Exercice 10

Soient les points E, A et B alignés dans cet ordre sur une droite d avec AE = a = 2 AB

De part et d'autre de d on construit deux carrés ABCD et AEFG. (CG) et (BF) se croisent en un point K.

Démontrez que (AK) et (BG) sont perpendiculaires.

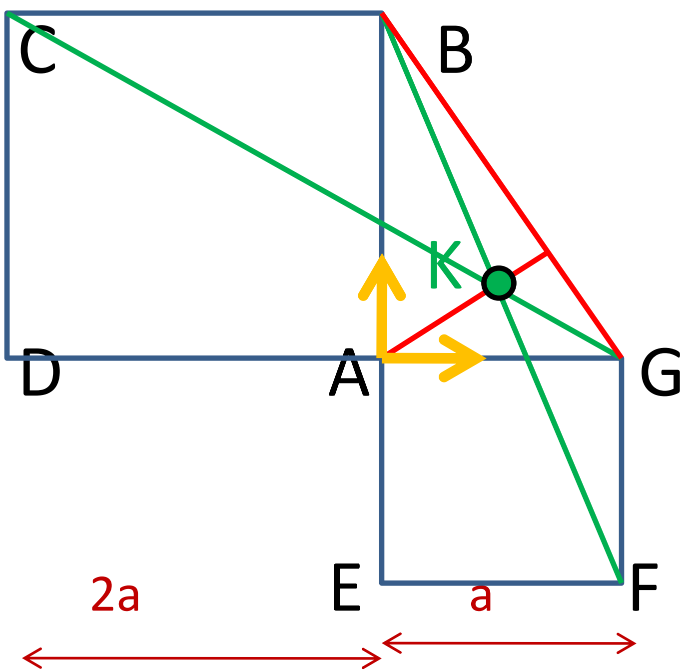
Schéma :

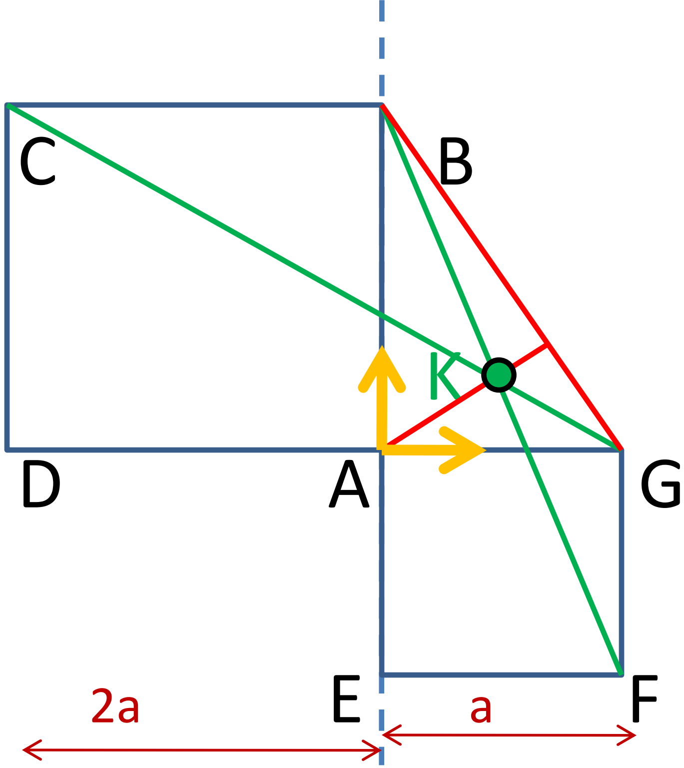
Exercice 10

Soient les points E, A et B alignés dans cet ordre sur une droite d avec AE = a = 2 AB

De part et d'autre de d on construit deux carrés ABCD et AEFG. (CG) et (BF) se croisent en un point K.

Démontrez que (AK) et (BG) sont perpendiculaires.





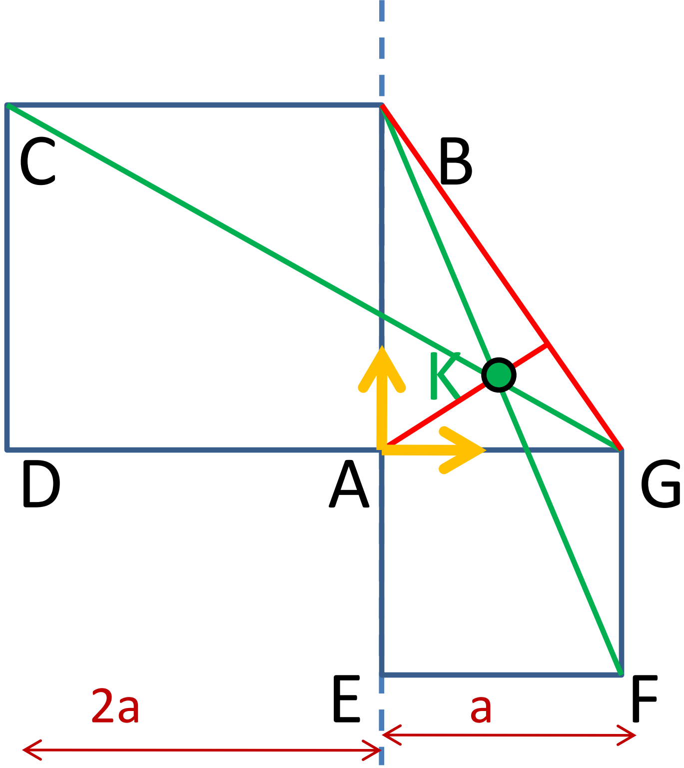
Soit le repère orthonormé

A	B	C	D	E	F	G	K
0	0	- 2a	- 2a	0	a	a	?
0	2a	2a	0	- a	- a	0	?

On étudie les droites :

(BF) a pour équ. ...

(CG) a pour équ. ...



Soit le repère orthonormé

A	B	C	D	E	F	G	K
0	0	- 2a	- 2a	0	a	a	?
0	2a	2a	0	- a	- a	0	?

On étudie les droites :

(BF) a pour équ. $y = mx + p$

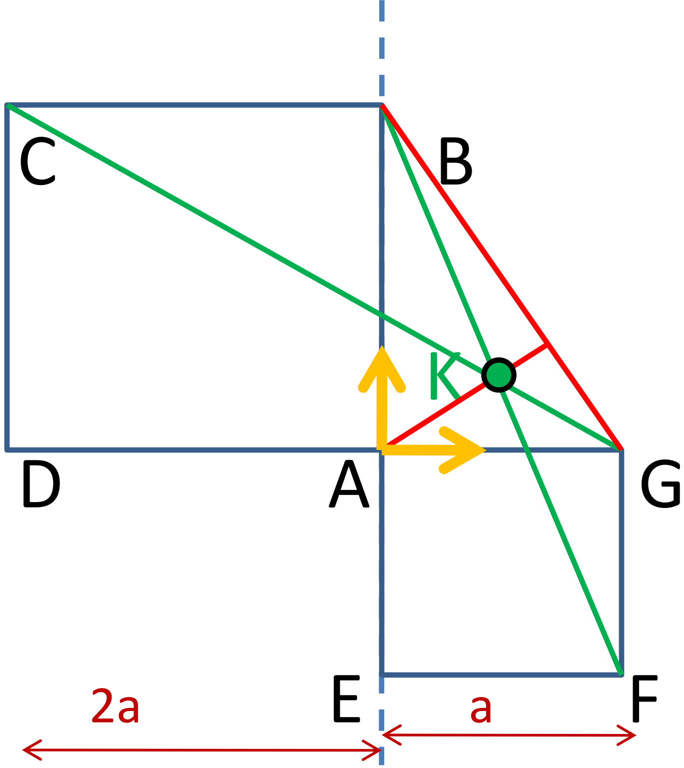
puisque $x_B \neq x_F$

B(0 ; 2a) ➡ l'ordonnée à l'origine est 2a

m = coeff. directeur = $(y_B - y_F)/(x_B - x_F) = (2a - (- a))/(0 - a) = - 3$

(BF) a pour équ. $y = - 3x + 2a$

(CG) a pour équ. …



Soit le repère orthonormé

A	B	C	D	E	F	G	K
0	0	- 2a	- 2a	0	a	a	?
0	2a	2a	0	- a	- a	0	?

