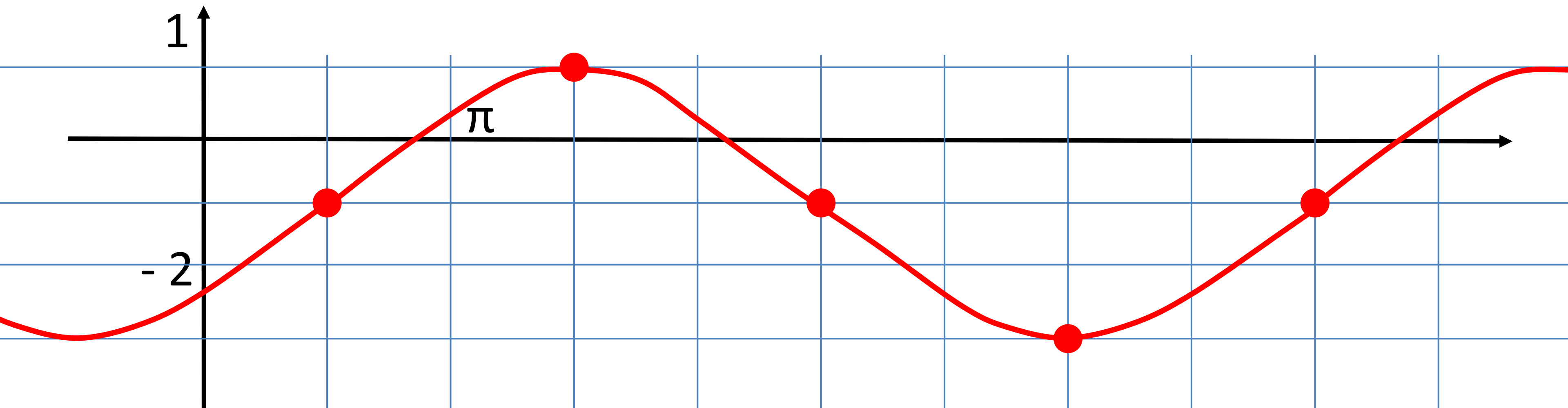
Exercice 8 :

Déterminez l'expression $f(x) = \dots$

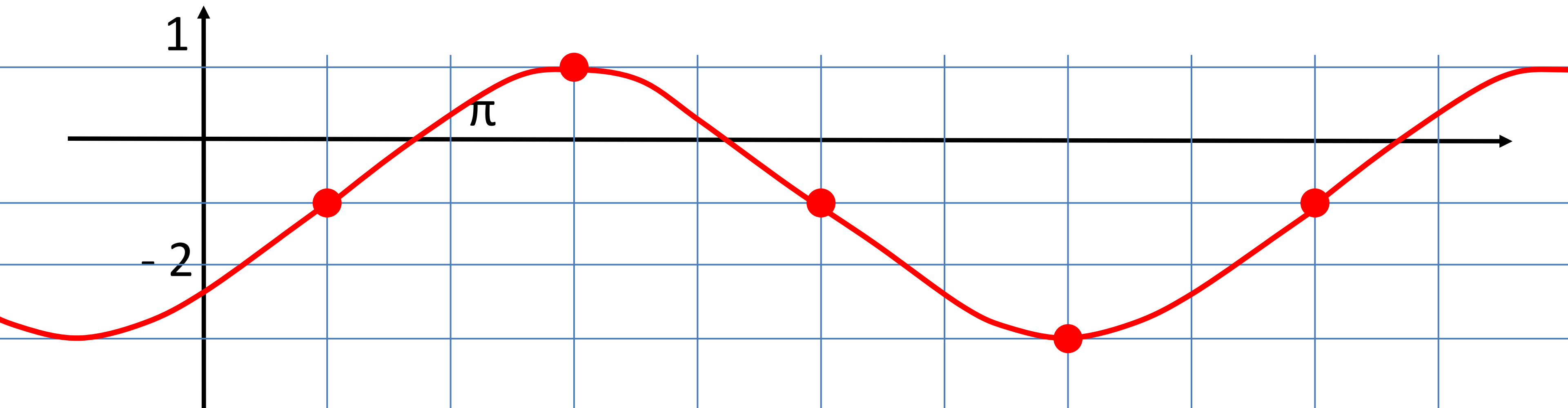
de la fonction dont on a la courbe représentative :



