Exercice 5 : Complétez

fct	fct dérivée
$3x + 2$	…
…	4
$5x^2 + 4x - 7$	…
…	$4x - 7$
$2x^5 + 4x^3 - 12$	…
…	$12x^3 - 6x^2 + 5$
$2 \cos (3x + 4)$	…
$5 \sin (2x + 8)$	…
…	$5 \cos (5x + 4)$
…	$- 3 \sin (3x + 1)$
…	$8 \cos (2x - 5)$
…	$6 \sin (7 - 2x)$

Exercice 5 : Complétez

fct	fct dérivée
$3x + 2$	3 d'après $(ax + b)' = a$
…	4
$5x^2 + 4x - 7$	…
…	$4x - 7$
$2x^5 + 4x^3 - 12$	…
…	$12x^3 - 6x^2 + 5$

Exercice 5 : Complétez

fct	fct dérivée
$3x + 2$	3 d'après $(ax + b)' = a$
$4x + b$	4 d'après $(ax + b)' = a$

Comme $(b)' = (0x + b)' = 0$

alors toutes les fonctions du type $f(x) + b$

ont …

$5x^2 + 4x - 7$	…
…	$4x - 7$
$2x^5 + 4x^3 - 12$	…
…	$12x^3 - 6x^2 + 5$

Exercice 5 : Complétez

fct	fct dérivée
$3x + 2$	3 d'après $(ax + b)' = a$
$4x + b$	4 d'après $(ax + b)' = a$

Comme $(b)' = (0x + b)' = 0$

alors toutes les fonctions du type $f(x) + b$

ont …

Exercice 5 : Complétez

fct	fct dérivée
$3x + 2$	3 d'après $(ax + b)' = a$
$4x + b$	4 d'après $(ax + b)' = a$

Comme $(b)' = (0x + b)' = 0$

alors toutes les fonctions du type $f(x) + b$

ont la même dérivée $f'(x)$

b est appelé constante d'intégration (notée C)

$5x^2 + 4x - 7$	…
…	$4x - 7$

Exercice 5 : Complétez

fct	**fct dérivée**
$3x + 2$	3 d'après $(ax + b)' = a$
$4x + C$	4 d'après $(ax + b)' = a$

Comme $(C)' = (0x + C)' = 0$

alors toutes les fonctions du type $f(x) + C$

ont la même dérivée $f'(x)$

C est appelé constante d'intégration

$5x^2 + 4x - 7$	…
…	$4x - 7$

Exercice 5 : Complétez

fct	**fct dérivée**
$3x + 2$	3 d'après $(\ ax + b\ )' =$
a	
$4x + C$	4 d'après $(\ ax + b\ )' =$
a	
$5x^2 + 4x - 7$	$5\ (2x) + 4 = 10x + 4$
…	$4x - 7$
$2x^5 + 4x^3 - 12$	…
…	$12x^3 - 6x^2 + 5$

Exercice 5 : Complétez

fct	fct dérivée
$3x + 2$	3
$4x + C$	$4 = (4x + b)'$
$5x^2 + 4x - 7$	$5\,(2x) + 4 = 10x + 4$
$2x^2 - 7x + C$	$4x - 7$
	$= 2\,(x^2)' + (-\,7x + b)'$
$2x^5 + 4x^3 - 12$	…
…	$12x^3 - 6x^2 + 5$

Exercice 5 : Complétez

fct	fct dérivée
$5x^2 + 4x - 7$	$5\,(2x) + 4 = 10x + 4$
$2x^2 - 7x + C$	$4x - 7$
	$= 2\,(x^2)' + (-\,7x + b)'$
$2x^5 + 4x^3 - 12$	$2(5x^4) + 4(3x^2) - (0x+12)'$
	$= 10x^4 + 12x^2$
…	$12x^3 - 6x^2 + 5$

Exercice 5 : Complétez

fct	fct dérivée
$5x^2 + 4x - 7$	$5\,(2x) + 4 = 10x + 4$
$2x^2 - 7x + C$	$4x - 7$ $= 2\,(x^2)' + (-\,7x + b)'$
$2x^5 + 4x^3 - 12$	$2(5x^4) + 4(3x^2) - (0x+12)'$ $= 10x^4 + 12x^2$
$3x^4 - 2x^3 + 5x + C$	$12x^3 - 6x^2 + 5$ $= 3\,(4x^3) - 2\,(3x^2) + 5$ $= 3(x^4)' - 2(x^3)' + (5x + C)'$

