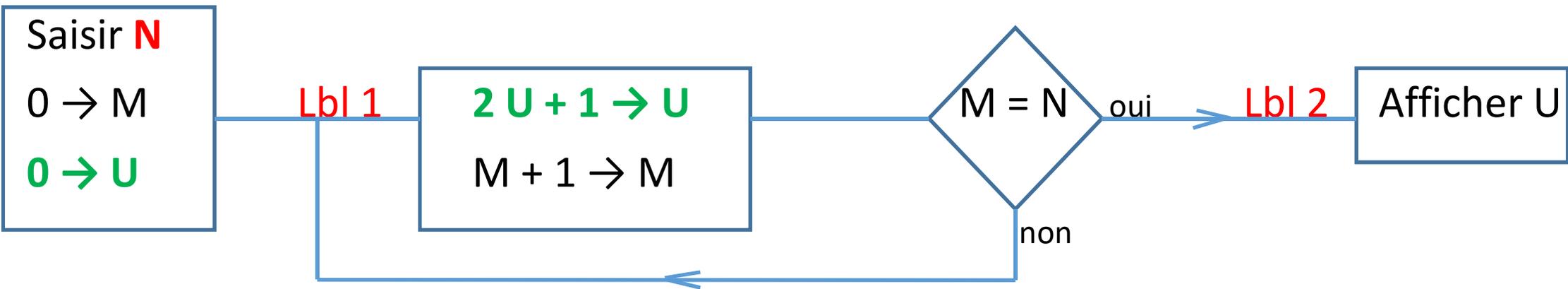
If M = N : Then Goto 2 : Else Goto 1 : Lbl 2 : U ▲

étape 3 : on tape. étape 4 : on teste. étape 5 : on utilise.

exemple $u_{30} = \dots$

2°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme u_n . $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

étape 1 : organigramme N est le n° n, M est le comptage de boucle, U = u



étape 2 : programme

? → N : 0 → M : 0 → U : Lbl 1 : 2 U + 1 → U : M + 1 → M :

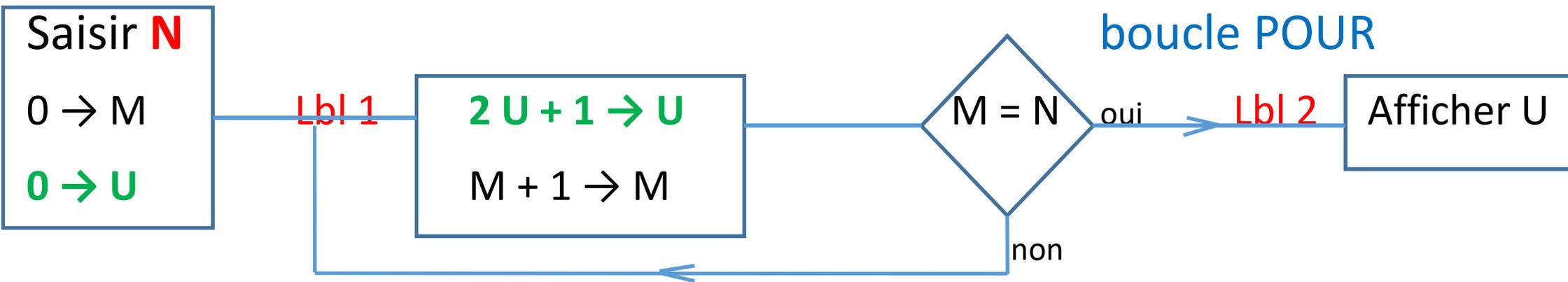
If M = N : Then Goto 2 : Else Goto 1 : Lbl 2 : U ▲

étape 3 : on tape. étape 4 : on teste. étape 5 : on utilise.