$f(x) = \ldots ?$

La courbe est …

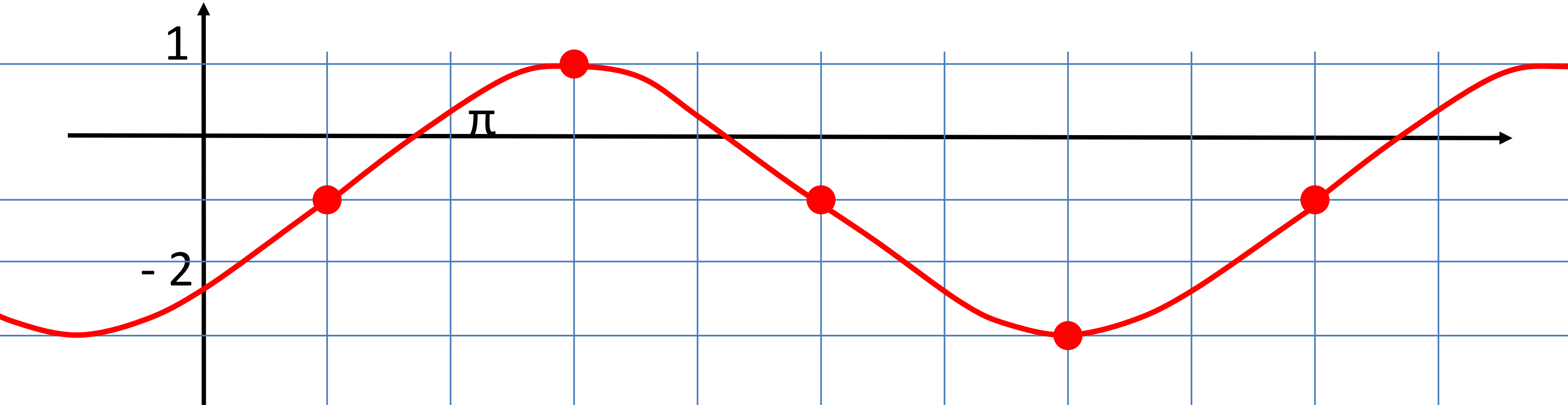
$\Rightarrow f(x) = \ldots ?$



f(x) = … ?

La courbe est une sinusoïde

⇨ f(x) = … ?

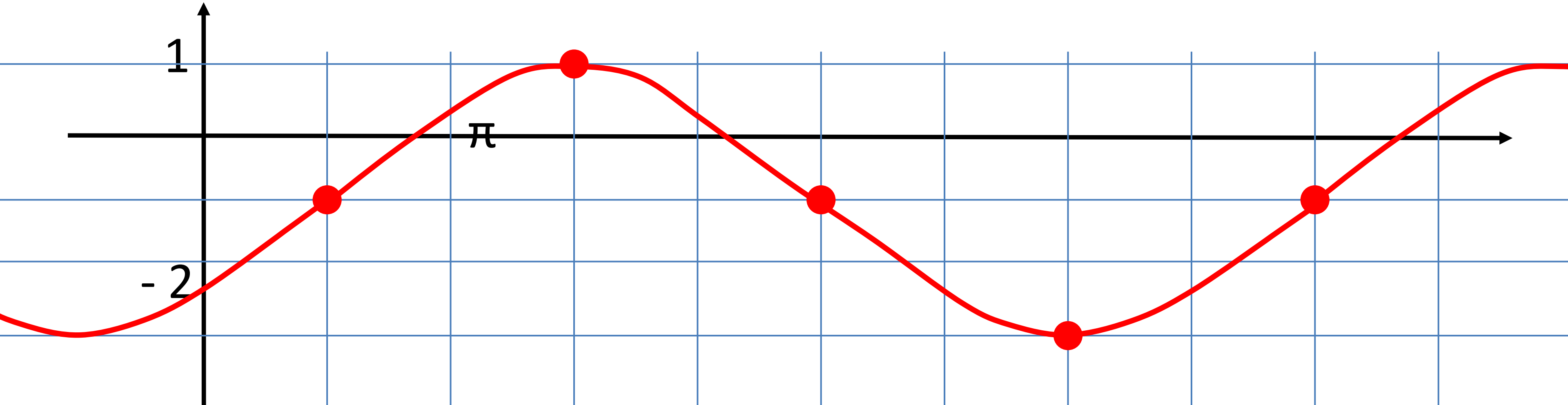


f(x) = … ?

La courbe est une sinusoïde

⇨ f(x) = cos x ?

sin x ?