On étudie les droites :

(BF) a pour équ. $y = mx + p$

puisque $x_B \neq x_F$

B(0 ; 2a) ⟹ l'ordonnée à l'origine est 2a

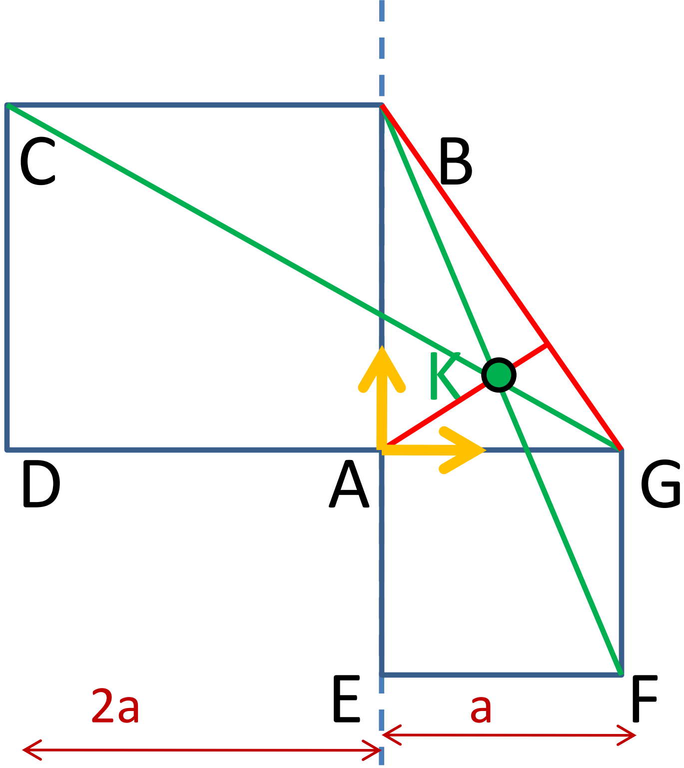
m = coeff. directeur = $(y_B - y_F)/(x_B - x_F) = (2a - (- a))/(0 - a) = - 3$

(BF) a pour équ. $y = - 3x + 2a$

(CG) a pour équ. $y = m'x + p'$ puisque $x_C \neq x_G$

m' = coeff. directeur = $(y_C - y_G)/(x_C - x_G) = (2a - 0)/((- 2a) - a) = - ⅔$

$y_G = m' x_G + p'$ ⟹ $0 = - ⅔(a) + p'$ ⟹ $p' = 2a/3$



Soit le repère orthonormé

A	B	C	D	E	F	G	K
0	0	- 2a	- 2a	0	a	a	?
0	2a	2a	0	- a	- a	0	?

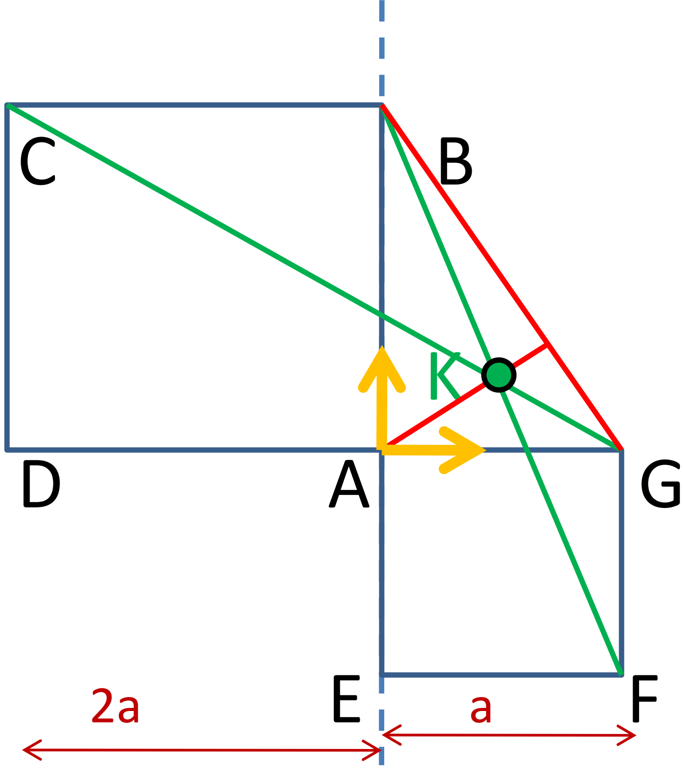
On étudie les droites :

(BF) a pour équ. $y = -3x + 2a$

(CG) a pour équ. $y = -\frac{2}{3}x + (2a/3)$

Leur point d'intersection est K(x ; y).

$$\left.\begin{array}{l} y_K = -3\,x_K + 2a \\ y_K = -\frac{2}{3}\,x_K + (2a/3) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_K = \ldots\ ? \\ y_K = \ldots\ ? \end{array}\right.$$



Soit le repère orthonormé

A	B	C	D	E	F	G	K
0	0	- 2a	- 2a	0	a	a	?
0	2a	2a	0	- a	- a	0	?

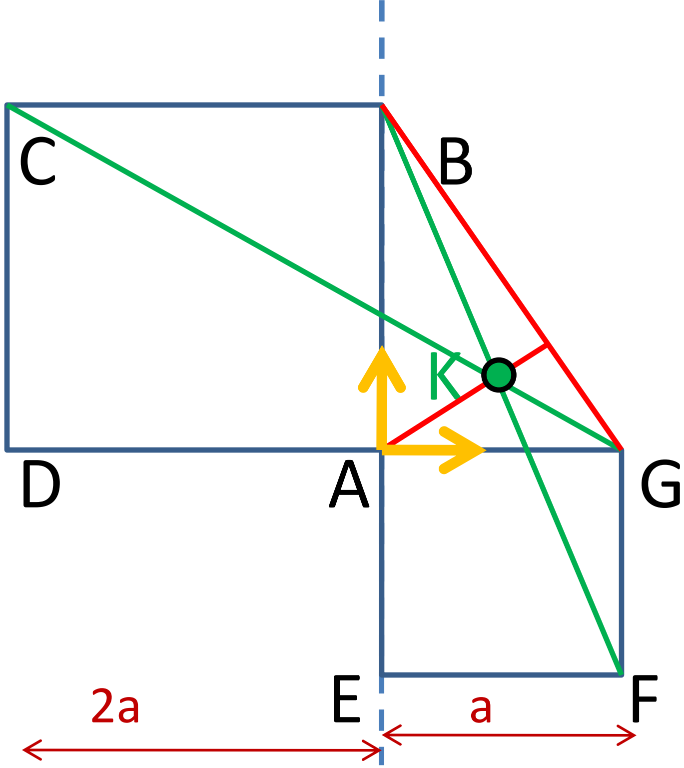
On étudie les droites :

(BF) a pour équ. $y = -3x + 2a$

(CG) a pour équ. $y = -\frac{2}{3}x + (2a/3)$

Leur point d'intersection est K(x ; y).

$$\left.\begin{array}{l} y_K = -3\,x_K + 2a \\ y_K = -\frac{2}{3}\,x_K + (2a/3) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} -3\,x_K + 2a = -\frac{2}{3}\,x_K + (2a/3) \\ \ldots \end{array}$$



Soit le **repère orthonormé**

A	B	C	D	E	F	G	K
0	0	- 2a	- 2a	0	a	a	?
0	2a	2a	0	- a	- a	0	?

On étudie les droites :

(BF) a pour équ. $y = -3x + 2a$

(CG) a pour équ. $y = -\frac{2}{3}x + (2a/3)$

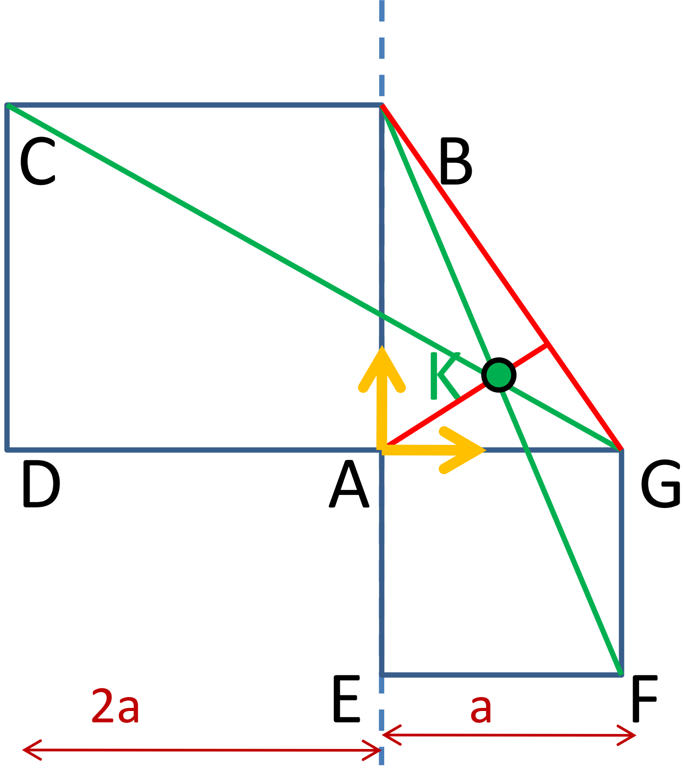
Leur point d'intersection est $K(\ x\ ;\ y\ )$.

$$\left.\begin{aligned} y_K &= -3\,x_K + 2a \\ y_K &= -\tfrac{2}{3}\,x_K + (2a/3) \end{aligned}\right\} \Rightarrow -3\,x_K + 2a = -\tfrac{2}{3}\,x_K + (2a/3)$$

$$\Rightarrow -3\,x_K + \tfrac{2}{3}\,x_K = (2a/3) - 2a$$

$$\Rightarrow -(7/3)\,x_K = -4a/3 \Rightarrow x_K = 4a/7$$

$y_K = \ldots$



Soit le repère orthonormé

A	B	C	D	E	F	G	K
0	0	- 2a	- 2a	0	a	a	?
0	2a	2a	0	- a	- a	0	?

On étudie les droites :

(BF) a pour équ. $y = -3x + 2a$

(CG) a pour équ. $y = -\frac{2}{3}x + (2a/3)$

Leur point d'intersection est $K(x ; y)$.

