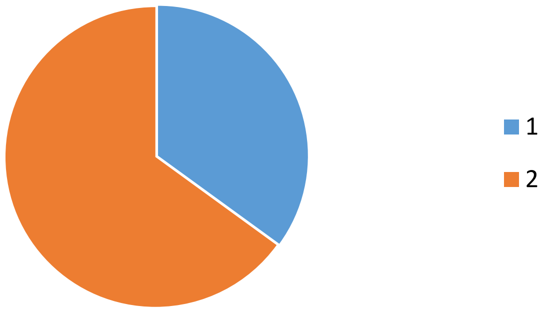
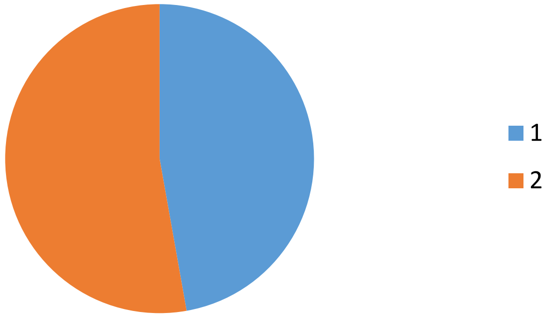
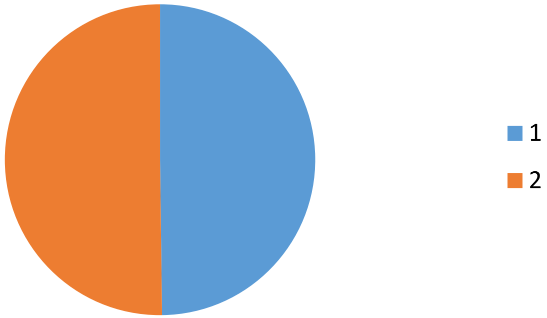
VII Ecart-type

D'après le phénomène de la **fluctuation d'échantillonnage**,

les échantillons …





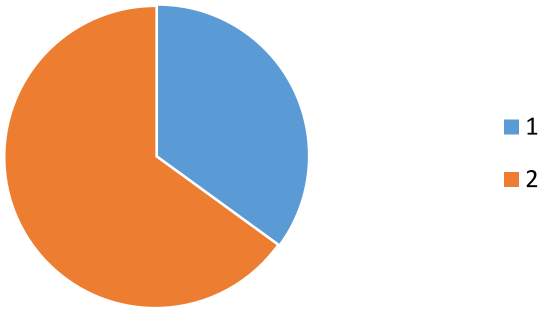


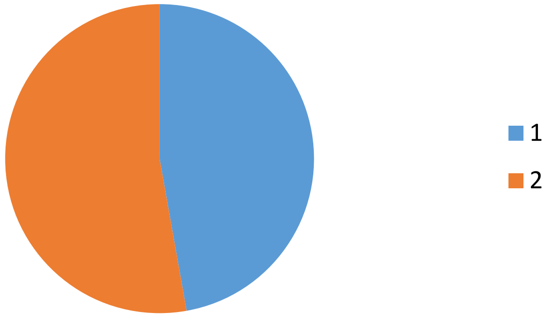
VII Ecart-type

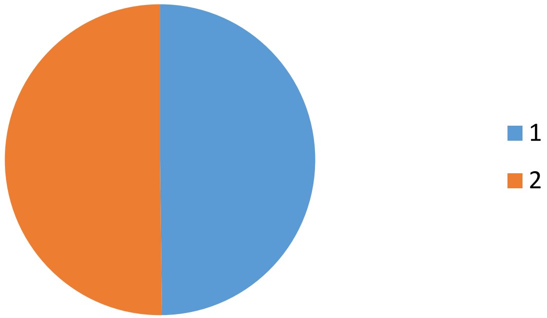
D'après le phénomène de la **fluctuation d'échantillonnage**,

les échantillons sont différents

(on parle de …)







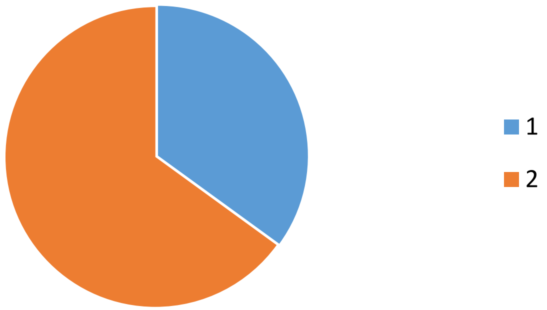
VII Ecart-type

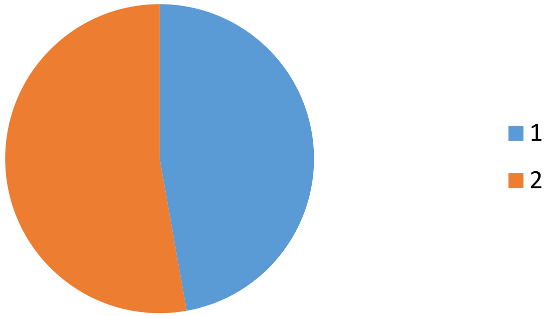
D’après le phénomène de la **fluctuation d’échantillonnage**,

