

Exercice 15 : Une usine dégage 8453 kg de fumée pendant l'année 2003. Chaque année les rejets diminuent de 1,3%.

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par

$$u_n = \text{masse de fumées rejetées l'année } n+2003$$

- 1°) Tracez la courbe de la suite (les 5 premiers points).
- 2°) Démontrez que (u_n) est une suite géométrique.
- 3°) Déterminez u_{60} et le terme général. Quelle est la masse de fumées rejetées en 2052 ?
- 4°) Utilisez le tableur de votre calculatrice pour en déduire la masse totale des rejets au bout de 40 années et déduisez-en la moyenne annuelle sur 40 ans et les rejets évités sur 40 ans. Quelle année les rejets sont les plus proches de cette moyenne ?

1°) Tracez la courbe de la suite

$$u_0 = 8453 \text{ kg de fumées}$$

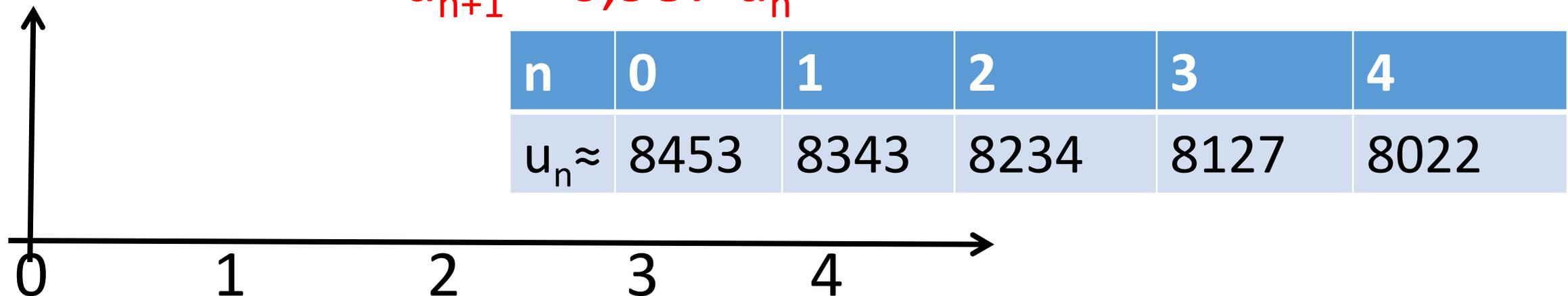
$$u_1 = u_0 - \text{diminution} = u_0 - 1,3\% u_0 \\ = (1 - 0,013) u_0 = 0,987 u_0 = 0,987(8453) \approx 8343,1$$

$$u_2 = 0,987 u_1 \approx 0,987(8343,1) \approx 8234,7$$

$$u_3 = 0,987 u_2 \approx 0,987(8234,7) \approx 8127,6$$

Même méthode pour les autres termes.