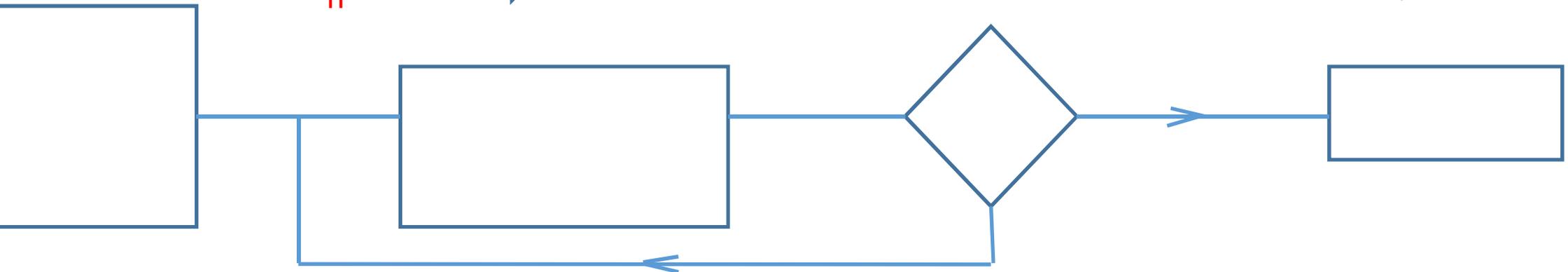
exemple $u_{30} = 1073741823$

3°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer à partir de quel rang n les termes u_n de la suite atteignent ou dépassent n'importe quel nombre W .

On modifie l'algorithme précédent : n fixé \Rightarrow on veut connaître u_n

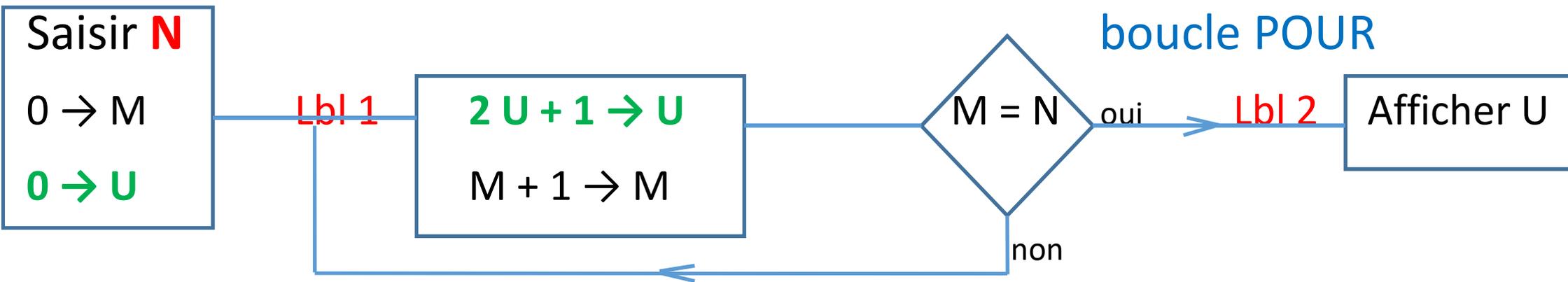


u_n fixé \Rightarrow on veut connaître n **boucle TANT QUE**

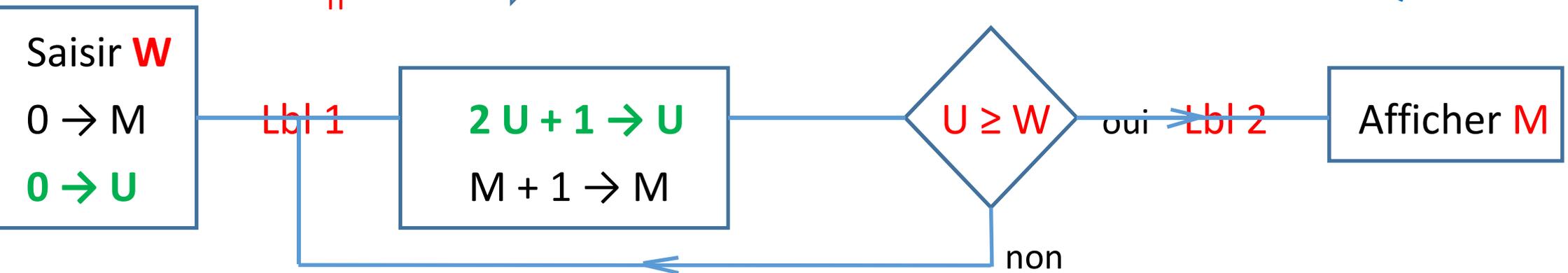


3°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer à partir de quel rang n les termes u_n de la suite atteignent ou dépassent n'importe quel nombre W .