Exercice 5 : Complétez

fct	fct dérivée
$2\cos(3x+4)$	$2 \times 3\,(\cos'(3x+4))$
	$= 2 \times 3\,(-\sin(3x+4))$
	$= -6\sin(3x+4)$

d'après $(f(ax+b))' = a\,f'(ax+b)$

fct	fct dérivée
$5\sin(2x+8)$	…

Exercice 5 : Complétez

fct	**fct dérivée**
$2\cos(3x+4)$	$2 \times 3\,(\cos'(3x+4))$
	$= 2 \times 3\,(-\sin(3x+4))$
	$= -6\sin(3x+4)$

d'après $(f(ax+b))' = a\,f'(ax+b)$

$5\sin(2x+8)$	$5 \times 2\sin'(2x+8)$
	$= 5 \times 2\cos(2x+8)$
	$= 10\cos(2x+8)$

fct	**fct dérivée**
	d'après $\left(f(ax+b) \right)' = a\, f\,'(ax+b)$
$5 \sin(2x+8)$	$5 \times 2 \sin'(2x+8)$
	$= 5 \times 2 \cos(2x+8)$
	$= 10 \cos(2x+8)$
…	$5 \cos(5x+4)$

fct | **fct dérivée**

d'après $\left(f(ax+b) \right)' = a\, f'(ax+b)$

$5 \sin(2x+8)$ | $5 \times 2 \sin'(2x+8)$

$= 5 \times 2 \cos(2x+8)$

$= 10 \cos(2x+8)$

$\sin(5x+4) + C$ | $5 \cos(5x+4)$

$= 5 \sin'(5x+4)$

$= \left(\sin(5x+4) + C \right)'$

… | $-3 \sin(3x+1)$

fct	**fct dérivée**
	d'après $\left(f(ax+b) \right)' = a\, f'(ax+b)$
$\sin(5x+4)+C$	$5\cos(5x+4)$
	$= 5\sin'(5x+4)$
	$= \left(\sin(5x+4)+C \right)'$
$\cos(3x+1)+C$	$-3\sin(3x+1)$
	$= 3\left(-\sin(3x+1) \right)$
	$= 3\cos'(3x+1)$
	$= \left(\cos(3x+1)+C \right)'$

d'après $(\ f(ax+b)\ )' = a\ f\,'(ax+b)$

fct	**fct dérivée**
…	$8\cos(2x-5)$
…	$6\sin(7-2x)$

d'après $(f(ax+b))' = a f'(ax+b)$

fct	**fct dérivée**
$4 \sin(2x-5) + C$	$8 \cos(2x-5)$
	$= 4 \times 2 \cos(2x-5)$
	$= 4 \times 2 \sin'(2x-5)$
	$= 4 \times (\sin(2x-5) + C)'$
…	$6 \sin(7-2x)$

d'après $\left(f(ax+b) \right)' = a\, f'(ax+b)$

fct	fct dérivée
$4 \sin(2x - 5) + C$	$8 \cos(2x - 5)$
	$= 4 \times 2 \cos(2x - 5)$
	$= 4 \times 2 \sin'(2x - 5)$
	$= 4 \times \left(\sin(2x - 5) + C \right)'$
$3 \cos(7 - 2x) + C$	$6 \sin(7 - 2x)$
	$= 3\,(-2)\,\left(-\sin(7 - 2x) \right)$
	$= 3\,(-2) \cos'(7 - 2x)$
	$= 3 \left(\cos(-2x + 7) + C \right)'$

II Primitives d'une fonction

1°) Définition :

$$f \xrightarrow{\textit{dériver}} f\,'$$

$f\,'(x) = (\ f(x)\ )'$

$f\,'$ est la dérivée de f

$$\text{fct} \longrightarrow \text{dérivée}$$

II Primitives d'une fonction

1°) Définition :

$f \xrightarrow{\textit{dériver}} f'$ $f'(x) = (\ f(x)\ )'$

f ' est la dérivée de f

$\text{fct} \rightleftarrows \text{dérivée}$

f est la primitive de f '

1°) Définition :

f $\xrightarrow{\textit{dériver}}$ f ‘

f ‘(x) = (f(x))’

f ‘ est la dérivée de f

fct $\rightleftarrows$ dérivée

f est la primitive de f ‘

La dérivée de f est *toujours* notée f ‘

La primitive d’une fonction g est *souvent* notée G.