$$u_{n+1} = 0,987 u_n$$



1°) Tracez la courbe de la suite

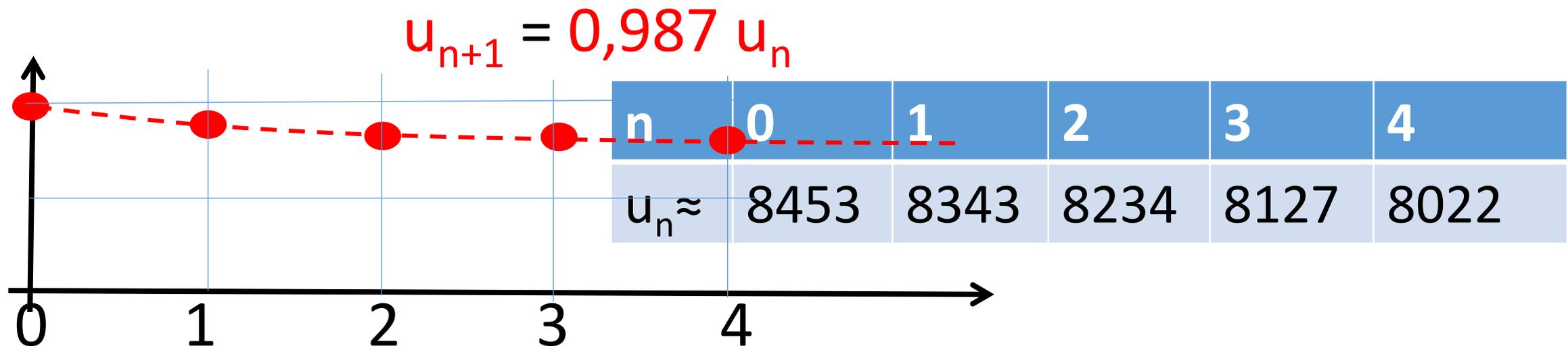
$$u_0 = 8453 \text{ kg de fumées}$$

$$u_1 = u_0 - \text{diminution} = u_0 - 1,3\% u_0 \\ = (1 - 0,013) u_0 = 0,987 u_0 = 0,987(8453) \approx 8343,1$$

$$u_2 = 0,987 u_1 \approx 0,987(8343,1) \approx 8234,7$$

$$u_3 = 0,987 u_2 \approx 0,987(8234,7) \approx 8127,6$$

Même méthode pour les autres termes.



2°) Démontrez que (u_n) est une suite géométrique.

... ?

2°) Démontrez que (u_n) est une suite géométrique.

$$u_{n+1} = 0,987 u_n$$

\Leftrightarrow $\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{\text{te}} = 0,987$ (C^{te} signifie « constante »)

\Leftrightarrow la suite est **géométrique** de raison **0,987**

3°) Déterminez u_{60} et le terme général.

2°) Démontrez que (u_n) est une suite géométrique.

$$u_{n+1} = 0,987 u_n$$

$$\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{\text{te}} = 0,987 \quad (\text{C}^{\text{te}} \text{ signifie « constante »})$$

\Leftrightarrow la suite est **géométrique** de raison **0,987**

3°) Déterminez u_{20} et l'expression de u_n .

$$\frac{u_{60}}{u_0} = q^{60-0} \Leftrightarrow u_{60} = u_0 q^{60} = 8453 (0,987^{60}) \approx 3855,14$$

3°) Déterminez u_{20} et le terme général.

$$\frac{u_{60}}{u_0} = q^{60-0} \iff u_{60} = u_0 q^{60} = 8453 (0,987^{60}) \approx 3855,14$$

Même méthode :

$$\frac{u_n}{u_0} = q^{n-0} \iff u_n = u_0 q^n = 8453 (0,987^n)$$

3°) Combien de rejets en 2052 ?

u_n = masse de fumée rejetée l'année $n+2003$

$$n + 2003 = 2052 \iff n = 49$$

$$u_n = u_0 q^n = 8453 (0,987^n)$$

donc

$$u_{49} = u_0 q^{49} = 8453 (0,987^{49}) \approx 4451,96 \text{ kg}$$

4°) Utilisez le tableur de votre calculatrice pour en déduire la masse totale des rejets au bout de 40 années et déduisez-en la moyenne sur 40 ans. Quelle année les rejets sont égaux à la moyenne ?

u_n est fonction de n

n va constituer une **Liste 1** de la calculatrice

u_n va constituer une **Liste 2** de la calculatrice

que l'on va remplir avec la relation $u_n = f(n)$

On va **cumuler** les u_n dans une **Liste 3**

pour obtenir la **somme des u_n**

Etape 1 :

Tous les n de 0 à 39 :

on tape dans le Menu RUN

Seq (X , X , 0 , 39 , 1) stocké dans List 1

Seq et List se trouvent dans OPTN LIST

''stocké dans'' est la flèche du clavier

la virgule se trouve au clavier

Etape 1 :

Tous les **n** de 0 à 39 :

on tape dans le Menu RUN

Seq (X , X , 0 , 39 , 1) stocké dans List 1

Seq et List se trouvent dans OPTN LIST

''stocké dans'' est la flèche du clavier

la virgule se trouve au clavier

On peut vérifier dans Menu STAT

que tous les rangs **n** de 0 à 40 sont bien en Liste 1

n
0
1
...
38
39

Etape 2 :

