

Exercice 16 :

1°) $P(x) = 28,8 - 1,8 (15x - 1)^2$

Déterminez la forme développée, les racines, et la forme factorisée.

2°) Soit la fonction f définie sur $[-1; 1]$

par $f(x) = 27x (x + 1) - 135x^3 - 7$

Déterminez les sens de variation, les extremums, et les signes de f .

Exercice 16 :

$$1^\circ) P(x) = 28,8 - 1,8 (15x - 1)^2$$

$$= 28,8 - 1,8 (225x^2 - 30x + 1)$$

$$\text{avec } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$= 28,8 - (405x^2 - 54x + 1,8)$$

$$= 28,8 - 405x^2 + 54x - 1,8$$

$$= - 405x^2 + 54x + 27$$

forme développée

Exercice 16 :

$$\begin{aligned} 1^\circ) P(x) &= 28,8 - 1,8 (15x - 1)^2 \\ &= - 405x^2 + 54x + 27 \end{aligned}$$

Racines : solutions de $P(x) = 0$

$$\Leftrightarrow - 405x^2 + 54x + 27 = 0$$

impossible !

$$\Leftrightarrow 28,8 - 1,8 (15x - 1)^2 = 0$$

possible !

$$1^\circ) P(x) = 28,8 - 1,8 (15x - 1)^2$$

Racines : solutions de $P(x) = 0$

$$\Leftrightarrow 28,8 - 1,8 (15x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow - 1,8 (15x - 1)^2 = - 28,8$$
$$- 28,8$$

$$\Leftrightarrow (15x - 1)^2 = \frac{\quad}{- 1,8} = 16$$

$$\Leftrightarrow 15x - 1 = \sqrt{16} \text{ ou } 15x - 1 = -\sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow 15x = 4 + 1 = 5 \text{ ou } 15x = - 4 + 1 = -3$$

$$1^\circ) P(x) = 28,8 - 1,8 (15x - 1)^2$$

Racines : solutions de $P(x) = 0$

$$\Leftrightarrow 28,8 - 1,8 (15x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow - 1,8 (15x - 1)^2 = - 28,8$$

$$\Leftrightarrow (15x - 1)^2 = - 28,8 / (- 1,8) = 16$$

$$\Leftrightarrow 15x - 1 = \sqrt{16} \text{ ou } 15x - 1 = -\sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow 15x = 4 + 1 = 5 \text{ ou } 15x = - 4 + 1 = -3$$

$$\Leftrightarrow x = 5/15 = 1/3 \text{ ou } x = -3/15 = -0,2$$

$$\begin{aligned} 1^\circ) P(x) &= 28,8 - 1,8 (15x - 1)^2 \\ &= - 405x^2 + 54x + 27 \end{aligned}$$

Forme factorisée :

Racines : $1/3$ et $- 0,2$

$$P(x) = - 405 (x - 1/3) (x + 0,2)$$

Exercice 16 :

2°) Soit la fonction f définie sur $[-1; 1]$

par $f(x) = 27x(x + 1) - 135x^3 - 7$

Déterminez les sens de variation, les extremums, et les signes de f .

Tableau de variation obtenu par ...

Exercice 16 :

2°) Soit la fonction f définie sur $[-1; 1]$

par $f(x) = 27x(x + 1) - 135x^3 - 7$

Déterminez les sens de variation, les extremums, et les signes de f .

Tableau de variation obtenu par le
théorème de la monotonie

$$f'(x) = \dots ?$$

Exercice 16 :

2°) Soit la fonction f définie sur $[-1; 1]$

$$\text{par } f(x) = 27x(x + 1) - 135x^3 - 7$$

Etape 1 : dérivée

$$f(x) = 27x^2 + 27x - 135x^3 - 7$$

$$f'(x) = 27(x^2)' + (27x - 7)' - 135(x^3)'$$

$$= 27(2x) + 27 - 135(3x^2)$$

$$= -405x^2 + 54x - 27$$

Etape 2 : signes de la dérivée

Etape 1 : dérivée

$$f(x) = 27x^2 + 27x - 135x^3 - 7$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 27 (x^2)' + (27x - 7)' - 135 (x^3)' \\ &= 27 (2x) + 27 - 135 (3x^2) \\ &= -405x^2 + 54x - 27 \end{aligned}$$