F $\rightleftarrows$ f $\rightleftarrows$ f ‘

2°) **Utilité :**

$$F \overset{\textit{dériver}}{\rightleftarrows} f \rightleftarrows f'$$

La primitive F d’une fonction f sera importante en Terminale.

2°) **Utilité :**

dériver

$$F \rightleftarrows f \rightleftarrows f\,'$$

La primitive F d’une fonction f sera importante en Terminale.

3°) **Propriété :**

Comme (b)’ = (0x + b)’ = 0

alors toutes les fonctions du type f(x) + b

ont la même dérivée f ‘(x)

Exemple : $x^2 + 2$; $x^2 + 3$; $x^2 + 4$ etc… $x^2 + b$ ont toutes la même dérivée $2x + 0 = 2x$

3°) **Propriété :**

Comme (b)’ = (0x + b)’ = 0

alors toutes les fonctions du type f(x) + b

ont la même dérivée f ‘(x)

Exemple : $x^2 + 2$; $x^2 + 3$; $x^2 + 4$ etc… $x^2 + b$

ont toutes la même dérivée $2x + 0 = 2x$

Donc l’unique fonction f(x) …

3°) **Propriété :**

Comme $(b)' = (0x + b)' = 0$

alors toutes les fonctions du type $f(x) + b$

ont la même dérivée $f'(x)$

Exemple : $x^2 + 2$; $x^2 + 3$; $x^2 + 4$ etc… $x^2 + b$

ont toutes la même dérivée $2x + 0 = 2x$

Donc l'unique fonction $f(x)$

a une infinité de primitives du type $F(x) + C$

Exemple : $2x$ a une infinité de primitives :

$x^2 + 2$; $x^2 + 3$; $x^2 + 4$ etc… $x^2 + C$

C est appelée la constante d'intégration.

4°) **Remarque** :

Comme pour les dérivées,

on pourrait établir un tableau des primitives,

et apprendre les formules par cœur,

mais

on peut les confondre avec celles des dérivées,

donc

il vaut mieux ne connaître *que* le tableau des dérivées,

et le lire *à l'envers* pour les primitives.

Exercice 6 :

Déterminez les primitives des fonctions suivantes :

6

$8x + 2$

$6x^2 + 4x - 1$

$24x^3 - 9x^2 + 2$

$8 \cos (8x + 3)$

$- 5 \sin (5x + 8)$

$6 \cos (2x - 1)$

$4 \sin (5 - 2x)$

$$
\begin{tikzcd}
\text{fct } f \arrow[r, bend left, "\text{dériver}"] & \text{fct } g \arrow[l, bend left, "\text{primitiver}"]
\end{tikzcd}
$$

$$\begin{tikzcd} \text{fct } f \arrow[r, bend left, "\text{dériver}"] & 6 \arrow[l, bend left, "\text{primitiver}"] \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} 6x + C \arrow[r, bend left, "\text{dériver}"] & 6 \arrow[l, bend left, "\text{primitiver}"] \end{tikzcd}$$

6 a pour primitive la fct $6x + C$

car $(6x + C)' = 6$

$$6x + C \underset{\text{primitiver}}{\overset{\text{dériver}}{\rightleftarrows}} 6$$

$8x + 2$

$6x^2 + 4x - 1$

$24x^3 - 9x^2 + 2$

$8 \cos (8x + 3)$

$- 5 \sin (5x + 8)$

6 a pour primitive la fct $6x + C$

car $(6x + C)' = 6$

$$6x + C \underset{\text{primitiver}}{\overset{\text{dériver}}{\rightleftarrows}} 6$$

$$8x + 2 \xleftarrow{\text{dériver}} 4x^2 + 2x + C$$

$6x^2 + 4x – 1$

$24x^3 – 9x^2 + 2$

$8 \cos (8x + 3)$

$- 5 \sin (5x + 8)$

6 a pour primitive la fct $6x + C$

car $(6x + C)' = 6$

$$6x + C \underset{\text{primitiver}}{\overset{\text{dériver}}{\rightleftarrows}} 6$$

