Exercice 16 :

1°) $P(x) = 28{,}8 - 1{,}8\,(15x - 1)^2$

Déterminez la forme développée, les racines, et la forme factorisée.

2°) Soit la fonction f définie sur $[-1 ; 1]$

par $f(x) = 27x\,(x + 1) - 135x^3 - 7$

Déterminez les sens de variation, les extremums, et les signes de f.

Exercice 16 :

1°) **$P(x) = 28{,}8 - 1{,}8\,(\,15x - 1\,)^2$**

$= 28{,}8 - 1{,}8\,(\,225x^2 - 30x + 1\,)$

avec $(\,a - b\,)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$= 28{,}8 - (\,405x^2 - 54x + 1{,}8\,)$

$= 28{,}8 - 405x^2 + 54x - 1{,}8$

$= -\,405x^2 + 54x + 27$

forme développée

Exercice 16 :

1°) $P(x) = 28{,}8 - 1{,}8\,(\,15x - 1\,)^2$

$= -\,405x^2 + 54x + 27$

Racines : solutions de $P(x) = 0$

$\Leftrightarrow \quad -\,405x^2 + 54x + 27 = 0$

impossible !

$\Leftrightarrow \quad 28{,}8 - 1{,}8\,(\,15x - 1\,)^2 = 0$

possible !

1°) $P(x) = 28{,}8 - 1{,}8\,(15x - 1)^2$

Racines : solutions de $P(x) = 0$

$\Leftrightarrow\ 28{,}8 - 1{,}8\,(15x - 1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow\ -1{,}8\,(15x - 1)^2 = -28{,}8$

$$\Leftrightarrow\ (15x - 1)^2 = \frac{-28{,}8}{-1{,}8} = 16$$

$\Leftrightarrow\ 15x - 1 = \sqrt{16}$ ou $15x - 1 = -\sqrt{16}$

$\Leftrightarrow\ 15x = 4 + 1 = 5$ ou $15x = -4 + 1 = -3$

1°) **$P(x) = 28,8 – 1,8 (15x – 1)^2$**

Racines : solutions de $P(x) = 0$

$\Leftrightarrow$ **$28,8 – 1,8 (15x – 1)^2$** $= 0$

$\Leftrightarrow - 1,8 (15x – 1)^2 = - 28,8$

$\Leftrightarrow (15x – 1)^2 = - 28,8/(- 1,8) = 16$

$\Leftrightarrow 15x – 1 = \sqrt{16}$ ou $15x – 1 = -\sqrt{16}$

$\Leftrightarrow 15x = 4 + 1 = 5$ ou $15x = - 4 + 1 = -3$

$\Leftrightarrow x = 5/15 =$ **$1/3$** ou $x = -3/15 =$ **$- 0,2$**

1°) $P(x) = 28{,}8 - 1{,}8\,(15x - 1)^2$

$= -405x^2 + 54x + 27$

Forme factorisée :

Racines : $1/3$ et $-0{,}2$

$P(x) = -405\,(x - 1/3)\,(x + 0{,}2)$

Exercice 16 :

2°) Soit la fonction f définie sur **[- 1 ; 1]**

par $f(x) =$ $\mathbf{27x (x + 1) – 135x^3 – 7}$

Déterminez les sens de variation, les extremums, et les signes de f.

Tableau de variation obtenu par …

Exercice 16 :

2°) Soit la fonction f définie sur **[- 1 ; 1]**

par $f(x) = \mathbf{27x (x + 1) - 135x^3 - 7}$

Déterminez les sens de variation, les extremums, et les signes de f.

Tableau de variation obtenu par le théorème de la monotonie

f '(x) = … ?