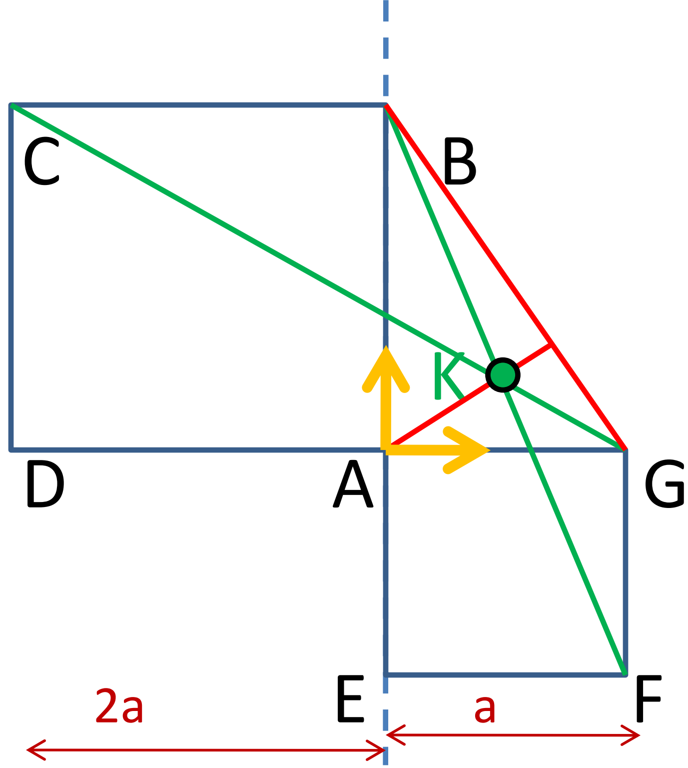
$$\left.\begin{array}{l} y_K = -3\,x_K + 2a \\ y_K = -\frac{2}{3}\,x_K + (2a/3) \end{array}\right\} \Rightarrow -3\,x_K + 2a = -\frac{2}{3}\,x_K + (2a/3)$$

$$\Rightarrow -3\,x_K + \frac{2}{3}\,x_K = (2a/3) - 2a$$

$$\Rightarrow -(7/3)\,x_K = -4a/3 \Rightarrow x_K = 4a/7$$

$$y_K = -3\,(4a/7) + 2a = -\frac{2}{3}\,(4a/7) + (2a/3) = 2a/7$$

$K(4a/7 ; 2a/7)$.



Soit le repère orthonormé

A	B	C	D	E	F	G	K
0	0	- 2a	- 2a	0	a	a	4a/7
0	2a	2a	0	- a	- a	0	2a/7

On étudie les droites :

(BF) a pour équ. $y = -3x + 2a$

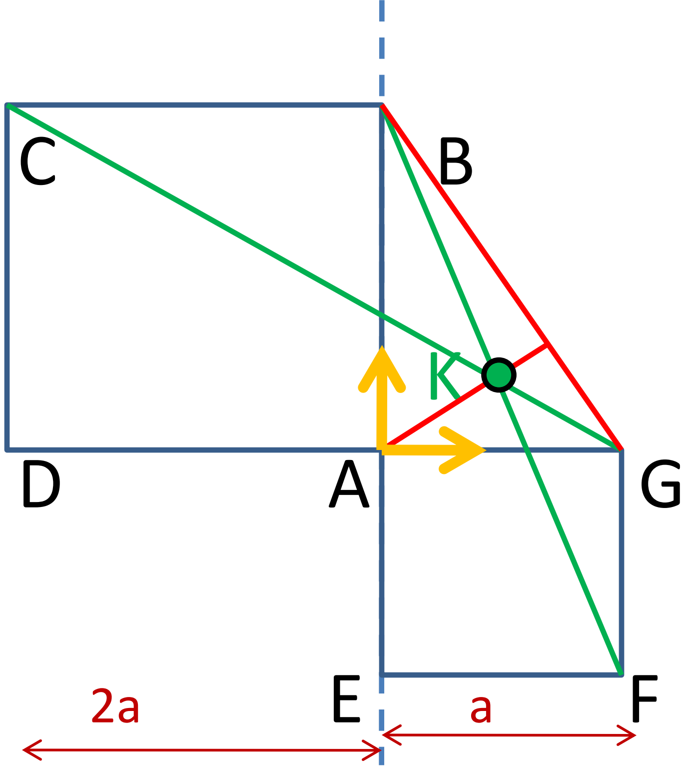
(CG) a pour équ. $y = -\frac{2}{3}x + (2a/3)$

Par résolution du système d'équations linéaires,

leur point d'intersection est K(4a/7 ; 2a/7).

$\overrightarrow{AK}$ (;) et $\overrightarrow{BG}$(;).

Le repère est orthonormé donc $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BG} = x\,x' + y\,y' = \ldots$?



Soit le repère orthonormé

A	B	C	D	E	F	G	K
0	0	- 2a	- 2a	0	a	a	4a/7
0	2a	2a	0	- a	- a	0	2a/7

On étudie les droites :

(BF) a pour équ. $y = -3x + 2a$

(CG) a pour équ. $y = -\frac{2}{3}x + (2a/3)$

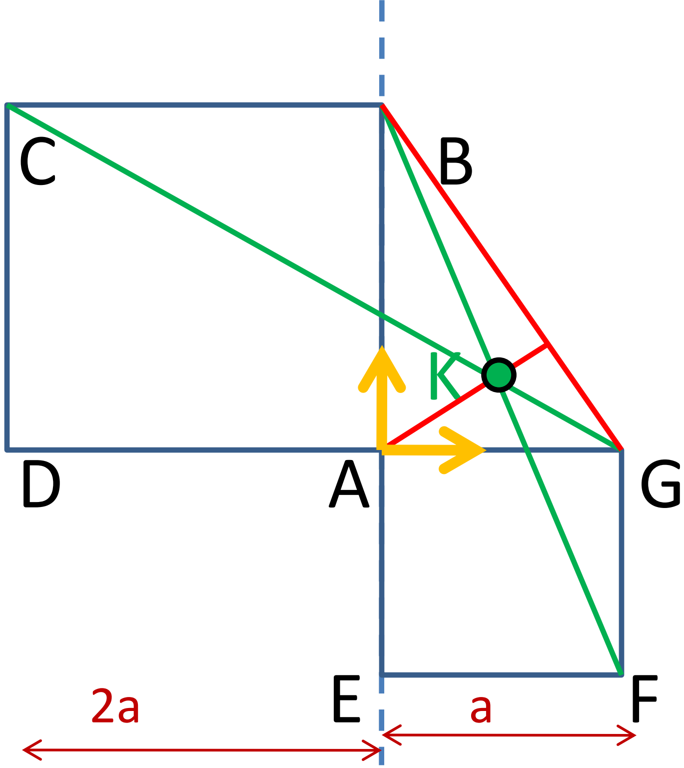
Par résolution du système d'équations linéaires,

leur point d'intersection est $K(4a/7 ; 2a/7)$.

$\overrightarrow{AK}(4a/7 ; 2a/7)$ et $\overrightarrow{BG}(a ; -2a)$.

Le repère est orthonormé donc $\overrightarrow{AK} . \overrightarrow{BG} = x x' + y y'$

$= (4a/7)a + (2a/7)(-2a) = (4a^2/7) + (-4a^2/7) = 0$



Soit le repère orthonormé

A	B	C	D	E	F	G	K
0	0	- 2a	- 2a	0	a	a	4a/7
0	2a	2a	0	- a	- a	0	2a/7

On étudie les droites :

(BF) a pour équ. $y = -3x + 2a$

(CG) a pour équ. $y = -\frac{2}{3}x + (2a/3)$

Par résolution du système d'équations linéaires,

leur point d'intersection est $K(4a/7 ; 2a/7)$.

$\overrightarrow{AK}(4a/7 ; 2a/7)$ et $\overrightarrow{BG}(a ; -2a)$.

Le repère est orthonormé donc $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BG} = x x' + y y'$

$$= (4a/7)a + (2a/7)(-2a) = (4a^2/7) + (-4a^2/7) = 0$$

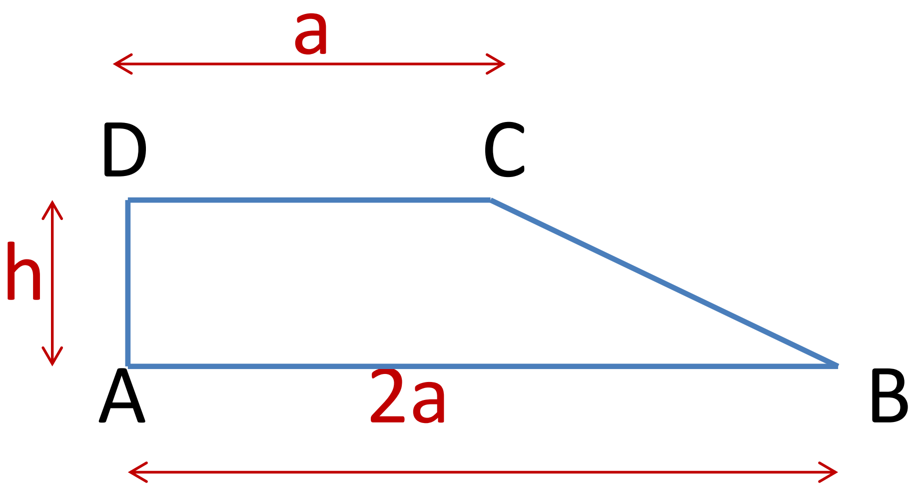
$\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BG} = 0 \Leftrightarrow$ (AK) et (BG) sont perpendiculaires

Exercice 10

Soit le trapèze rectangle ABCD.

Déterminez h

pour que les diagonales soient orthogonales.