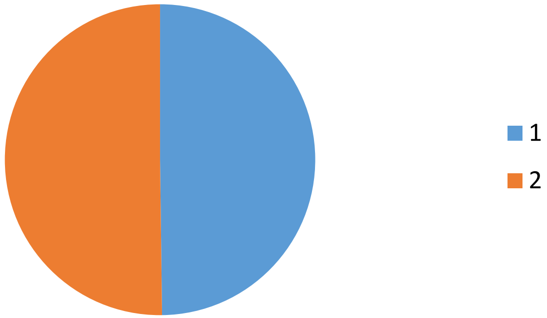
les échantillons sont différents

(on parle de fluctuation)

et cette fluctuation …







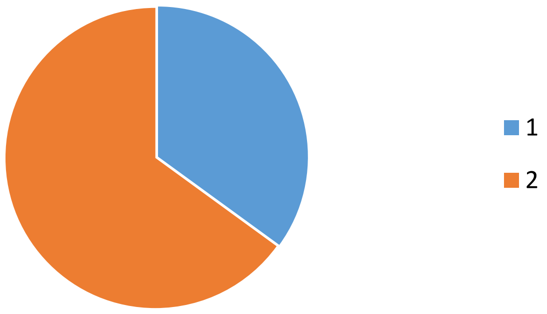
VII Ecart-type

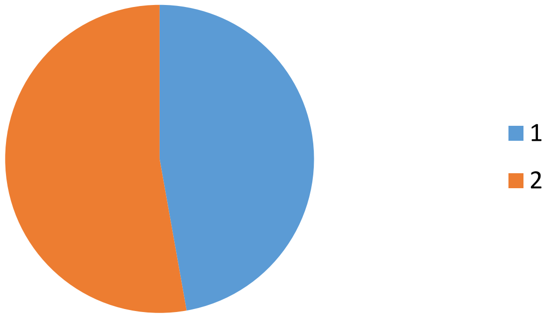
D'après le phénomène de la **fluctuation d'échantillonnage**,

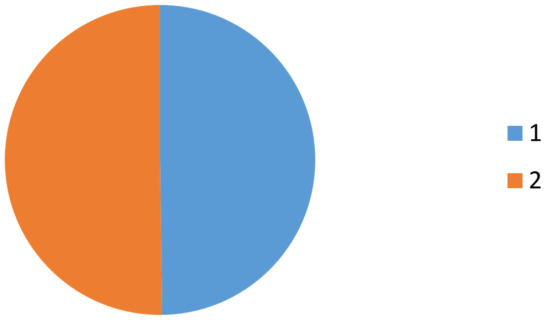
les échantillons sont différents

(on parle de fluctuation)

et cette fluctuation diminue lorsque la taille augmente.







VII Ecart-type

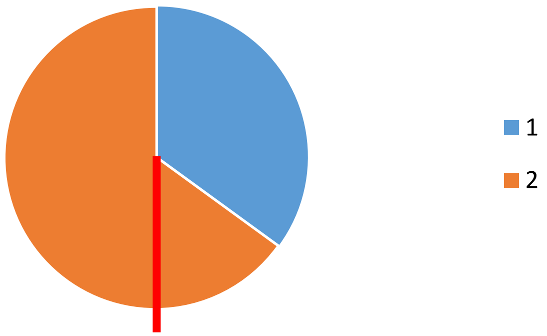
D'après le phénomène de la **fluctuation d'échantillonnage**,

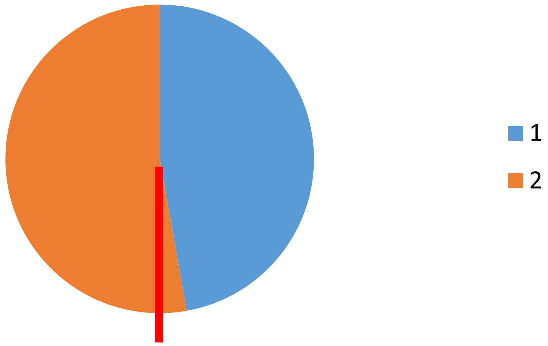
les échantillons sont différents

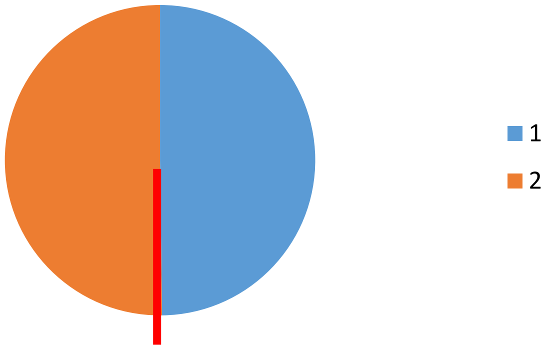
(on parle de fluctuation)

et cette fluctuation diminue lorsque la taille augmente.