Tous les termes u_n de u_0 à u_{39} :

on tape dans le Menu RUN

$1000 \times (1,03^{\text{List 1}})$ stocké dans List 2

Etape 2 :

Tous les termes u_n de u_0 à u_{39} :

on tape dans le Menu RUN

$8453 \times (0,987^{\wedge} \text{List 1})$ stocké dans List 2

On peut vérifier dans Menu STAT

que tous les termes u_n sont bien en Liste 2

n	$u_n \approx$
0	8453
1	8343,1
...	
38	5141,1
39	5074,3

Etape 3 :

Toutes les sommes de u_0 à u_n
pour n de 0 à 39 :

on tape dans le Menu RUN

Cuml List 2 stocké dans List 3

Cuml se trouve dans OPTN LIST

Etape 3 :

Toutes les sommes de u_0 à u_n
pour n de 0 à 39 :

on tape dans le Menu RUN

Cuml List 2 stocké dans List 3

Cuml se trouve dans OPTN LIST

On peut vérifier dans Menu STAT

que toutes les sommes $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ sont bien en Liste 3

n	$u_n \approx$	$S_n \approx$
0	8453	8453
1	8343,1	16796,1
...		...
38	5141,1	259896,7
39	5074,3	264971,0

Réponses :

Rejets en 40 années :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{39} \\ \approx 264971 \text{ kg}$$

n	$u_n \approx$	$S_n \approx$
0	8453	8453
1	8343,1	16796,1
...		...
38	5141,1	259896,7
39	5074,3	264971,0

Réponses :

Rejets en 40 années :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{39} \\ \approx 264971 \text{ kg}$$

Moyenne annuelle sur 40 ans :

$$M \approx S/40 \approx 264971/40 \approx 6624,2 \text{ kg/an}$$

n	$u_n \approx$	$S_n \approx$
0	8453	8453
1	8343,1	16796
...		...
38	5141,1	259896
39	5074,3	264971

Rejets en 40 années :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{39} \\ \approx 264971 \text{ kg}$$

Moyenne annuelle sur 40 ans :

$$M \approx S/40 \approx 264971/40 \approx 6624,2 \text{ kg/an}$$

Année où Rejets $\approx 6624,2$ kg :

$$u_n = u_0 q^n = 8453 (0,987^n) \approx 6624,2$$

Impossible de résoudre par l'algèbre avant la T^{ale}.

n	$u_n \approx$	$S_n \approx$
0	8453	8453
1	8343,1	16796
...		...
38	5141,1	259896
39	5074,3	264971

Rejets en 40 années :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{39} \\ \approx 264971 \text{ kg}$$

Moyenne annuelle sur 40 ans :

$$M \approx S/40 \approx 264971/40 \approx 6624,2 \text{ kg/an}$$

Année où Rejets $\approx 6624,2$ kg :

$$u_n = u_0 q^n = 8453 (0,987^n) \approx 6624,2$$

Impossible de résoudre par l'algèbre avant la T^{ale}.

Calculatrice : On trouve $u_{18} \approx 6679$ (écart 55)

$$u_{19} \approx 6592 \text{ (écart 32)}$$

n	$u_n \approx$	$S_n \approx$
0	8453	8453
1	8343,1	16796
...		...
38	5141,1	259896
39	5074,3	264971

Rejets en 40 années :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{39} \\ \approx 264971 \text{ kg}$$

Moyenne annuelle sur 40 ans :

$$M \approx S/40 \approx 264971/40 \approx 6624,2 \text{ kg/an}$$

Année où Rejets $\approx 6624,2$ kg :

$$u_n = u_0 q^n = 8453 (0,987^n) \approx 6624,2$$

Impossible de résoudre par l'algèbre avant la T^{ale}.

Calculatrice : On trouve $u_{18} \approx 6679$ (écart 55)

$u_{19} \approx 6592$ (écart 32) Réponse : en 19+2003 = 2022

n	$u_n \approx$	$S_n \approx$
0	8453	8453
1	8343,1	16796
...		...
38	5141,1	259896
39	5074,3	264971