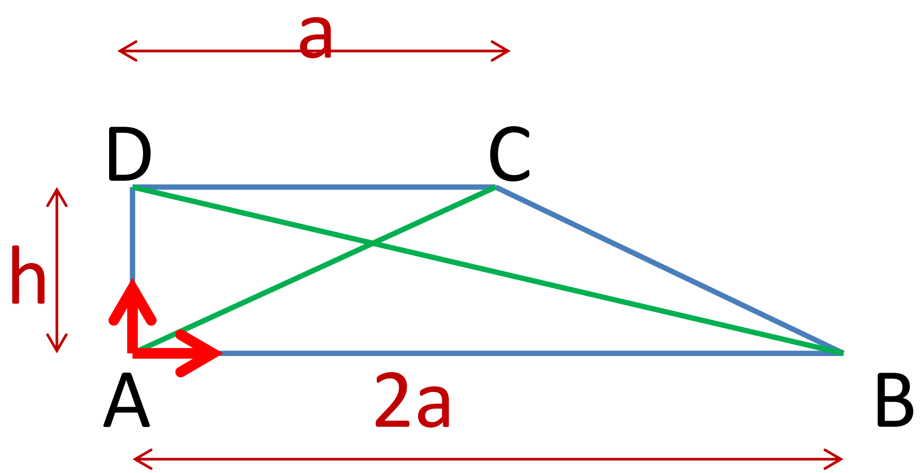


méthode : coordonnées

Prenons un repère orthonormé en A.

A	B	C	D
0	2a	a	0
0	0	h	h

donc $\overrightarrow{AC}($; $)$ et $\overrightarrow{DB}($; $)$.

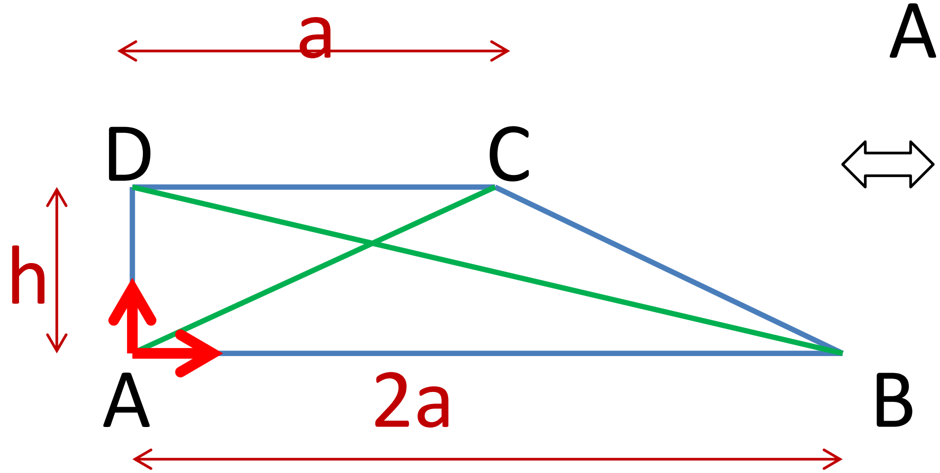


méthode : coordonnées

Prenons un repère orthonormé en A.

A	B	C	D
0	2a	a	0
0	0	h	h

donc $\overrightarrow{AC}(a ; h)$ et $\overrightarrow{DB}(2a ; - h)$.



$\overrightarrow{AC} . \overrightarrow{DB} = 0$

$\Leftrightarrow$ ...

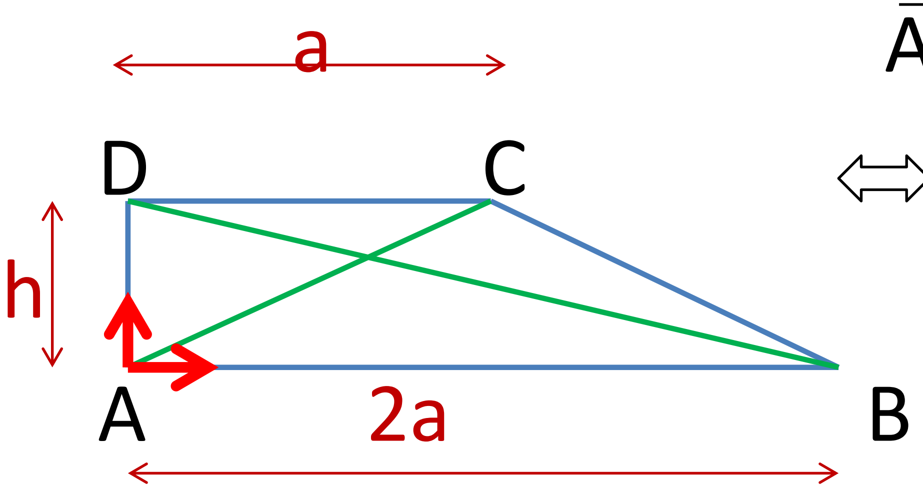
$\Leftrightarrow h = ...$

méthode : coordonnées

Prenons un repère orthonormé en A.

A	B	C	D
0	2a	a	0
0	0	h	h

donc $\overrightarrow{AC}(\ a\ ;\ h\ )$ et $\overrightarrow{DB}(\ 2a\ ;\ -\ h\ )$.



$$\overrightarrow{AC}\ .\ \overrightarrow{DB} = 0$$

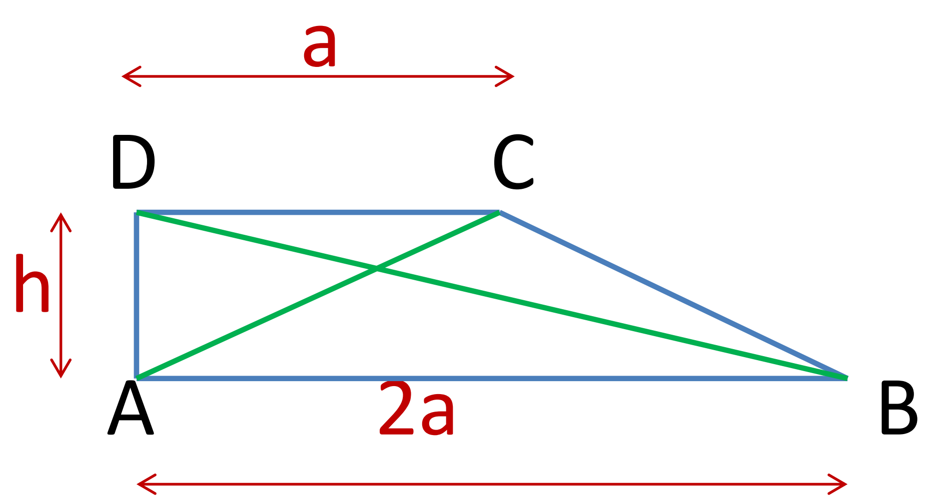
$$\Leftrightarrow a(2a) + h(-h) = 0$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 2a^2$$

$$\Leftrightarrow h = a\sqrt{2}$$

méthode : propriétés algébriques

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} = 0 \Leftrightarrow (\underbrace{\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}}_{\textit{Chasles}}) \cdot (\underbrace{\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}}_{\textit{Chasles}}) = 0$$

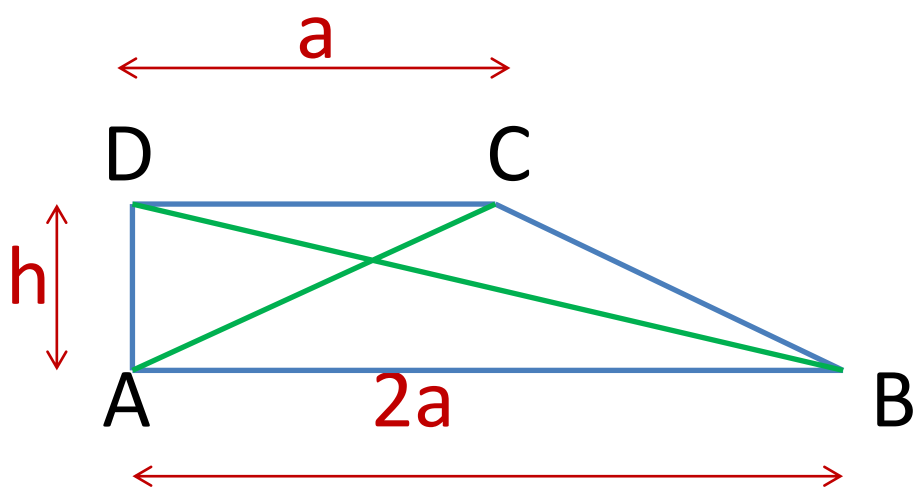


méthode : propriétés algébriques

$$\overrightarrow{AC} \,.\, \overrightarrow{DB} = 0 \iff (\,\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}\,) \,.\, (\,\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}\,) = 0$$

$$\iff \overrightarrow{AD} \,.\, \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} \,.\, \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AD} \,.\, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} \,.\, \overrightarrow{AB} = 0$$

double développement

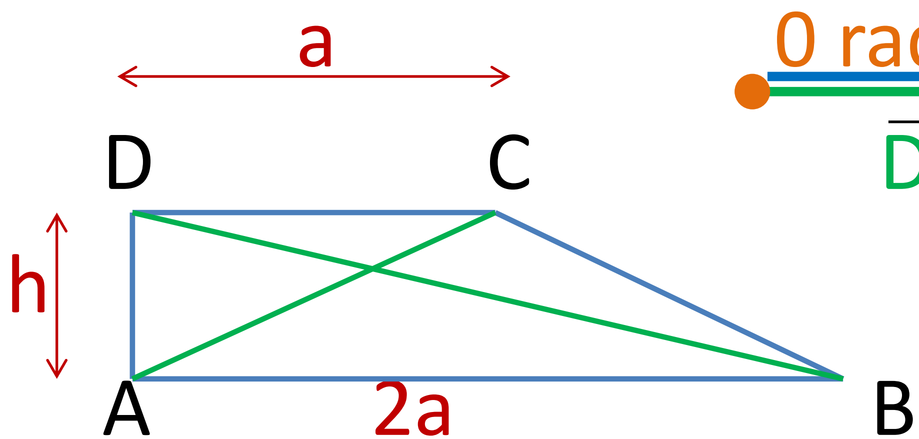


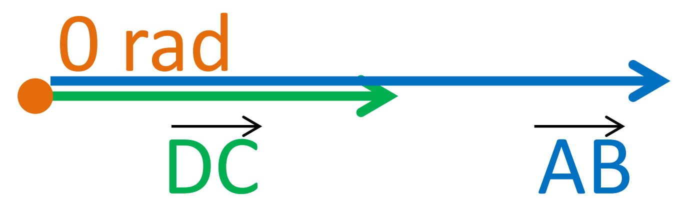
méthode : propriétés algébriques

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) \cdot (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