p = 0,5







VII Ecart-type

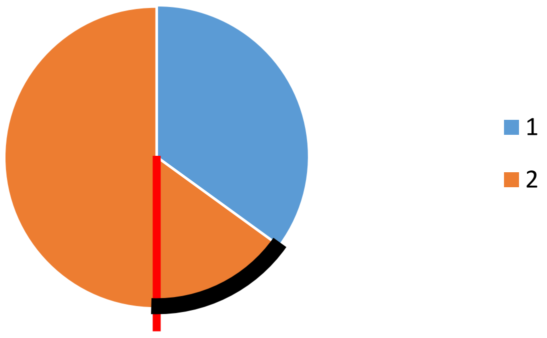
D'après le phénomène de la **fluctuation d'échantillonnage**,

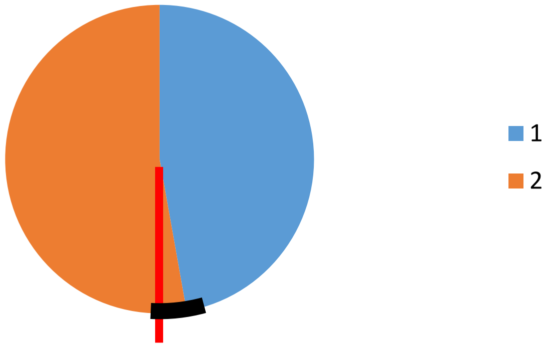
les échantillons sont différents

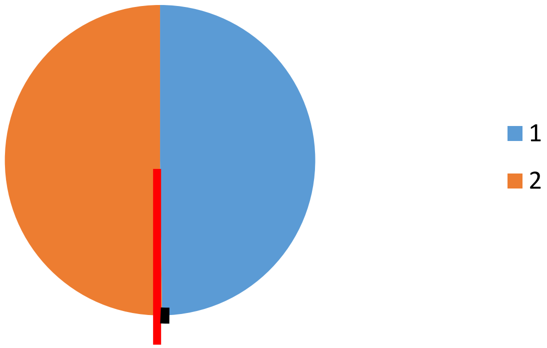
(on parle de fluctuation)

et cette fluctuation diminue lorsque la taille augmente.

p = 0,5







VII Ecart-type

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
$p (X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	

Une série statistique de valeurs x_i différentes est résumée par :

…

VII Ecart-type

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
p (X = x_i)	p_1	p_2	p_3	

Une série statistique de valeurs x_i différentes

est résumée par :

une moyenne

…

VII Ecart-type

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	

Une série statistique de valeurs x_i différentes

est résumée par :

une moyenne

un écart moyen (moyenne de tous les écarts de chaque valeur par rapport à la moyenne).

VII Ecart-type

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	

Une série statistique de valeurs x_i différentes

est résumée par :

une moyenne

un écart moyen (moyenne de tous les écarts de chaque valeur par rapport à la moyenne).

Cet écart moyen est (en 1ère Sti) *calculé* par la calculatrice, et est *nommé* l'écart-type noté σ.

VII Ecart-type

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
p (X = x_i)	p_1	p_2	p_3	

Une série statistique de valeurs x_i différentes est résumée par :

une moyenne

un écart moyen (moyenne de tous les écarts de chaque valeur par rapport à la moyenne).

Cet écart moyen est (en 1ère Sti) *calculé* par la calculatrice, et est *nommé* l'écart-type noté σ.

σ *correspond* à l'écart moyen, sans lui être égal en valeur numérique exacte.

VII Ecart-type

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
$p (X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	

Cet écart moyen est (en 1ère Sti) *calculé* par la calculatrice, et est *nommé* l'écart-type noté σ.

σ *correspond* à l'écart moyen, sans lui être égal en valeur numérique exacte.

VII Ecart-type

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
$p (X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	

Cet écart moyen est (en 1ère Sti) *calculé* par la calculatrice, et est *nommé* l'écart-type noté σ.

σ *correspond* à l'écart moyen, sans lui être égal en valeur numérique exacte.

Une variable aléatoire de valeurs x_i différentes

est résumée par :

…

VII Ecart-type

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	

Cet écart moyen est (en 1ère Sti) *calculé* par la calculatrice, et est *nommé* l'écart-type noté σ.

σ *correspond* à l'écart moyen, sans lui être égal en valeur numérique exacte.