On modifie l'algorithme précédent : n fixé \Rightarrow on veut connaître u_n

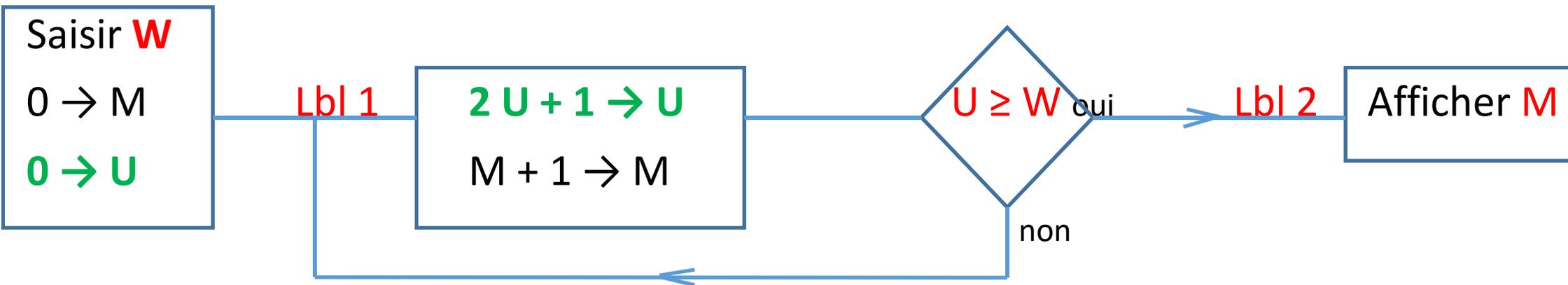


u_n fixé \Rightarrow on veut connaître n boucle TANT QUE



2°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme u_n . $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

étape 1 : organigramme $M =$ comptage de boucle, $U = u_n$, $W =$ le u_n voulu



étape 2 : programme

? → W : 0 → M : 0 → U : Lbl 1 : $2U + 1 \rightarrow U$: $M + 1 \rightarrow M$:

If $U \geq W$: Then Goto 2 : Else Goto 1 : Lbl 2 : M ▲

étape 3 : on tape. étape 4 : on teste. étape 5 : on utilise

exemple $u_n \geq W = 10^9$ à partir de $n \geq M = 30$

) Déterminez avec le tableur de votre calculatrice les premiers termes de la suite (v_n) .

$$v_0 = 2 ; v_1 = 4 \text{ et } v_{n+2} = v_{n+1} - v_n + 1$$

Menu → **RECUR** → Type → F3 ($a_{n+2} = Aa_{n+1} + Ba_n + \dots$) → F4
($n ; a_n ; a_{n+1} \dots$) F3 (a_{n+1}) - F2 (a_n) + **1** EXE
→ **SET** → Start **0** End **9** a_0 **2** a_1 **4** EXE → **TABL**

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_n	2	4	3	0	-2	-1	2	4	3	0

) Déterminez avec le tableur de votre calculatrice les premiers termes de la suite (v_n) .

$$v_0 = 2 ; v_1 = 4 \text{ et } v_{n+2} = v_{n+1} - v_n + 1$$

Menu \rightarrow RECUR \rightarrow Type \rightarrow F3 ($a_{n+2} = Aa_{n+1} + Ba_n + \dots$) \rightarrow F4
($n ; a_n ; a_{n+1} \dots$) F3 (a_{n+1}) $-$ F2 (a_n) $+ 1$ EXE \rightarrow SET \rightarrow
Start **0** End **9** a_0 **2** a_1 **4** EXE \rightarrow TABL

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_n	2	4	3	0	-2	-1	2	4	3	0

) Déterminez avec le tableur de votre calculatrice les premiers termes de la suite (v_n) .

$$v_0 = 2 ; v_1 = 4 \text{ et } v_{n+2} = v_{n+1} - v_n + 1$$

Menu \rightarrow RECUR \rightarrow Type \rightarrow F3 ($a_{n+2} = Aa_{n+1} + Ba_n + \dots$) \rightarrow F4
($n ; a_n ; a_{n+1} \dots$) F3 (a_{n+1}) $-$ F2 (a_n) $+ 1$ EXE \rightarrow SET \rightarrow

Start 0 End 9 a_0 2 a_1 4 EXE \rightarrow TABL

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_n	2	4	3	0	-2	-1	2	4	3	0

Que remarquez-vous ?