Etape 2 : signes de la dérivée

$$f'(x) = 0 \iff -405x^2 + 54x - 27 = 0$$

impossible

Etape 1 : dérivée

$$\begin{aligned} f'(x) &= 27 (x^2)' + (27x - 7)' - 135 (x^3)' \\ &= 27 (2x) + 27 - 135 (3x^2) \\ &= -405x^2 + 54x - 27 \end{aligned}$$

Etape 2 : signes de la dérivée

$$f'(x) = 0 \iff -405x^2 + 54x - 27 = 0$$

impossible

$$\iff -405 (x - 1/3) (x + 0,2) = 0$$

d'après la question 1°

Etape 1 : dérivée

$$f'(x) = -405x^2 + 54x - 27$$

Etape 2 : signes de la dérivée

$$f'(x) = 0 \iff -405x^2 + 54x - 27 = 0$$

impossible

$$\iff -405 \left(x - \frac{1}{3} \right) (x + 0,2) = 0$$

d'après la question 1°

$$\iff x - \frac{1}{3} = 0 \quad \text{ou} \quad x + 0,2 = 0$$

$$\iff x = \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad x = -0,2$$

Etape 1 : dérivée

$$f'(x) = -405x^2 + 54x - 27$$

Etape 2 : signes de la dérivée

$$f'(x) < 0 \quad \text{et} \quad f'(x) > 0$$

obtenus par ...

Etape 1 : dérivée

$$f'(x) = -405x^2 + 54x - 27$$

Etape 2 : signes de la dérivée

$$f'(x) < 0 \quad \text{et} \quad f'(x) > 0$$

obtenus par un tableau de signes

x	-1	-0,2	1/3	1
-405				
$x - 1/3$				
$x + 0,2$				
$f'(x)$				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3
3				
x + 4				
x - 2				
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3
3	+		+	+
x + 4				
x - 2				
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3
3	+	0	+	+
x + 4	-	0	+	+
x - 2				
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3
3	+	0	+	+
x + 4	-	0	+	+
x - 2	-	0	0	+
f'(x)				

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3
3	+	0	+	+
x + 4	-	0	+	+
x - 2	-	0	0	+
f'(x)	+	0	-	+

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)					

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + (-24x + 12)' \\ &= (3x^2) + 3(2x) + (-24) \\ &= 3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

x	-5	-4	2	3	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)					

par le **théorème de la monotonie**

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

2°) Variations de f :

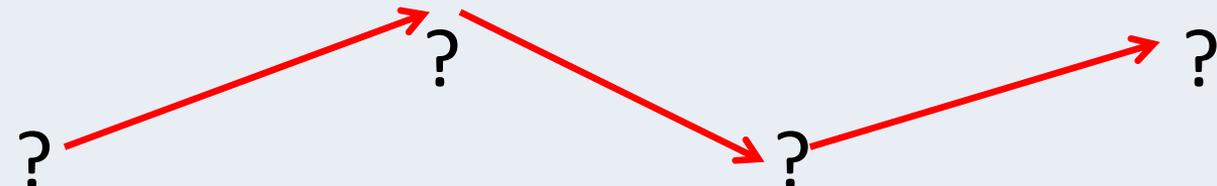
x	-5	-4	2	3	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Les **extremums** vont être déterminés
avec ...

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

2°) Variations de f :

x	-5	-4		2		3
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$?		?		?	?