Une variable aléatoire de valeurs x_i différentes

est résumée par :

une espérance E(X)

VII Ecart-type

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
p (X = x_i)	p_1	p_2	p_3	

Cet écart moyen est (en 1ère Sti) *calculé* par la calculatrice, et est *nommé* l'écart-type noté σ.

σ *correspond* à l'écart moyen, sans lui être égal en valeur numérique exacte.

Une variable aléatoire de valeurs x_i différentes

est résumée par :

une espérance E(X) (qui est …)

un écart-type σ(X) (qui est …)

VII Ecart-type

valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	x_3	etc…
$p (X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	

Cet écart moyen est (en 1ère Sti) *calculé* par la calculatrice, et est *nommé* l'écart-type noté σ.

σ *correspond* à l'écart moyen, sans lui être égal en valeur numérique exacte.

Une variable aléatoire de valeurs x_i différentes

est résumée par :

une espérance E(X) (qui est la moyenne probable)

un écart-type σ(X) (qui est l'écart moyen probable)

suite de l’exo 1:

Déterminez l’écart-type de la variable aléatoire et comparez avec l’écart-moyen.

On lance 2 fois une pièce de monnaie. Le pile donne le nombre 1, le Face donne le nombre 2. Soit X la variable aléatoire donnant le produit des deux nombres obtenus.

Exercice 1: déterminez l'**écart-type** de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p (X = x_i)$	¼	½	¼

$E(X) = 2,25$

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On rentre les x_i en Liste 1 (par exemple).

Exercice 1: déterminez l'écart-type de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
p (X = x_i)	¼	½	¼

E(X) = 2,25

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On rentre les x_i en Liste 1 (par exemple).

On rentre les p_i en Liste 2 (idem).

Exercice 1: déterminez l'écart-type de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p (X = x_i)$	¼	½	¼

$E(X) = 2{,}25$

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On rentre les x_i en Liste 1 (par exemple).

On rentre les p_i en Liste 2 (idem).

On indique à la machine où les x_i et p_i sont (CALC puis SET puis 1VAR XListe en Liste 1 et 1Var Freq en Liste 2).

Exercice 1: déterminez l'**écart-type** de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
p (X = x_i)	¼	½	¼

E(X) = 2,25

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On rentre les x_i en Liste 1 (par exemple).

On rentre les p_i en Liste 2 (idem).

On indique à la machine où les x_i et p_i sont (CALC puis SET puis 1VAR XListe en Liste 1 et 1Var Freq en Liste 2).

On lui demande d'analyser les données (CALC puis 1Var).

Exercice 1: déterminez l'écart-type de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
p (X = x_i)	¼	½	¼

E(X) = 2,25

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On rentre les x_i en Liste 1 (par exemple).

On rentre les p_i en Liste 2 (idem).

On indique à la machine où les x_i et p_i sont (CALC puis SET puis 1VAR XListe en Liste 1 et 1Var Freq en Liste 2).

On lui demande d'analyser les données (CALC puis 1Var).

On obtient **Ecart-type =** $\sigma(X) \approx$ …

Exercice 1: déterminez l'écart-type de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p(X = x_i)$	¼	½	¼

E(X) = 2,25

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On rentre les x_i en Liste 1 (par exemple).

On rentre les p_i en Liste 2 (idem).

On indique à la machine où les x_i et p_i sont (CALC puis SET puis 1VAR XListe en Liste 1 et 1Var Freq en Liste 2).

On lui demande d'analyser les données (CALC puis 1Var).

On obtient **Ecart-type =** $\sigma(X) \approx 1{,}09$

Exercice 1: déterminez l'écart-type de la variable aléatoire.

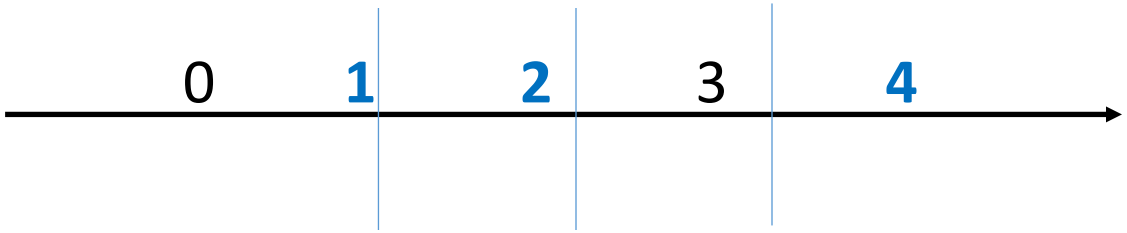
valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p (X = x_i)$	¼	½	¼

$E(X) = 2{,}25$

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On obtient **Ecart-type =** $\sigma(X) \approx 1{,}09...$