) Déterminez avec le tableur de votre calculatrice les premiers termes de la suite (v_n) .

$$v_0 = 2 ; v_1 = 4 \text{ et } v_{n+2} = v_{n+1} - v_n + 1$$

Menu \rightarrow RECUR \rightarrow Type \rightarrow F3 ($a_{n+2} = Aa_{n+1} + Ba_n + \dots$) \rightarrow F4
 ($n ; a_n ; a_{n+1} \dots$) F3 (a_{n+1}) $-$ F2 (a_n) $+ 1$ EXE \rightarrow SET \rightarrow
 Start **0** End **9** a_0 **2** a_1 **4** EXE \rightarrow TABL

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
v_n	2	4	3	0	-2	-1	2	4	3	0	-2	-1	2	4



Que remarquez-vous ?

Les termes reviennent par séries de 6 :

) Déterminez avec le tableur de votre calculatrice les premiers termes de la suite (v_n) .

$$v_0 = 2 ; v_1 = 4 \text{ et } v_{n+2} = v_{n+1} - v_n + 1$$

Que remarquez-vous ?

Les termes reviennent par séries de 6 :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
v_n	2	4	3	0	-2	-1	2	4	3	0	-2	-1	2	4

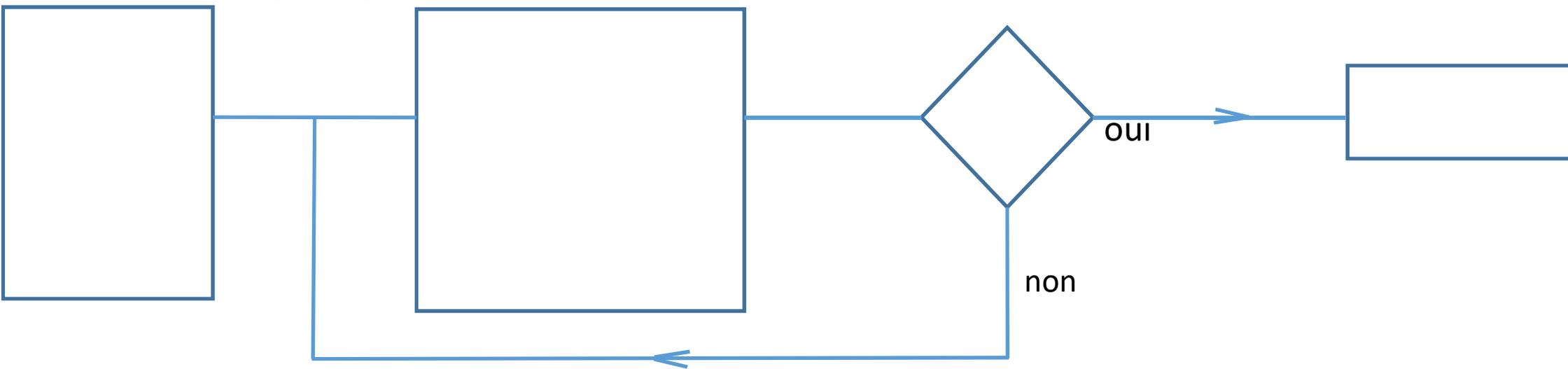
Comment s'appelle ce type de suite ?

Les suites **périodiques** (de période 6).

$$v_{n+6k} = v_n \quad \text{pour tout } n \text{ et tout entier positif } k.$$

5°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme v_n . $v_0 = 2$; $v_1 = 4$ et $v_{n+2} = v_{n+1} - v_n + 1$

étape 1 : organigramme



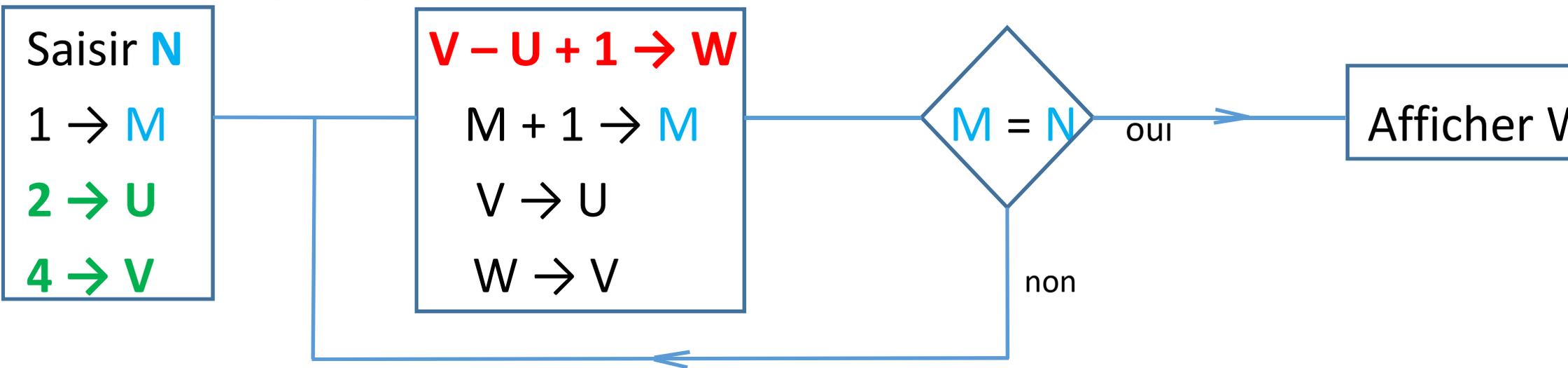
N : mémoire pour n M : compteur de boucle