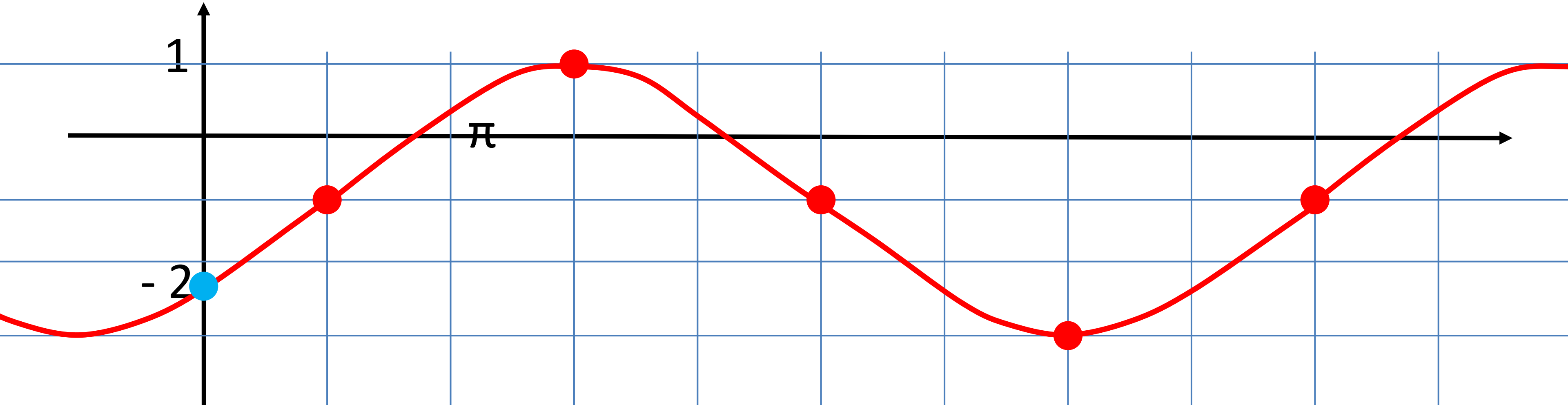
$f(x) = \dots ?$

La courbe est une sinusoïde

⇨ $f(x) =$ cos x ?   sin x ?

incompatibles avec le point ≈ (0 ; - 2,3)

⇨ $f(x) =$ ... ?



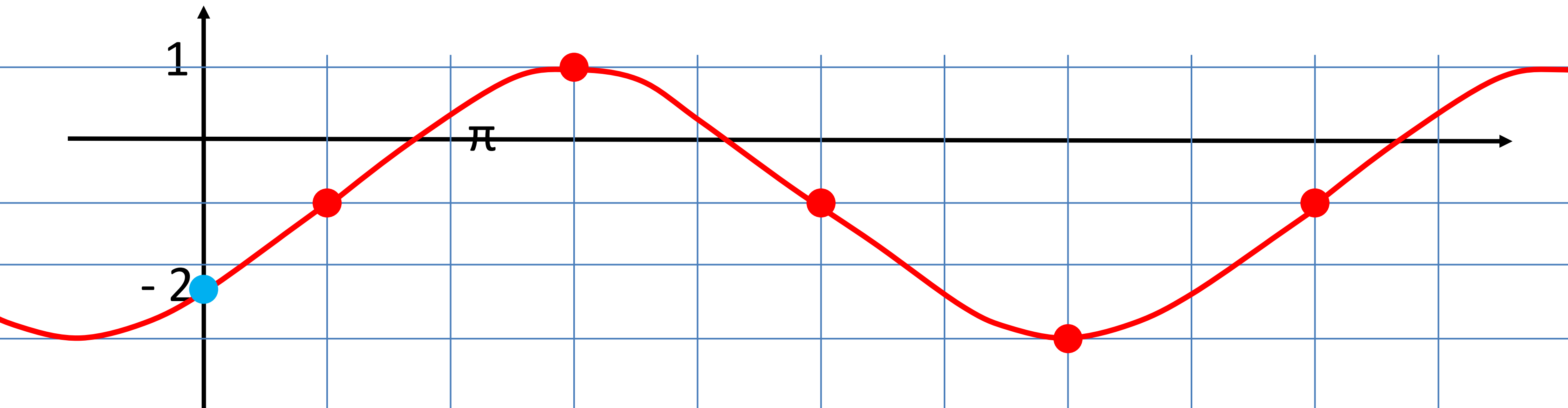
$f(x) = \ldots ?$

La courbe est une sinusoïde

⇨ $f(x) = \cos x$? $\sin x$?

incompatibles avec le point ≈ (0 ; - 2,3)