écart-type probable



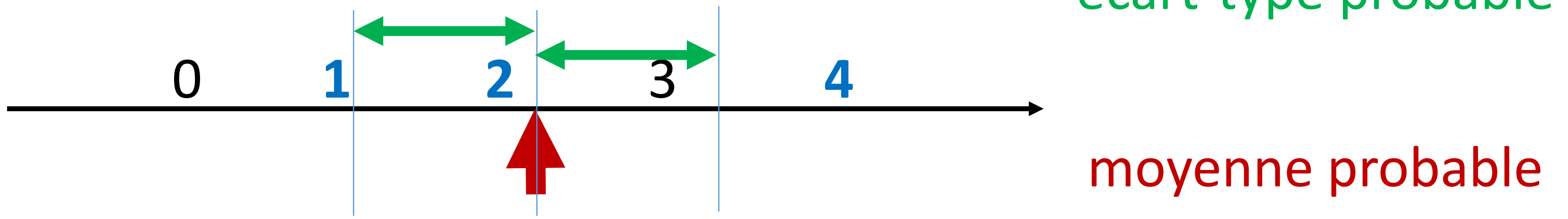
Exercice 1: déterminez l'écart-type de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p\ (X = x_i)$	¼	½	¼

$E(X) = 2{,}25$

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On obtient **Ecart-type =** $\sigma(X) \approx 1{,}09\ldots$



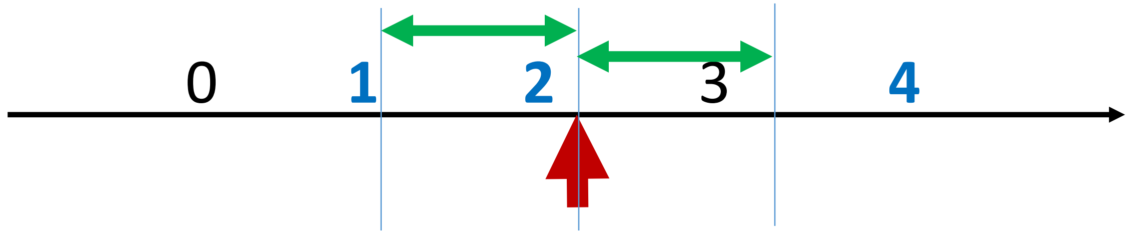
Exercice 1: déterminez l'écart-type de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
p (X = x_i)	¼	½	¼

$E(X) = 2,25$

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On obtient **Ecart-type =** $\sigma(X) \approx 1,09...$



écart-type probable

moyenne probable

$$E(X) - \sigma(X) \approx 2,25 - 1,09 = 1,16$$

$$E(X) + \sigma(X) \approx 2,25 + 1,09 = 3,34$$

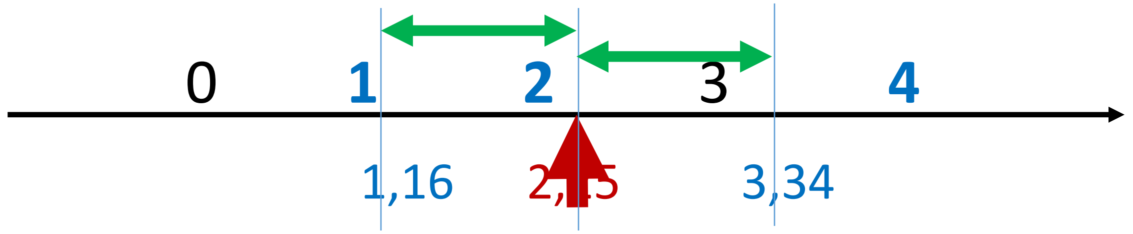
Exercice 1: déterminez l'écart-type de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p\ (X = x_i)$	¼	½	¼

$E(X) = 2{,}25$

On utilise sa calculatrice (Menu STAT). On obtient **Ecart-type =** $\sigma(X) \approx 1{,}09...$

écart-type probable



moyenne probable

$$E(X) - \sigma(X) \approx 2{,}25 - 1{,}09 = 1{,}16$$

$$E(X) + \sigma(X) \approx 2{,}25 + 1{,}09 = 3{,}34$$

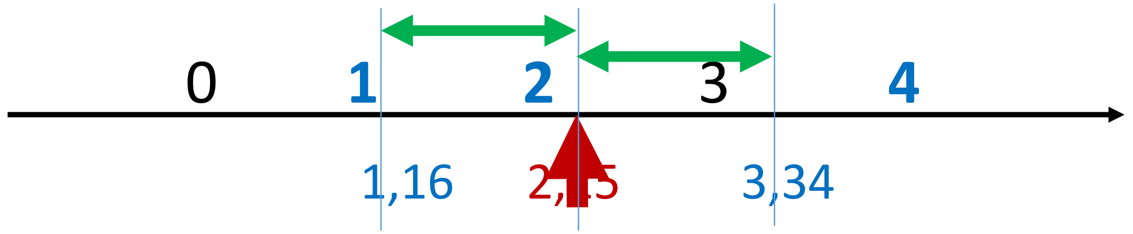
Exercice 1: déterminez l'écart-type de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
p (X = x_i)	¼	½	¼

E(X) = 2,25

On utilise sa calculatrice (Menu STAT). On obtient **Ecart-type =** σ(X) ≈ 1,09…

écart-type probable



moyenne probable

$$E(X) - \sigma(X) \approx 2{,}25 - 1{,}09 = 1{,}16$$

$$E(X) + \sigma(X) \approx 2{,}25 + 1{,}09 = 3{,}34$$

➡ X sera dans l'intervalle [1,16 ; 3,34] ?

