Exercice 8 :

Soit la fonction f définie sur un ensemble D_f

par $$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x + 6)(1 - x)}$$

1°) Déterminez les signes des trois expressions composant la fonction, puis déduisez-en le tableau de signes de f.

2°) Déduisez-en le plus grand ensemble de définition possible de f.

3°) Déterminez les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x + 6)(1 - x)} = \frac{A}{B\ C}$$

1°)

Signes de A : $3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = 1/3$

Signes de B : $3x + 6 = 0 \Leftrightarrow 3x = -6 \Leftrightarrow x = -6/3 = -2$

Signes de C : $1 - x = 0 \Leftrightarrow -x = -1 \Leftrightarrow x = -1/(-1) = 1$

x	
A	
B	
C	
f(x)	

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x+6)(1-x)} = \frac{A}{B\,C}$$

1°)

Signes de A : $3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = 1/3$

Signes de B : $3x + 6 = 0 \Leftrightarrow 3x = -6 \Leftrightarrow x = -6/3 = -2$

Signes de C : $1 - x = 0 \Leftrightarrow -x = -1 \Leftrightarrow x = -1/(-1) = 1$

x	$-\infty$		-2		$1/3$		1		$+\infty$
A					0				
B			0						
C							0		
f(x)									

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x + 6)(1 - x)} = \frac{A}{B\,C}$$

1°)

Signes de A : $3x - 1 < 0 \Leftrightarrow 3x < 1 \Leftrightarrow x < 1/3$

Signes de B : $3x + 6 < 0 \Leftrightarrow 3x < -6 \Leftrightarrow x < -6/3 = -2$

Signes de C : $1 - x < 0 \Leftrightarrow -x < -1 \Leftrightarrow x > -1/(-1) = 1$

diviser par un négatif inverse l'ordre

x	$-\infty$		-2		$1/3$		1		$+\infty$
A					0				
B			0						
C							0		
f(x)									

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x + 6)(1 - x)} = \frac{A}{B\,C}$$

1°)

Signes de A : $3x - 1 < 0 \iff 3x < 1 \iff x < 1/3$

Signes de B : $3x + 6 < 0 \iff 3x < -6 \iff x < -6/3 = -2$

Signes de C : $1 - x < 0 \iff -x < -1 \iff x > -1/(-1) = 1$

diviser par un négatif inverse l'ordre

x	$-\infty$		-2		$1/3$		1		$+\infty$
A					0				
B			0						
C							0		
f(x)									

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x+6)(1-x)} = \frac{A}{B\,C}$$

1°)

Signes de A : $3x - 1 < 0 \iff 3x < 1 \iff x < 1/3$

Signes de B : $3x + 6 < 0 \iff 3x < -6 \iff x < -6/3 = -2$

Signes de C : $1 - x < 0 \iff -x < -1 \iff x > -1/(-1) = 1$

diviser par un négatif inverse l'ordre

x	$-\infty$		-2		$1/3$		1		$+\infty$
A		négatif		négatif	0				
B			0						
C							0		
f(x)									

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x + 6)(1 - x)} = \frac{A}{B\,C}$$

1°)

Signes de A : $3x - 1 < 0 \iff 3x < 1 \iff x < 1/3$

Signes de B : $3x + 6 < 0 \iff 3x < -6 \iff x < -6/3 = -2$

Signes de C : $1 - x < 0 \iff -x < -1 \iff x > -1/(-1) = 1$

diviser par un négatif inverse l'ordre

x	$-\infty$		-2		$1/3$		1		$+\infty$
A		négatif		négatif	0				
B		négatif	0						
C							0		
f(x)									

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x+6)(1-x)} = \frac{A}{B\,C}$$

1°)

Signes de A : $3x - 1 < 0 \iff 3x < 1 \iff x < 1/3$

Signes de B : $3x + 6 < 0 \iff 3x < -6 \iff x < -6/3 = -2$

Signes de C : $1 - x < 0 \iff -x < -1 \iff x > -1/(-1) = 1$

diviser par un négatif inverse l'ordre

x	- ∞		- 2		1/3		1		+ ∞
A		négatif		négatif	0				
B		négatif	0						
C							0	négatif	
f(x)									