$8x + 2 \longleftarrow 4x^2 + 2x + C$

$6x^2 + 4x - 1 \longleftarrow 2x^3 + 2x^2 - x + C$

$24x^3 - 9x^2 + 2$

$8\cos(8x + 3)$

$-5\sin(5x + 8)$

6 a pour primitive la fct $6x + C$

car $(6x + C)' = 6$

$$6x + C \underset{\text{primitiver}}{\overset{\text{dériver}}{\rightleftarrows}} 6$$

$$8x + 2 \longleftarrow 4x^2 + 2x + C$$

$$6x^2 + 4x - 1 \longleftarrow 2x^3 + 2x^2 - x + C$$

$$24x^3 - 9x^2 + 2 \longleftarrow 6x^4 - 3x^3 + 2x + C$$

$8 \cos (8x + 3)$

$- 5 \sin (5x + 8)$

$6x + C \underset{\text{primitiver}}{\overset{\text{dériver}}{\rightleftarrows}} 6$

$8x + 2 \longleftarrow 4x^2 + 2x + C$

$6x^2 + 4x - 1 \longleftarrow 2x^3 + 2x^2 - x + C$

$24x^3 - 9x^2 + 2 \longleftarrow 6x^4 - 3x^3 + 2x + C$

$8 \cos(8x + 3) \longleftarrow \sin(8x + 3) + C$

d'après $(f(ax+b))' = a\, f'(ax+b)$

$-5 \sin(5x + 8)$

$6 \cos(2x - 1)$

$4 \sin(5 - 2x)$

$$6x + C \underset{\text{primitiver}}{\overset{\text{dériver}}{\rightleftarrows}} 6$$

$$8x + 2 \longleftarrow 4x^2 + 2x + C$$

$$6x^2 + 4x - 1 \longleftarrow 2x^3 + 2x^2 - x + C$$

$$24x^3 - 9x^2 + 2 \longleftarrow 6x^4 - 3x^3 + 2x + C$$

$$8 \cos (8x + 3) \longleftarrow \sin (8x + 3) + C$$

d'après $\left(f(ax+b) \right)' = a\, f'(ax+b)$

$$- 5 \sin (5x + 8) \longleftarrow \cos (5x + 8) + C$$

$$6 \cos (2x - 1)$$

$$4 \sin (5 - 2x)$$

$$6x + C \underset{\text{primitiver}}{\overset{\text{dériver}}{\rightleftarrows}} 6$$

$$8x + 2 \longleftarrow 4x^2 + 2x + C$$

$$6x^2 + 4x - 1 \longleftarrow 2x^3 + 2x^2 - x + C$$

$$24x^3 - 9x^2 + 2 \longleftarrow 6x^4 - 3x^3 + 2x + C$$

$$8 \cos (8x + 3) \longleftarrow \sin (8x + 3) + C$$

d'après $(f(ax+b))' = a f'(ax+b)$

$$- 5 \sin (5x + 8) \longleftarrow \cos (5x + 8) + C$$

$$6 \cos (2x - 1) \longleftarrow 3 \sin (2x - 1) + C$$

$$4 \sin (5 - 2x)$$

$$6x + C \underset{\text{primitiver}}{\overset{\text{dériver}}{\rightleftarrows}} 6$$

$$8x + 2 \longleftarrow 4x^2 + 2x + C$$

$$6x^2 + 4x - 1 \longleftarrow 2x^3 + 2x^2 - x + C$$

$$24x^3 - 9x^2 + 2 \longleftarrow 6x^4 - 3x^3 + 2x + C$$

$$8\cos(8x + 3) \longleftarrow \sin(8x + 3) + C$$

d'après $(f(ax+b))' = a\, f'(ax+b)$

$$-5\sin(5x + 8) \longleftarrow \cos(5x + 8) + C$$

$$6\cos(2x - 1) \longleftarrow 3\sin(2x - 1) + C$$

$$4\sin(5 - 2x) \longleftarrow 2\cos(5 - 2x) + C$$