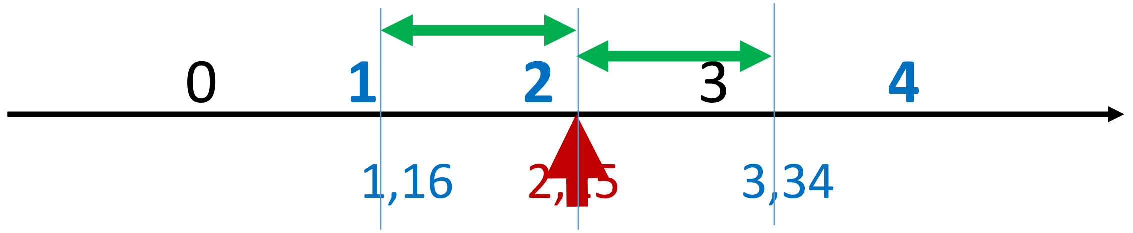
Exercice 1: déterminez l'écart-type de la variable aléatoire.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p(X = x_i)$	¼	½	¼

$E(X) = 2{,}25$

On utilise sa calculatrice (Menu STAT). On obtient **Ecart-type =** $\sigma(X) \approx 1{,}09\ldots$

écart-type probable



moyenne probable

$E(X) - \sigma(X) \approx 2{,}25 - 1{,}09 = 1{,}16$

$E(X) + \sigma(X) \approx 2{,}25 + 1{,}09 = 3{,}34$

X sera probablement dans l'intervalle $[\ 1{,}16\ ;\ 3{,}34\ ]$

Contrexemples : **1** et **4** ne sont pas dans l'intervalle alors qu'ils sont probables.

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p(X = x_i)$	¼	½	¼

$E(X) = 2{,}25$

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On obtient **Ecart-type** = $\sigma(X) \approx 1{,}09...$ écart-type probable

Comparaison avec l'**écart moyen** :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
$p(X = x_i)$	¼	½	¼

$E(X) = 2{,}25$

valeurs x_i prises par X	1	2	4
p (X = x_i)	¼	½	¼

E(X) = 2,25

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On obtient **Ecart-type** = $\sigma(X) \approx 1{,}09\ldots$ écart-type probable

Comparaison avec l'**écart moyen** :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
p (X = x_i)	¼	½	¼
écarts à la moyenne	1,25	0,25	1,75

E(X) = 2,25

E(X) = 2,25

valeurs x_i prises par X	1	2	4
p (X = x_i)	¼	½	¼

E(X) = 2,25

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On obtient **Ecart-type** = $\sigma(X) \approx$ 1,09… écart-type probable

Comparaison avec l'**écart moyen** :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
p (X = x_i)	¼	½	¼
écarts à la moyenne	1,25	0,25	1,75

E(X) = 2,25

E(X) = 2,25

écart moyen = Moyenne (pondérée par les probabilités) des écarts

= ¼ (1,25) + ½ (0,25) + ¼ (1,75) = **0,875**

On utilise sa calculatrice (Menu STAT).

On obtient **Ecart-type** = $\sigma(X) \approx 1{,}09\ldots$ écart-type probable

Comparaison avec l'**écart moyen** :

valeurs x_i prises par X	1	2	4
p (X = x_i)	¼	½	¼
écarts à la moyenne	1,25	0,25	1,75

E(X) = 2,25

E(X) = 2,25

écart moyen = Moyenne (pondérée par les probabilités) des écarts

= ¼ (1,25) + ½ (0,25) + ¼ (1,75) = **0,875**

1,1 ≈ 0,9 On a bien $\sigma(X) \approx e_m(X)$

l'écart-type correspond à l'écart moyen

suite de l’exo 2 :

Déterminez leurs écarts-type.

1°) On lance un dé. On gagne si la face ne dépasse pas 1.

2°) On lance un dé. On gagne 2 € si la face est 6, on ne gagne rien si elle est de 4 ou 5, on perd 1 € sinon.

3°) On lance deux pièces de monnaie. On gagne à chaque pièce qui donne Pile.

4°) On pioche en même temps deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On gagne à chaque carte qui est un 7, un 8 ou un 9.

1°) On lance un dé. On gagne si la face ne dépasse pas 1.