U : mémoire pour u_n V : mémoire pour u_{n+1} W : mémoire pour u_{n+2}

u_n	u_{n+1}	u_{n+2}	U	V	W
				U	V
					W

5°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme v_n . $v_0 = 2$; $v_1 = 4$ et $v_{n+2} = v_{n+1} - v_n + 1$

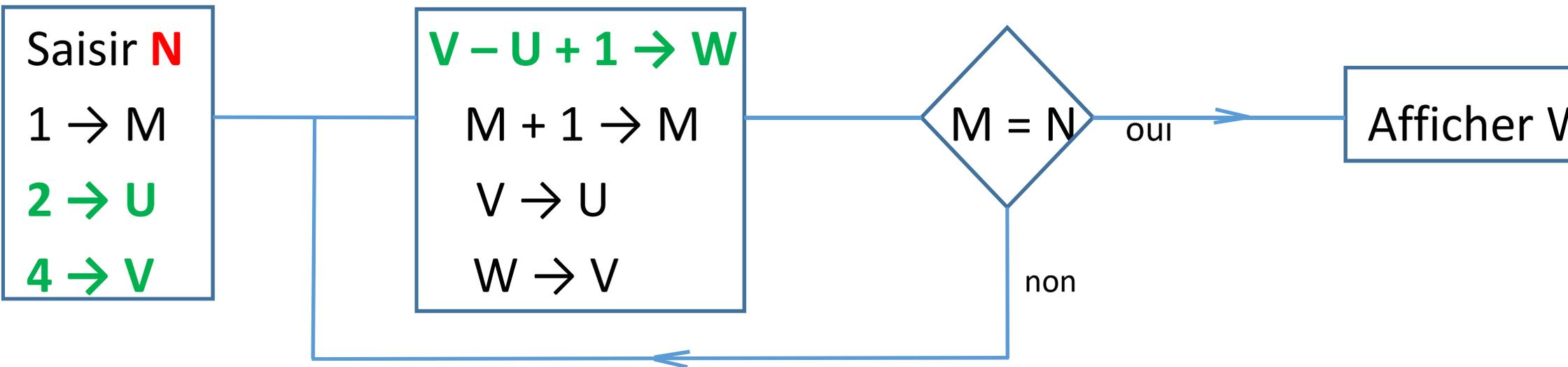
étape 1 : organigramme



Remarque : Peut-on intervertir certaines actions ?

5°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme v_n . $v_0 = 2$; $v_1 = 4$ et $v_{n+2} = v_{n+1} - v_n + 1$