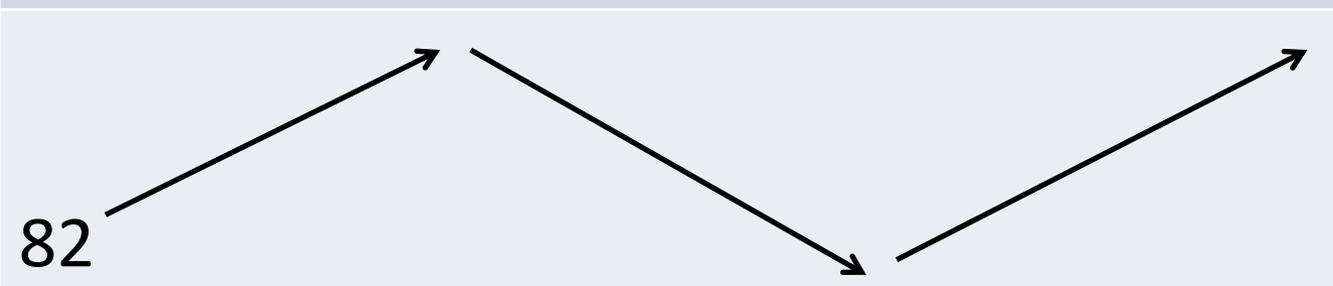
Les **extremums** vont être déterminés avec les **monotonies** et les **extremums locaux** $f(-5)$; $f(-4)$; $f(2)$ et $f(3)$.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$f(-5) = (-5)^3 + 3(-5)^2 - 24(-5) + 12$$

$$= -125 + 75 + 120 + 12 = 207 - 125 = 82$$

x	-5	-4	2	3	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	82				



$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$f(-5) = (-5)^3 + 3(-5)^2 - 24(-5) + 12$$

$$= -125 + 75 + 120 + 12 = 207 - 125 = 82$$

Même méthode pour les autres images.

x	-5	-4	2	3	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	82	92	-16	-6	

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

$$f(-5) = (-5)^3 + 3(-5)^2 - 24(-5) + 12$$

$$= -125 + 75 + 120 + 12 = 207 - 125 = 82$$

Même méthode pour les autres images.

x	-5	-4	2	3	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	82	92	-16	-6	

$92 > -6$ donc **Maximum 92** atteint en -4

$-16 < 82$ donc **Minimum -16** atteint en 2

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

x	-5	-4	a	2	3
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	82	92	0	-16	-6

Diagram illustrating the function values and signs of the derivative. Arrows indicate the direction of the function: increasing from 82 to 92 (marked with '+'), decreasing from 92 to -16 (marked with '-'), and increasing from -16 to -6 (marked with '+'). A red '0' is placed below the peak at x = -4.

On en déduit grâce aux différentes monotonies :

Sur $[-5 ; -4[$ $f(x) > 0$

Sur $[-4 ; -2]$ il existe un unique antécédent a

tel que $f(a) = 0$

Sur $[-4 ; a[$ $f(x) > 0$

Sur $]a ; 2]$ $f(x) < 0$

Sur $[2 ; 3]$ $f(x) < 0$

Recherche de a :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

x	-5	-4	a	2	3
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	82	92	0	-16	-6

Diagram illustrating the function values and signs: 82 $\xrightarrow{+}$ 92 $\xrightarrow{+}$ 0 $\xrightarrow{-}$ -16 $\xrightarrow{-}$ -6. The sign of f'(x) is indicated above the arrows: +, 0, -, 0, +.

On en déduit grâce aux différentes monotonies :

Sur $[-5 ; -4[$ $f(x) > 0$

Sur $[-4 ; -2]$ il existe un unique antécédent a tel que $f(a) = 0$

Sur $[-4 ; a[$ $f(x) > 0$ Sur $]a ; 2]$ $f(x) < 0$

Sur $[2 ; 3]$ $f(x) < 0$

Impossible de résoudre $f(a) = 0$

Recherche à la calculatrice : $f(0,5436371354) \approx 0$

donc $a \approx 0,5436$ et on ne pourra connaître sa valeur exacte.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

x	-5	-4	a	2	3
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	82	92	0	-16	-6

Diagram illustrating the function values and signs between key points: 82 (at x=-5) to 92 (at x=-4) with a '+' sign above the arrow; 92 to 0 (at x=a) with a '+' sign above the arrow; 0 to -16 (at x=2) with a '-' sign above the arrow; -16 to -6 (at x=3) with a '-' sign above the arrow.

Impossible de résoudre $f(a) = 0$

Recherche à la calculatrice : $f(0,5436371354) \approx 0$

donc $a \approx 0,5436$ et on ne pourra connaître sa valeur exacte.

On en déduit :

x	-5	$\approx 0,54$	3
f(x)	+	0	-

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 12 \text{ sur } [-5 ; 3]$$

3°) Vérification à la calculatrice graphique :

$$a \approx 0,5436$$