2/6 — 0 ou 1 — Succès — $X = 1$

4/6 — 2, 3, 4, 5 ou 6 — Echec — $X = 0$

valeurs x_i	0	1
$p(X = x_i)$	4/6	2/6

$E(X) = \Sigma\, p_i x_i = (4/6)(0) + (2/6)(1) = 2/6 = 1/3$

A la calculatrice : $\sigma(X) \approx$ ...

1°) On lance un dé. On gagne si la face ne dépasse pas 1.

2/6 — 0 ou 1 — Succès — $X = 1$

4/6 — 2, 3, 4, 5 ou 6 — Echec — $X = 0$

valeurs x_i	0	1
$p(X = x_i)$	4/6	2/6

$E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i = (4/6)\,(0) + (2/6)\,(1) = 2/6 = 1/3$

A la calculatrice : $\sigma(X) \approx 0,47$

2°) On lance un dé. On gagne 2 € si la face est 6, on ne gagne rien si elle est de 4 ou 5, on perd 1 € sinon.

X est la variable aléatoire donnant le nombre de <u>succès</u> (et non les €).

1/6 6 Succès $X = 1$

5/6 autres que 6 Echec $X = 0$

valeurs x_i	0	1
$p (X = x_i)$	5/6	1/6

$E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i = (7/6)\,(0) + (1/6)\,(1) = 1/6$

A la calculatrice : $\sigma(X) \approx$ …

2°) On lance un dé. On gagne 2 € si la face est 6, on ne gagne rien si elle est de 4 ou 5, on perd 1 € sinon.

X est la variable aléatoire donnant le nombre de <u>succès</u> (et non les €).

1/6 6 Succès $X = 1$

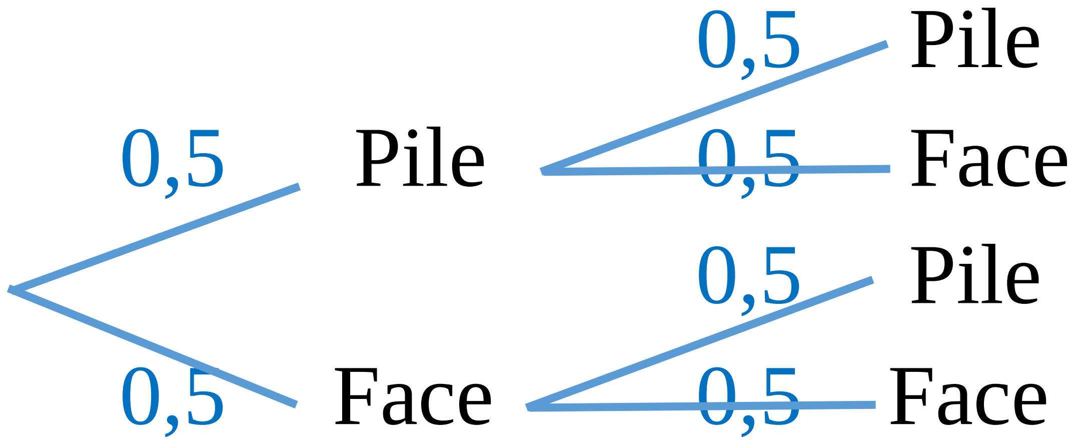
5/6 autres que 6 Echec $X = 0$

valeurs x_i	0	1
$p(X = x_i)$	5/6	1/6

$E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i = (7/6)\,(0) + (1/6)\,(1) = 1/6$

A la calculatrice : $\sigma(X) \approx 0,37$

3°) On lance deux pièces de monnaie. On gagne à chaque pièce qui donne Pile.