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x + 6)(1 - x)} = \frac{A}{B\,C}$$

1°)

Signes de A : $3x - 1 < 0 \iff 3x < 1 \iff x < 1/3$

Signes de B : $3x + 6 < 0 \iff 3x < -6 \iff x < -6/3 = -2$

Signes de C : $1 - x < 0 \iff -x < -1 \iff x > -1/(-1) = 1$

x	$-\infty$		-2		$1/3$		1		$+\infty$
A		-		-	0				
B		-	0						
C							0	-	
f(x)									

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x + 6)(1 - x)} = \frac{A}{B\,C}$$

1°)

Signes de A : $3x - 1 < 0 \iff 3x < 1 \iff x < 1/3$

Signes de B : $3x + 6 < 0 \iff 3x < -6 \iff x < -6/3 = -2$

Signes de C : $1 - x < 0 \iff -x < -1 \iff x > -1/(-1) = 1$

Un réel ni nul ni négatif ne peut être que positif

x	$-\infty$		-2		$1/3$		1		$+\infty$
A		-		-	0	+		+	
B		-	0	+		+		+	
C		+		+		+	0	-	
f(x)									

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x+6)(1-x)} = \frac{A}{B\,C}$$

1°)

Signes de A : $3x - 1 < 0 \iff 3x < 1 \iff x < 1/3$

Signes de B : $3x + 6 < 0 \iff 3x < -6 \iff x < -6/3 = -2$

Signes de C : $1 - x < 0 \iff -x < -1 \iff x > -1/(-1) = 1$

on ne peut diviser par 0

x	$-\infty$		-2		$1/3$		1		$+\infty$
A		-		-	0	+		+	
B		-	0	+		+		+	
C		+		+		+	0	-	
f(x)		+	||	-	0	+	||	-	

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x+6)(1-x)} = \frac{A}{B\,C}$$

2°) Plus grand ensemble de définition de f :

$]-\infty\,;-2\,[\ \cup\ ]-2\,;1\,[\ \cup\ ]\,1\,;+\infty\,[\ = \mathbb{R}$ privé de $\{-2\,;1\}$

x	$-\infty$		-2		$1/3$		1		$+\infty$
f(x)		+	‖	-	0	+	‖	-	

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(3x+6)(1-x)} = \frac{A}{B\,C}$$

2°) Plus grand ensemble de définition de f :

$]-\infty\,;-2\,[\;\cup\;]-2\,;1\,[\;\cup\;]\,1\,;+\infty\,[\; = \mathbb{R}$ privé de $\{-2\,;1\}$

3°) Ensemble de solutions de $f(x) \leq 0$:

$S =]-2\,;1/3\,]\;\cup\;]\,1\,;+\infty\,[$

x	$-\infty$		-2		$1/3$		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

Exercice 8 bis :

Soit la fonction f définie sur un ensemble D_f

par $$f(x) = \frac{1 - x}{(2 + 3x)(1 - 2x)}$$

1°) Déterminez le tableau de signes de f.

2°) Déterminez le plus grand ensemble de définition possible de f.

3°) Déterminez les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$$

1°)

Signes de A : $1 - x = 0 \Leftrightarrow -x = -1 \Leftrightarrow x = 1$

Signes de B : $2 + 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = -2 \Leftrightarrow x = -2/3$

Signes de C : $1 - 2x = 0 \Leftrightarrow -2x = -1 \Leftrightarrow x = -1/(-2) = 1/2$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
A	
B	
C	
f(x)	

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$$

1°)

Signes de A : $1 - x = 0 \iff -x = -1 \iff x = 1$

Signes de B : $2 + 3x = 0 \iff 3x = -2 \iff x = -2/3$

Signes de C : $1 - 2x = 0 \iff -2x = -1 \iff x = -1/(-2) = 1/2$

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A									
B									
C									
f(x)									