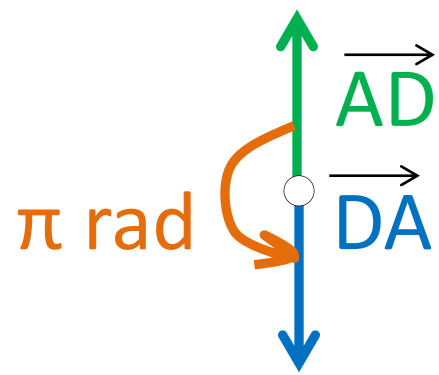
$$\Leftrightarrow AD \times DA \times \cos \pi + 0 + 0 + DC \times AB \times \cos 0 = 0$$





$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

car vecteurs perpendiculaires



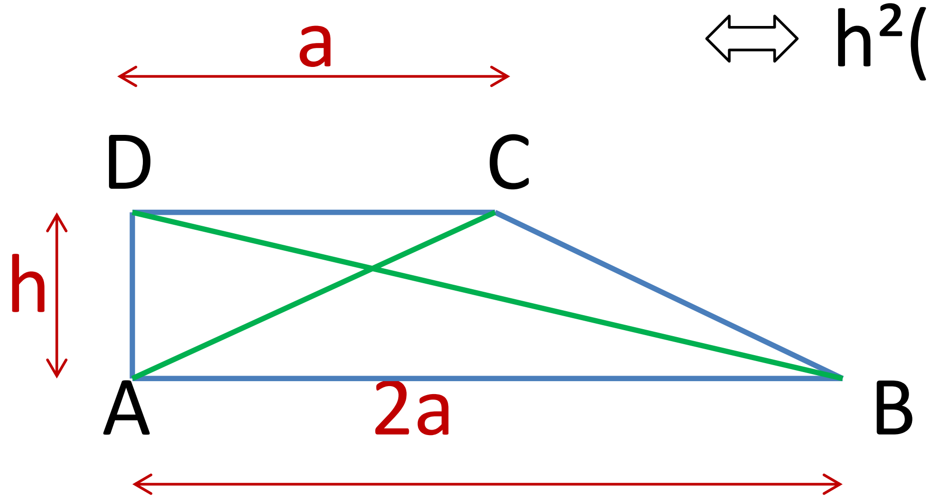
méthode : propriétés algébriques

$$\overrightarrow{AC}\,.\,\overrightarrow{DB} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC})\,.\,(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}\,.\,\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}\,.\,\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AD}\,.\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}\,.\,\overrightarrow{AB} = 0$$

$$\Leftrightarrow AD \times DA \times \cos\pi + 0 + 0 + DC \times AB \times \cos 0 = 0$$

$$\Leftrightarrow h^2(-1) + a(2a)(1) = 0$$



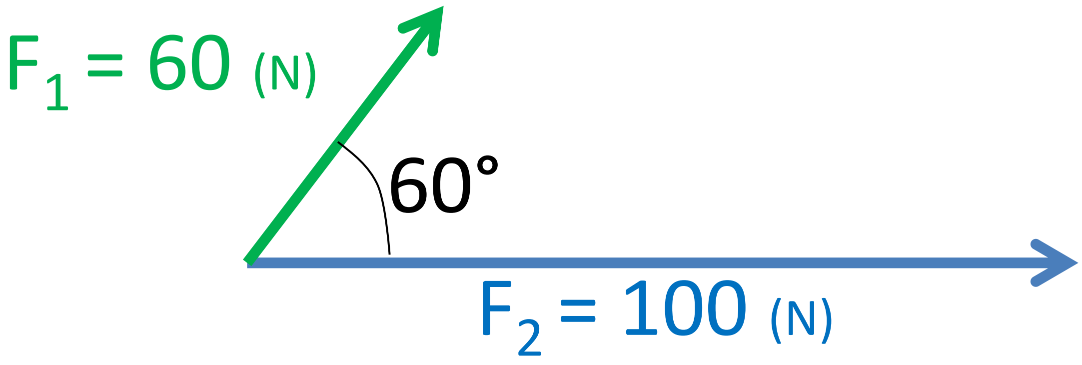
$$\Leftrightarrow h^2 = 2a^2$$

$$\Leftrightarrow h = a\sqrt{2}$$

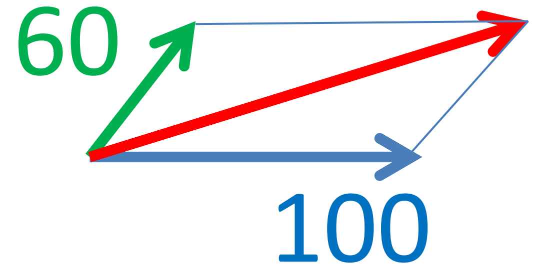
Exercice 12

Une charge est tirée par deux personnes, dans des directions et avec des forces différentes.

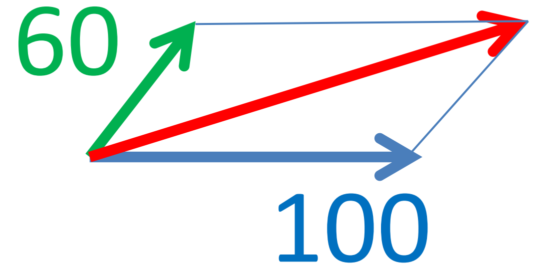
Déterminez dans quelle direction partira la charge (à 0,01 degrés près), et sous quelle force globale F.



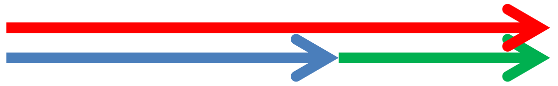
F = ... ?



$F = \ldots ?$

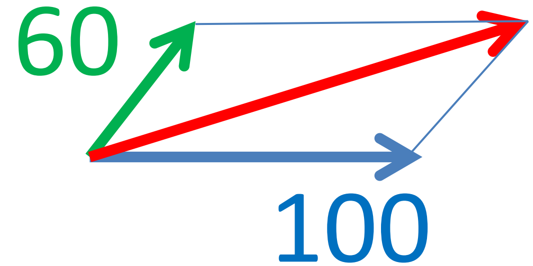


$F = F_1 + F_2 = 160$

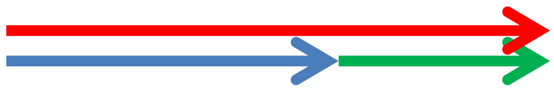


n'est vrai que si $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont …

$$F = \ldots\ ?$$



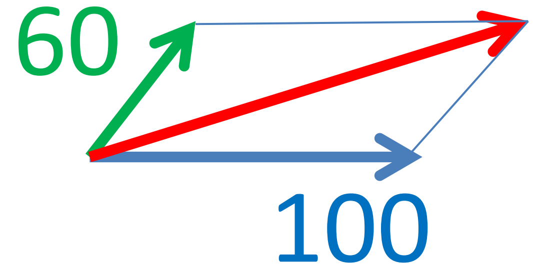
$$F = F_1 + F_2 = 160$$



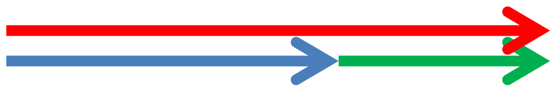
n'est vrai que si $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont colinéaires et de même sens !

$F = \|\vec{F}\|$ avec $\vec{F} = \ldots$

$F = \ldots ?$



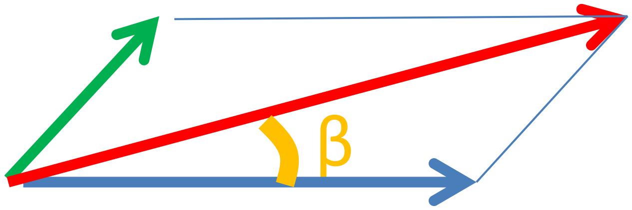
$F = F_1 + F_2 = 160$



n’est vrai que si $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont colinéaires et de même sens !