$X = 2$ $\quad 0{,}5 \times 0{,}5$

$X = 1$ $\quad 0{,}5 \times 0{,}5$

$X = 1$ $\quad 0{,}5 \times 0{,}5$

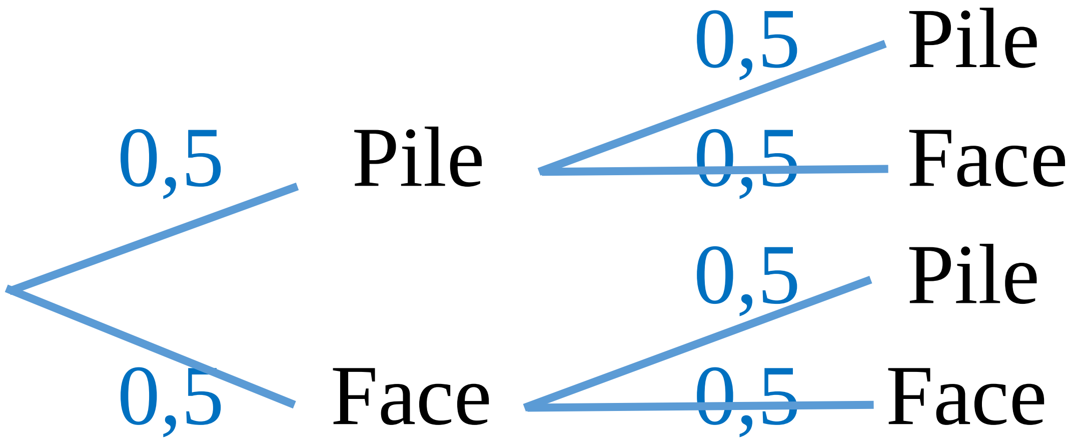
$X = 0$ $\quad 0{,}5 \times 0{,}5$

valeurs x_i	0	1	2
$p\,(X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

$E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i = 0{,}25\,(0) + 0{,}5\,(1) + 0{,}25\,(2) = 1$

A la calculatrice : $\sigma(X) \approx$ …

3°) On lance deux pièces de monnaie. On gagne à chaque pièce qui donne Pile.



$X = 2$ $\quad 0,5 \times 0,5$

$X = 1$ $\quad 0,5 \times 0,5$

$X = 1$ $\quad 0,5 \times 0,5$

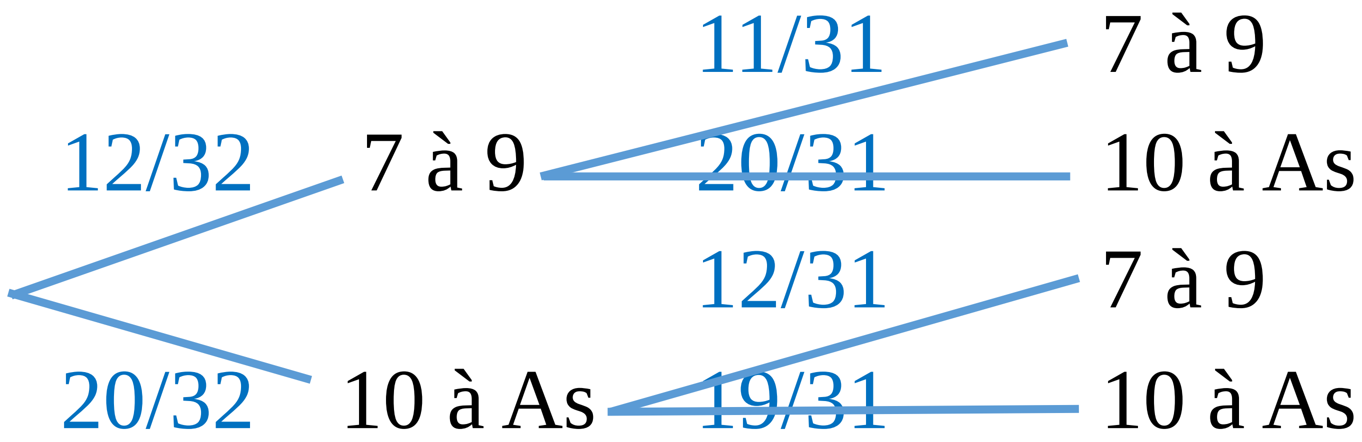
$X = 0$ $\quad 0,5 \times 0,5$

valeurs x_i	0	1	2
$p (X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

$E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i = 0,25\ (0) + 0,5\ (1) + 0,25\ (2) = 1$

A la calculatrice : $\sigma(X) \approx 0,71$

4°) On pioche en même temps deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On gagne à chaque carte qui est un 7, un 8 ou un 9.



$X = 2$ $(12/32)\times(11/31)$

$X = 1$ $(12/32)\times(20/31)$

$X = 1$ $(20/32)\times(12/31)$

$X = 0$ $(20/32)\times(19/31)$

valeurs x_i	**0**	**1**	**2**
$p\ (\ X = x_i\ )$	95/248	120/248	33/248

$E(X) = \Sigma\ p_i\, x_i = (95/248)\ (0) + (120/248)\ (1) + (33/248)\ (2)$

$= 186/248 = 3/4 = 0{,}75$

A la calculatrice : $\sigma(X) \approx \ldots$

4°) On pioche en même temps deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On gagne à chaque carte qui est un 7, un 8 ou un 9.

12/32	7 à 9	11/31	7 à 9	X = 2	(12/32)×(11/31)
		20/31	10 à As	X = 1	(12/32)×(20/31)
20/32	10 à As	12/31	7 à 9	X = 1	(20/32)×(12/31)
		19/31	10 à As	X = 0	(20/32)×(19/31)

valeurs x_i	0	1	2
p (X = x_i)	95/248	120/248	33/248

$E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i = (95/248)\,(0) + (120/248)\,(1) + (33/248)\,(2)$

$= 186/248 = 3/4 = 0{,}75$

A la calculatrice : $\sigma(X) \approx 0{,}67$