Exercice 16 :

2°) Soit la fonction f définie sur **[- 1 ; 1]**

par $f(x) = \mathbf{27x\,(\,x + 1\,) - 135x^3 - 7}$

Etape 1 : dérivée

$f(x) = 27x^2 + 27x - 135x^3 - 7$

$f\,'(x) = 27\,(x^2)' + (27x - 7)' - 135\,(x^3)'$

$= 27\,(2x) + 27 - 135\,(3x^2)$

$= -\,405x^2 + 54x - 27$

Etape 2 : signes de la dérivée

Etape 1 : dérivée

$$f(x) = 27x^2 + 27x - 135x^3 - 7$$

$$f'(x) = 27\,(x^2)' + (27x - 7)' - 135\,(x^3)'$$

$$= 27\,(2x) + 27 - 135\,(3x^2)$$

$$= -\,405x^2 + 54x - 27$$

Etape 2 : signes de la dérivée

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\,405x^2 + 54x - 27 = 0$$

impossible

Etape 1 : dérivée

$$f'(x) = 27\,(x^2)' + (27x - 7)' - 135\,(x^3)'$$

$$= 27\,(2x) + 27 - 135\,(3x^2)$$

$$= -\,405x^2 + 54x - 27$$

Etape 2 : signes de la dérivée

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\,405x^2 + 54x - 27 = 0$$

impossible

$$\Leftrightarrow -\,405\,(x - 1/3)\,(x + 0{,}2) = 0$$

d'après la question 1°

Etape 1 : dérivée

$f'(x) = -405x^2 + 54x - 27$

Etape 2 : signes de la dérivée

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -405x^2 + 54x - 27 = 0$

impossible

$\Leftrightarrow -405\,(x - 1/3)\,(x + 0,2) = 0$

d'après la question 1°

$\Leftrightarrow x - 1/3 = 0$ ou $x + 0,2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1/3$ ou $x = -0,2$

Etape 1 : dérivée

$f'(x) = -405x^2 + 54x - 27$

Etape 2 : signes de la dérivée

$f'(x) < 0$ et $f'(x) > 0$

obtenus par …

Etape 1 : dérivée

$f'(x) = -405x^2 + 54x - 27$

Etape 2 : signes de la dérivée

$f'(x) < 0$ et $f'(x) > 0$

obtenus par un tableau de signes

x	- 1	-0,2	1/3	1
- 405				
x – 1/3				
x + 0,2				
f '(x)				

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (-24x + 12)'$

$= (3x^2) + 3 (2x) + (-24)$

$= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2) (x + 4)$

x	- 5	-4	2	3
3				
x + 4				
x – 2				
f '(x)				

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (-24x + 12)'$

$= (3x^2) + 3 (2x) + (-24)$

$= \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x - 2) (x + 4)$

x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4							
x – 2							
f '(x)							

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [\,-5\,;\,3\,]$$

$$2°)\ f'(x) = (\,x^3\,)' + 3\,(\,x^2\,)' + (\,-24x + 12\,)'$$

$$= (\,3x^2\,) + 3\,(\,2x\,) + (\,-24\,)$$

$$= \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(\,x - 2\,)\,(\,x + 4\,)$$

x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4		-	0	+		+	
x – 2							
f '(x)							

$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

2°) $f'(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (- 24x + 12)'$

$= (3x^2) + 3 (2x) + (- 24)$

$= \mathbf{3x^2 + 6x – 24} = 3(x – 2) (x + 4)$

x	- 5		-4		2		3
3		+		+		+	
x + 4		-	0	+		+	
x – 2		-		-	0	+	
f '(x)							

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

2°) $f'(x) = (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)'$

$$= (3x^2) + 3(2x) + (-24)$$

$$= \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x-2)(x+4)$$

x	**- 5**		**-4**		**2**		**3**
3		+		+		+	
x + 4		-	0	+		+	
x – 2		-		-	0	+	
f '(x)		+	0	-	0	+	

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

2°) $f'(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (-24x + 12)'$

$= (3x^2) + 3 (2x) + (-24)$

$= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2) (x + 4)$

x	- 5		-4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	
f (x)							