$F = || \vec{F} ||$ avec $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

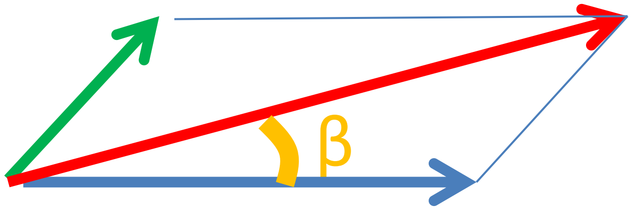
$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$



Comment déterminez β ?

En faisant …

$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$

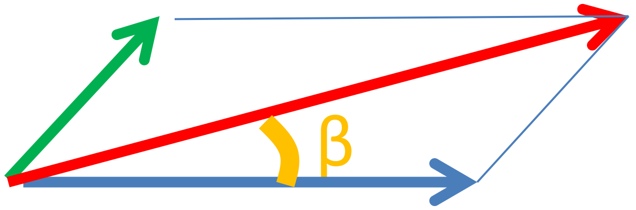


Comment déterminez β ?

En faisant $\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$

Il nous faut donc ... et ...

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$



Comment déterminez β ?

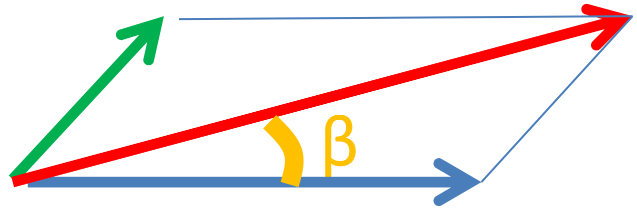
En faisant $\vec{F} \cdot \vec{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$

Il nous faut donc F et $\vec{F} \cdot \vec{F_1}$

Comment déterminez F ?

$\vec{F} = \ldots$ puis $F = \ldots$

$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$



Comment déterminez β ?

En faisant $\overrightarrow{F} . \overrightarrow{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$

Il nous faut donc F et $\overrightarrow{F} . \overrightarrow{F_1}$

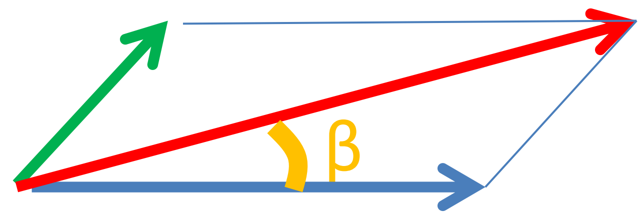
Comment déterminez F ?

$\overrightarrow{F} = (x_1 ; y_1) + (x_2 ; y_2)$ puis $F = || \overrightarrow{F} ||$

Comment déterminez $\overrightarrow{F} . \overrightarrow{F_1}$?

Avec $\overrightarrow{F} . \overrightarrow{F_1} = ...$

$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$



Comment déterminez β ?

En faisant $\vec{F} \cdot \vec{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$

Il nous faut donc F et $\vec{F} \cdot \vec{F_1}$

Comment déterminez F ?

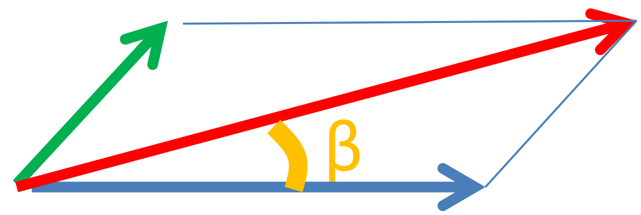
$\vec{F} = (x_1 ; y_1) + (x_2 ; y_2)$ puis $F = || \vec{F} ||$

Comment déterminez $\vec{F} \cdot \vec{F_1}$?

Avec $\vec{F} \cdot \vec{F_1} = x\,x' + y\,y'$

Autre méthode : on connaît $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ donc on remplace $\vec{F}$ par …

$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$



Comment déterminez β ?

En faisant $\vec{F} \,.\, \vec{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$

Il nous faut donc F et $\vec{F} \,.\, \vec{F_1}$

Comment déterminez F ?

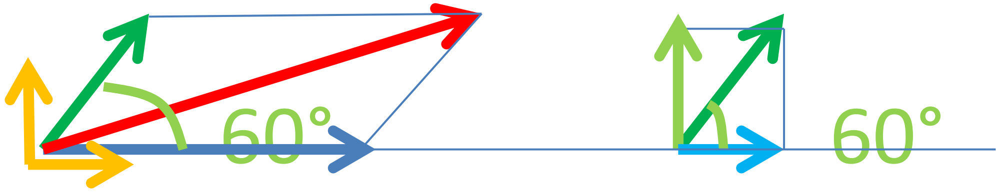
$\vec{F} = (\, x_1 \,;\, y_1 \,) + (\, x_2 \,;\, y_2 \,)$ puis $F = ||\, \vec{F} \,||$

Comment déterminez $\vec{F} \,.\, \vec{F_1}$?

Avec $\vec{F} \,.\, \vec{F_1} = x\,x' + y\,y'$

Autre méthode : on connaît $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ donc on remplace $\vec{F}$ par $\vec{F_1} + \vec{F_2}$

$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$

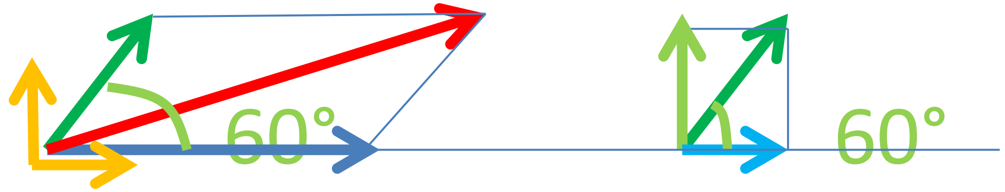


Dans le repère orthonormé :

$\overrightarrow{F_1}(\qquad ; \qquad)$

$\overrightarrow{F_2}(\qquad ; \qquad)$

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$$

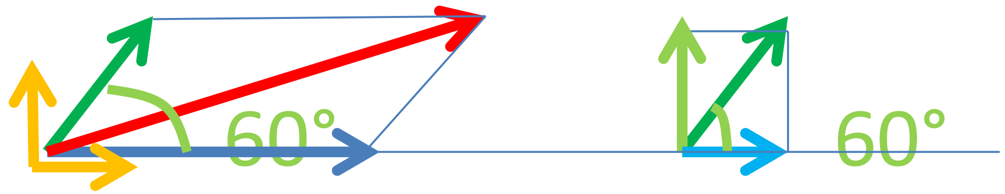


Dans le repère orthonormé :

$\overrightarrow{F_1}(100 ; 0)$

$\overrightarrow{F_2}(60 \cos 60° ; 60 \sin 60°)$

$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$



Dans le repère orthonormé :

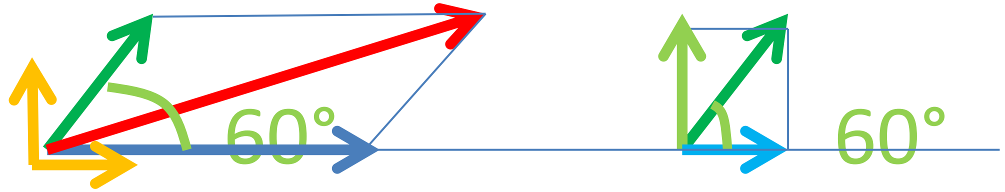
$\vec{F_1}$(100 ; 0)

$\vec{F_2}$(60 cos 60° ; 60 sin 60°)

= (60(1/2) ; 60(√3 /2)) = (30 ; 30√3)

60° est l'angle remarquable π/3

$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$



Dans le repère orthonormé :

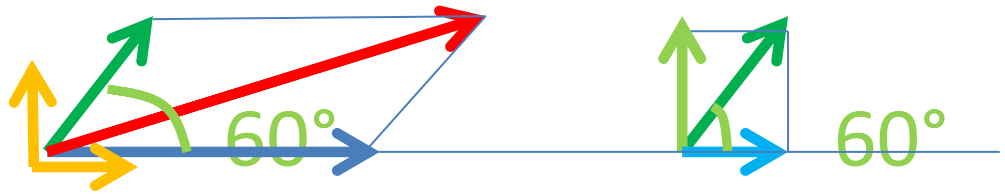
$\vec{F_1}(100 ; 0)$

$\vec{F_2}(60 \cos 60° ; 60 \sin 60°) = (30 ; 30\sqrt{3})$

$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

$= \ldots$

$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$



Dans le repère orthonormé :

$\vec{F_1}(\ 100\ ;\ 0\ )$

$\vec{F_2}(\ 60 \cos 60°\ ;\ 60 \sin 60°\ ) = (\ 30\ ;\ 30\sqrt{3}\ )$

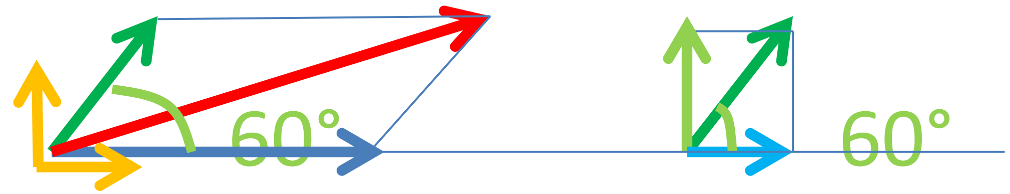
$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

$= (\ 100\ ;\ 0\ ) + (\ 30\ ;\ 30\sqrt{3}\ )$

$= (\ 100 + 30\ ;\ 0 + 30\sqrt{3}\ )$

$= (\ 130\ ;\ 30\sqrt{3}\ )$

$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$



Dans le repère orthonormé :