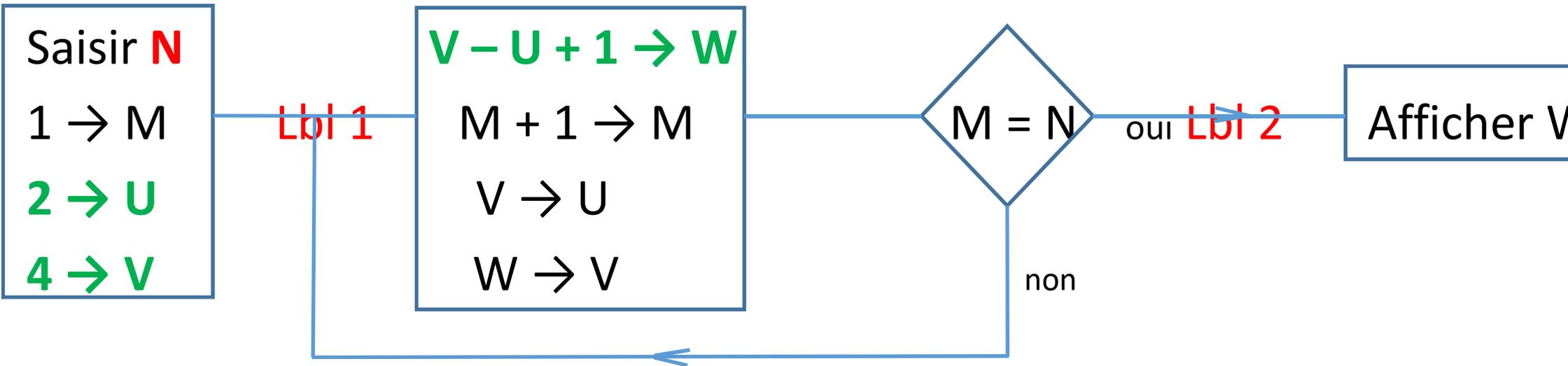
étape 1 : organigramme



Remarque : on ne peut intervertir les 4 actions de la boucle, car si l'on fait $W \rightarrow V$ puis $V \rightarrow U$, V a pris la valeur W , donc ensuite U aussi, donc on sera dans le cas faux $V = U = W$; idem pour $V - U + 1 \rightarrow W$ qu'il faut faire avec les valeurs U et V **avant** de déterminer les U et V de l'étape suivante.

5°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme v_n . $v_0 = 2$; $v_1 = 4$ et $v_{n+2} = v_{n+1} - v_n + 1$

étape 1 : organigramme



étape 2 : programme

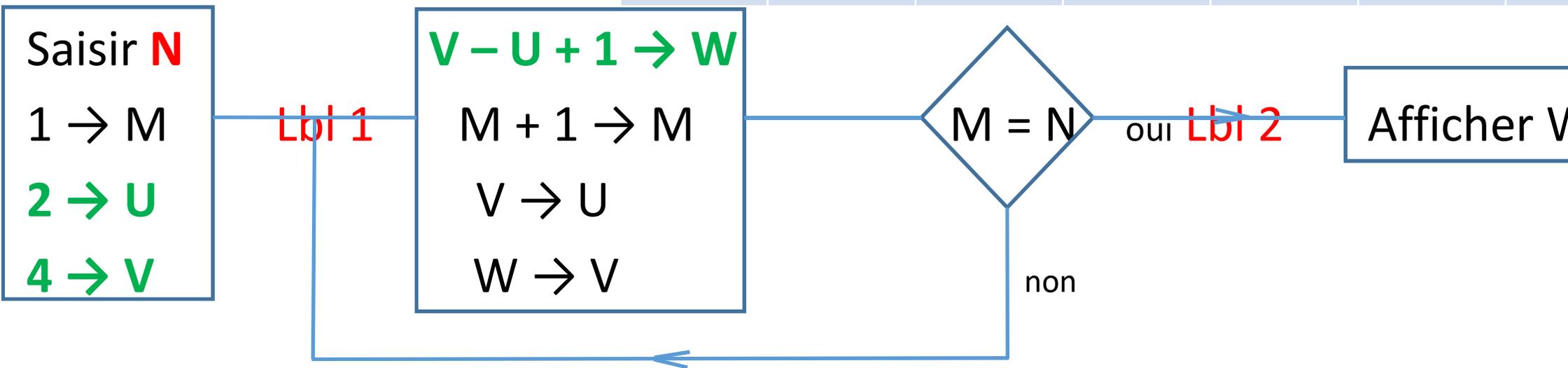
? → N : 1 → M : 2 → U : 4 → V : Lbl 1 : V - U + 1 → W : M + 1 → M : V → W → V : If M = N : Then Goto 2 : Else Goto 1 : Lbl 2 : W ▲

étape 3 : on tape. étape 4 : on teste. étape 5 : on utilise.

5°) Déterminez l'algorithme permettant de déterminer n'importe quel terme v_n .

n	2	5	18	23	159	20
v_n	3	-1	2	-1	0	3

étape 1 : organigramme



étape 2 : programme

? → N : 1 → M : 2 → U : 4 → V : Lbl 1 : V - U + 1 → W : M + 1 → M : V → W
 W → V : If M = N : Then Goto 2 : Else Goto 1 : Lbl 2 : W ▲

étape 3 : on tape. étape 4 : on teste. étape 5 : on utilise.