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$$

1°)

Signes de A : $1 - x = 0 \iff -x = -1 \iff x = 1$

Signes de B : $2 + 3x = 0 \iff 3x = -2 \iff x = -2/3$

Signes de C : $1 - 2x = 0 \iff -2x = -1 \iff x = -1/(-2) = 1/2$

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	1	$+\infty$
A				0	
B		0			
C			0		
f(x)					

$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$

1°)

Signes de A : $1 - x > 0 \Longleftrightarrow -x > -1 \Longleftrightarrow x < 1$

Signes de B : $2 + 3x > 0 \Longleftrightarrow 3x > -2 \Longleftrightarrow x > -2/3$

Signes de C : $1 - 2x > 0 \Longleftrightarrow -2x > -1 \Longleftrightarrow x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A							0		
B			0						
C					0				
f(x)									

$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$

1°)

Signes de A : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A		positif		positif		positif	0		
B			0						
C					0				
f(x)									

$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$

1°)

Signes de A : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A		positif		positif		positif	0		
B			0	positif		positif		positif	
C					0				
f(x)									

$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$

1°)

Signes de A : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A		positif		positif		positif	0		
B			0	positif		positif		positif	
C		positif		positif	0				
f(x)									

$$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$$

1°)

Signes de A : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A		positif		positif		positif	0	négatif	
B		négatif	0	positif		positif		positif	
C		positif		positif	0	négatif		négatif	
f(x)									

$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$

1°)

Signes de A : $1 - x > 0 \Leftrightarrow -x > -1 \Leftrightarrow x < 1$

Signes de B : $2 + 3x > 0 \Leftrightarrow 3x > -2 \Leftrightarrow x > -2/3$

Signes de C : $1 - 2x > 0 \Leftrightarrow -2x > -1 \Leftrightarrow x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A		+		+		+	0	-	
B		-	0	+		+		+	
C		+		+	0	-		-	
f(x)									

$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$

1°)

Signes de A : $1 - x > 0 \iff -x > -1 \iff x < 1$

Signes de B : $2 + 3x > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -2/3$

Signes de C : $1 - 2x > 0 \iff -2x > -1 \iff x < -1/(-2) = 1/2$

car diviser par un négatif **inverse** l'ordre

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A		+		+		+	0	-	
B		-	0	+		+		+	
C		+		+	0	-		-	
f(x)		-	‖	+	‖	-	0	+	

Lorsque B ou C sont nuls,
la division n'existe pas.

$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$

2°)

Le plus grand ensemble de définition est

$D_f =]-\infty ; -2/3[\cup]-2/3 ; ½[\cup]½ ; +\infty[$

$= \mathbb{R}$ privé de $\{-2/3 ; ½\}$

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A		+		+		+	0	-	
B		-	0	+		+		+	
C		+		+	0	-		-	
f(x)		-	‖	+	‖	-	0	+	

$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$

2°)

Le plus grand ensemble de définition est

$$D_f = \left]-\infty \,;\, -2/3\right[\cup \left]-2/3 \,;\, ½\right[\cup \left]½ \,;\, +\infty\right[$$

3°) $f(x) \geq 0$ a comme solutions x dans …

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A		+		+		+	0	-	
B		-	0	+		+		+	
C		+		+	0	-		-	
f(x)		-	‖	+	‖	-	0	+	

$f(x) = (1 - x) / ((2 + 3x)(1 - 2x)) = A / (B\,C)$

2°)

Le plus grand ensemble de définition est

$$D_f =]-\infty ; -2/3[\cup]-2/3 ; ½[\cup]½ ; +\infty[$$

3°) $f(x) \geq 0$ a comme solutions x dans **$]-2/3 ; ½[\cup [1 ; +\infty[$**

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		1		$+\infty$
A		+		+		+	0	-	
B		-	0	+		+		+	
C		+		+	0	-		-	
f(x)		-	‖	+	‖	-	0	+	