$\vec{F_1}(\ 100\ ;\ 0\ )$

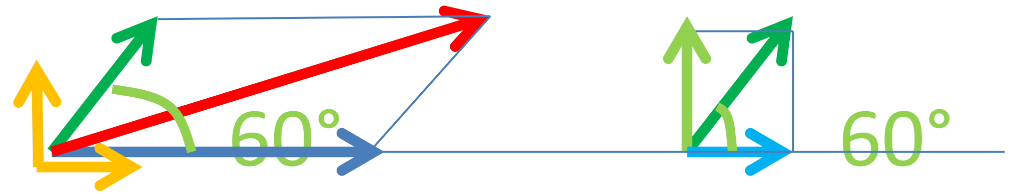
$\vec{F_2}(\ 60 \cos 60°\ ;\ 60 \sin 60°\ ) = (\ 30\ ;\ 30\sqrt{3}\ )$

$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = (\ 130\ ;\ 30\sqrt{3}\ )$

Le repère est orthonormé donc

$|| \vec{F} || = \sqrt{x^2 + y^2} = \quad ...$

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$



Dans le repère orthonormé :

$$\vec{F_1}(\ 100\ ;\ 0\ )$$

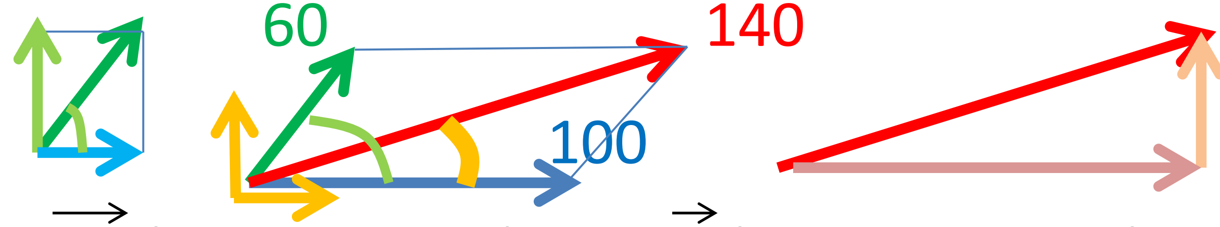
$$\vec{F_2}(\ 60\cos 60°\ ;\ 60\sin 60°\ ) = (\ 30\ ;\ 30\sqrt{3}\ )$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = (\ 130\ ;\ 30\sqrt{3}\ )$$

Le repère est orthonormé donc

$$||\ \vec{F}\ || = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{130^2 + (30\sqrt{3})^2}$$

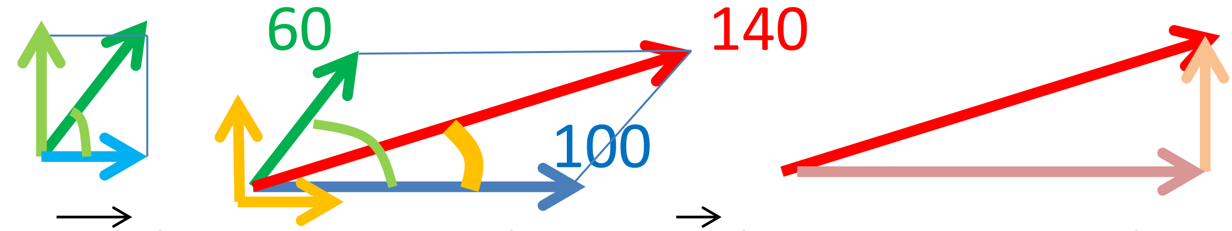
$$= \sqrt{19600} = 140 \text{ Newton}$$



$\overrightarrow{F_1}$ (100 ; 0) $\overrightarrow{F_2}$ (30 ; 30√3) $\vec{F}$ (130 ; 30√3)

Le repère est orthonormé

⇒ $\vec{F} \cdot \overrightarrow{F_1} = \ldots$

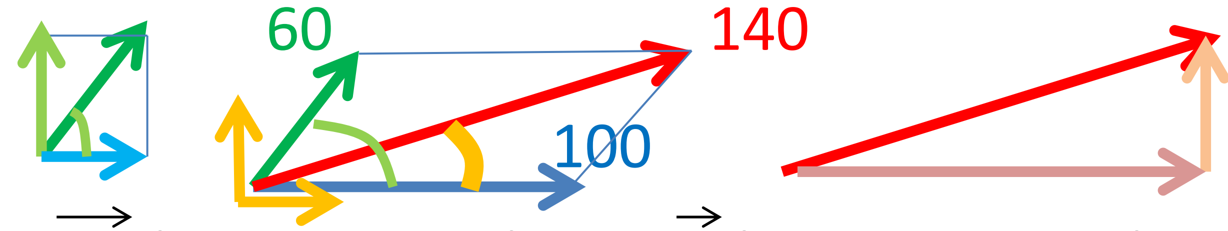


$\overrightarrow{F_1}$ (100 ; 0) $\overrightarrow{F_2}$ (30 ; 30√3) $\overrightarrow{F}$ (130 ; 30√3)

Le repère est orthonormé

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{F_1}$ = x x’ + y y’

= …



$\overrightarrow{F_1}$ (100 ; 0) $\qquad$ $\overrightarrow{F_2}$ (30 ; 30√3) $\qquad$ $\overrightarrow{F}$ (130 ; 30√3)

Le repère est orthonormé

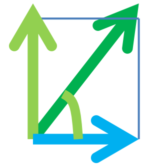
$$\Rightarrow \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{F_1} = x\,x' + y\,y'$$

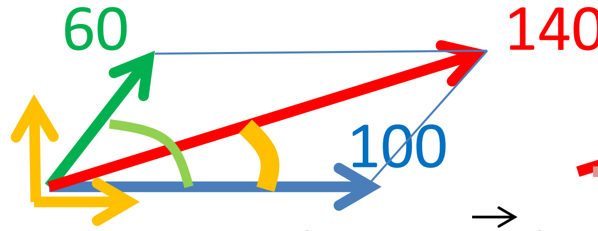
$$= 130 \times 100 + 30\sqrt{3} \times 0$$

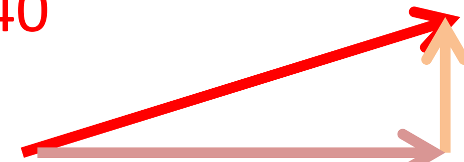
$$= 13000$$

$$\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$$

$\Rightarrow$ … =







$\overrightarrow{F_1}$ (100 ; 0) $\overrightarrow{F_2}$ (30 ; 30√3) $\overrightarrow{F}$ (130 ; 30√3)

Le repère est orthonormé

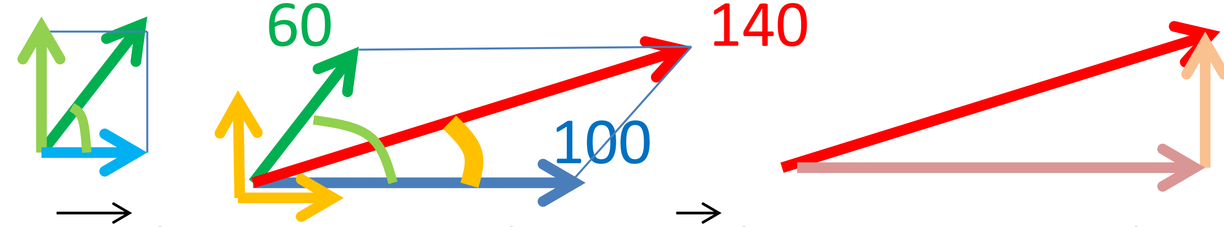
$$\Rightarrow \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{F_1} = x\,x' + y\,y'$$

$$= 130 \times 100 + 30\sqrt{3} \times 0$$

$$= 13000$$

$$\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{F_1}}{F \times F_1} = \frac{13000}{140 \times 100}$$



$\vec{F_1}$ (100 ; 0) $\vec{F_2}$ (30 ; 30√3) $\vec{F}$ (130 ; 30√3)

Le repère est orthonormé

$\Rightarrow \vec{F} \cdot \vec{F_1} = x\,x' + y\,y'$

$= 130 \times 100 + 30\sqrt{3} \times 0$

$= 13000$

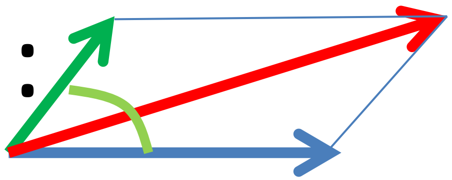
$\vec{F} \cdot \vec{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{F} \cdot \vec{F_1}}{F \times F_1} = \frac{13000}{140 \times 100}$$

qui ne correspond pas à un angle remarquable

$\Rightarrow$ calculatrice β = Arc cos (13000 / (140×100)) ≈ **21,79°**

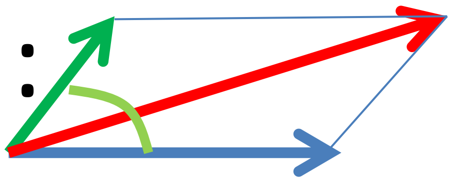
Autre méthode :



$F_1 = 100$ $F_2 = 60$ (N) $F = \dots ?$

$F^2 = \dots$

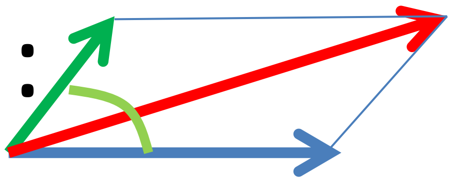
Autre méthode :