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$2°)\ f'(x) = (x^3)' + 3 (x^2)' + (-24x + 12)'$$

$$= (3x^2) + 3 (2x) + (-24)$$

$$= \mathbf{3x^2 + 6x - 24} = 3(x - 2) (x + 4)$$

x	- 5		-4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	
f (x)		↗		↘		↗	

par le théorème de la monotonie

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [\,-5\,;\,3\,]$$

2°) Variations de f :

x	- 5		- 4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	
f (x)		↗		↘		↗	

Les extremums vont être déterminés avec …

$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

2°) Variations de f :

x	- 5		- 4		2		3
f ‘(x)		+	0	-	0	+	
f (x)	?		?		?		?

Les extremums vont être déterminés avec les monotonies et les extremums locaux f(- 5) ; f(- 4) ; f(2) et f(3).

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [\,-5\,;\,3\,]$$

$$f(-5) = (-5)^3 + 3(-5)^2 - 24(-5) + 12$$

$$= -125 + 75 + 120 + 12 = 207 - 125 = 82$$

x	- 5		- 4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	82	↗		↘		↗	

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

$f(-5) = (-5)^3 + 3(-5)^2 - 24(-5) + 12$

$= -125 + 75 + 120 + 12 = 207 - 125 = 82$

Même méthode pour les autres images.

x	- 5		- 4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	82	↗	92	↘	-16	↗	-6

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

$f(-5) = (-5)^3 + 3(-5)^2 - 24(-5) + 12$

$= -125 + 75 + 120 + 12 = 207 - 125 = 82$

Même méthode pour les autres images.

x	- 5		- 4		2		3
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	82	↗	92	↘	-16	↗	-6

92 > - 6 donc Maximum 92 atteint en - 4

- 16 < 82 donc Minimum -16 atteint en 2

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5 ; 3]$

x	- 5		- 4		a		2		3
f ‘(x)		+	0		-		0	+	
f(x)	82	↗ +	92	+	↘	-	-16	- ↗	-6

On en déduit grâce aux différentes monotonies :

Sur $[-5 ; -4 [$ $f(x) > 0$

Sur $[-4 ; -2]$ il existe un unique antécédent a tel que $f(a) = 0$

Sur $[-4 ; a [$ $f(x) > 0$ Sur $] a ; 2]$ $f(x) < 0$

Sur $[2 ; 3]$ $f(x) < 0$

Recherche de a :

$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$ sur [- 5 ; 3]

x	- 5		- 4		a		2		3
f ‘(x)		+	0		-		0	+	
f(x)	82	↗ +	92	+ ↘		↘ -	-16	- ↗	-6

On en déduit grâce aux différentes monotonies :

Sur [- 5 ; - 4 [f(x) > 0

Sur [- 4 ; - 2] il existe un unique antécédent a tel que f(a) = 0

Sur [- 4 ; a [f(x) > 0 Sur] a ; 2] f(x) < 0

Sur [2 ; 3] f(x) < 0

Impossible de résoudre f(a) = 0

Recherche à la calculatrice : f (0,5436371354) ≈ 0

donc a ≈ 0,5436 et on ne pourra connaître sa valeur exacte.

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12$ sur $[-5\,;\,3]$

x	- 5		- 4		a		2		3
f '(x)		+	0		-		0	+	
f(x)	82	↗ +	92	↘ +		↘ -	-16	↗ -	-6

Impossible de résoudre $f(a) = 0$

Recherche à la calculatrice : $f\,(0{,}5436371354) \approx 0$

donc $a \approx 0{,}5436$ et on ne pourra connaître sa valeur exacte.

On en déduit :

x	- 5		≈ 0,54		3
f (x)		+	0	-	

$f(x) = x^3 + 3x^2 – 24x + 12$ sur $[- 5 ; 3]$

3°) Vérification à la calculatrice graphique :

$a \approx 0,5436$