$F_1 = 100$ $F_2 = 60$ (N) $F = \ldots ?$

$F^{\,2} = \vec{F}^{\,2} = \ldots$

Autre méthode :

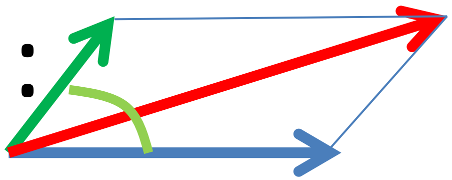


$F_1 = 100$ $\quad$ $F_2 = 60$ (N) $\quad$ $F = \ldots$?

$$F^2 = \vec{F}^{\,2} = (\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2})^2$$

$$= \ldots$$

Autre méthode :



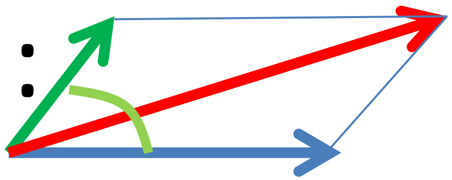
$F_1 = 100$ $F_2 = 60$ (N) $F = \ldots$?

$$F^2 = \vec{F}^2 = (\vec{F_1} + \vec{F_2})^2$$

$$= \vec{F_1}^2 + 2\,\vec{F_1}\,.\,\vec{F_2} + \vec{F_2}^2$$

$$= \ldots$$

Autre méthode :



$F_1 = 100$ $\quad F_2 = 60$ (N) $\quad F = \dots ?$

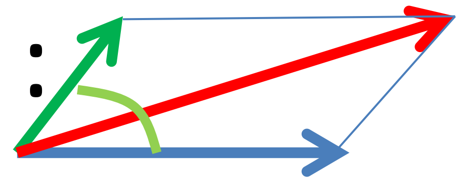
$$F^2 = \vec{F}^2 = (\vec{F_1} + \vec{F_2})^2$$

$$= \vec{F_1}^2 + 2\,\vec{F_1} \cdot \vec{F_2} + \vec{F_2}^2$$

$$= F_1^2 + 2\,(F_1 \times F_2 \times \cos 60°) + F_2^2$$

$$= \dots$$

Autre méthode :



$F_1 = 100$ $\qquad F_2 = 60$ (N) $\qquad F = \dots ?$

$$F^2 = \vec{F}^2 = (\vec{F_1} + \vec{F_2})^2$$

$$= \vec{F_1}^2 + 2\,\vec{F_1} \cdot \vec{F_2} + \vec{F_2}^2$$

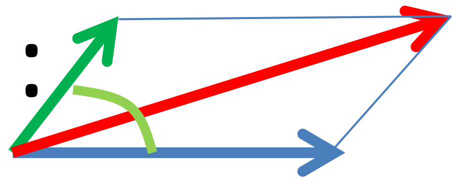
$$= F_1^2 + 2\,(F_1 \times F_2 \times \cos 60°) + F_2^2$$

$$= 100^2 + 2\,(100 \times 60 \times ½) + 60^2$$

$$= 19600$$

⇒ $F = \dots$

Autre méthode :



$F_1 = 100$ $F_2 = 60$ (N) $F = \dots ?$

$$F^2 = \vec{F}^2 = (\vec{F_1} + \vec{F_2})^2$$

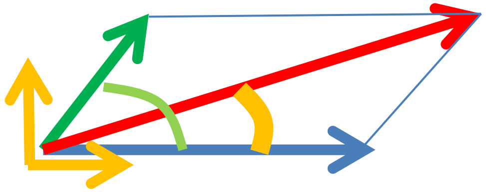
$$= \vec{F_1}^2 + 2\,\vec{F_1} \cdot \vec{F_2} + \vec{F_2}^2$$

$$= F_1^2 + 2\,(F_1 \times F_2 \times \cos 60°) + F_2^2$$

$$= 100^2 + 2\,(100 \times 60 \times ½) + 60^2$$

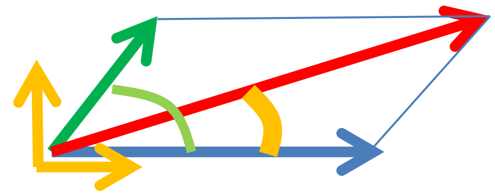
$$= 19600$$

$$\Rightarrow F = \sqrt{19600} = 140 \text{ Newton}$$



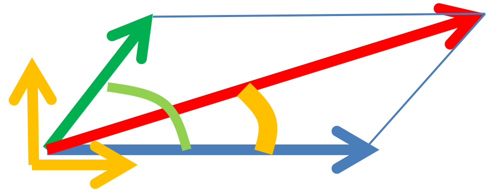
$F_1 = 100$ $F_2 = 60$ $F = 140$ (N)

$\vec{F} \cdot \vec{F_1} = (\dots \quad) \cdot \vec{F_1}$



$F_1 = 100 \qquad F_2 = 60 \qquad F = 140$ (N)

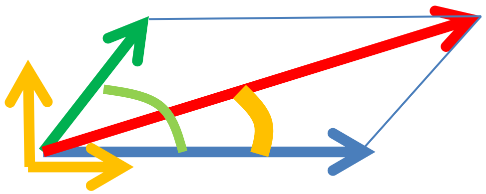
$\vec{F} \cdot \vec{F_1} = (\vec{F_1} + \vec{F_2}) \cdot \vec{F_1} = (\ldots \quad) + (\ldots \quad)$



$F_1 = 100$ $F_2 = 60$ $F = 140$ (N)

$$\vec{F} \cdot \vec{F_1} = (\vec{F_1} + \vec{F_2}) \cdot \vec{F_1} = (\vec{F_1}^{2}) + (\vec{F_2} \cdot \vec{F_1})$$

$$= (\ \dots \qquad\qquad) + (\ \dots \qquad\qquad)$$

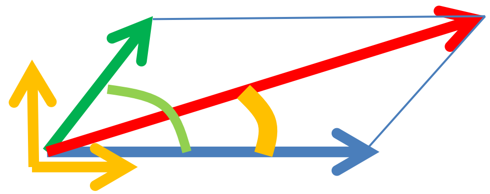


$F_1 = 100 \qquad F_2 = 60 \qquad F = 140$ (N)

$$\vec{F} \cdot \vec{F_1} = (\vec{F_1} + \vec{F_2}) \cdot \vec{F_1} = (\vec{F_1}^{\,2}) + (\vec{F_2} \cdot \vec{F_1})$$

$$= (F_1 \times F_1 \times \cos 0) + (F_2 \times F_1 \times \cos 60°)$$

$$= \ldots$$



$F_1 = 100 \qquad F_2 = 60 \qquad F = 140$ (N)

$$\vec{F} \cdot \overrightarrow{F_1} = (\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}) \cdot \overrightarrow{F_1} = (\overrightarrow{F_1}^2) + (\overrightarrow{F_2} \cdot \overrightarrow{F_1})$$

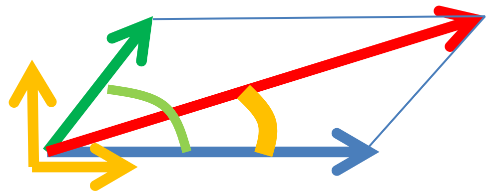
$$= (F_1 \times F_1 \times \cos 0) + (F_2 \times F_1 \times \cos 60°)$$

$$= (100 \times 100 \times 1) + (60 \times 100 \times ½)$$

$$= 13000$$

$$\vec{F} \cdot \overrightarrow{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$$

$\Rightarrow$ ... =



$F_1 = 100 \qquad F_2 = 60 \qquad F = 140 \text{ (N)}$

$$\vec{F} \,.\, \vec{F_1} = (\vec{F_1} + \vec{F_2}) \,.\, \vec{F_1} = (\vec{F_1}^{\,2}) + (\vec{F_2} \,.\, \vec{F_1})$$

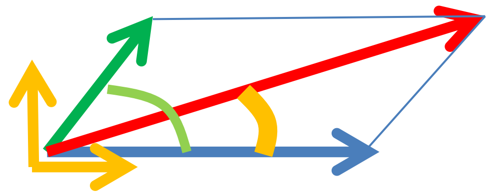
$$= (F_1 \times F_1 \times \cos 0) + (F_2 \times F_1 \times \cos 60°)$$

$$= (100 \times 100 \times 1) + (60 \times 100 \times ½)$$

$$= 13000$$

$$\vec{F} \,.\, \vec{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{F} \,.\, \vec{F_1}}{F \times F_1} = \frac{13000}{140 \times 100}$$



$F_1 = 100 \qquad F_2 = 60 \qquad F = 140$ (N)

$$\vec{F} \cdot \vec{F_1} = (\vec{F_1} + \vec{F_2}) \cdot \vec{F_1} = (\vec{F_1}^2) + (\vec{F_2} \cdot \vec{F_1})$$

$$= (F_1 \times F_1 \times \cos 0) + (F_2 \times F_1 \times \cos 60°)$$

$$= (100 \times 100 \times 1) + (60 \times 100 \times ½)$$

$$= 13000$$

$$\vec{F} \cdot \vec{F_1} = F \times F_1 \times \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{F} \cdot \vec{F_1}}{F \times F_1} = \frac{13000}{140 \times 100}$$

qui ne correspond pas à un angle remarquable

$\Rightarrow$ calculatrice β = Arc cos (13000 / (140×100)) ≈ **21,79°**