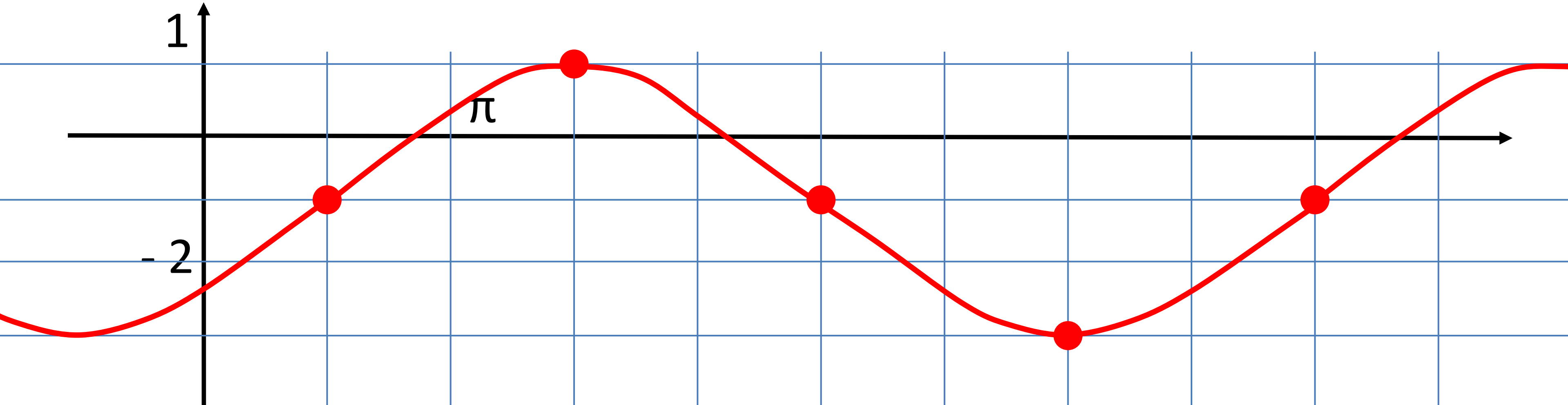
⇨ $f(x) = \ldots ?$



f(x) = ... ?

La courbe est une sinusoïde

$\Rightarrow$ $f(x) = A \sin(B(x + C)) + D$



$f(x) = \ldots\ ?$

La courbe est une sinusoïde

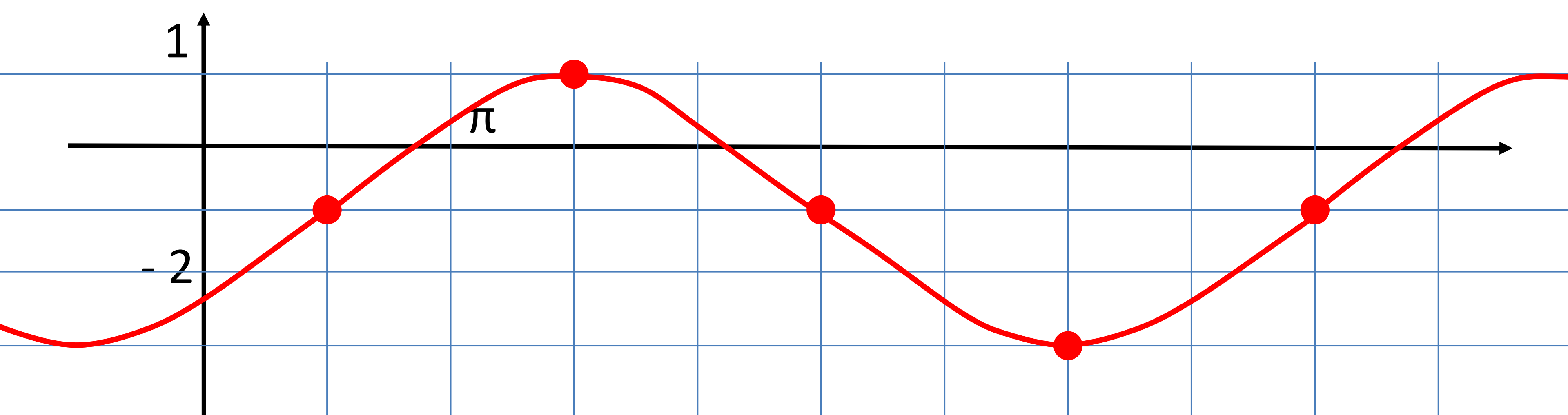
$\Rightarrow f(x) = A \sin\left(B(x + C) \right) + D$

… la courbe

…

…

…



$f(x) = \dots ?$

La courbe est une sinusoïde

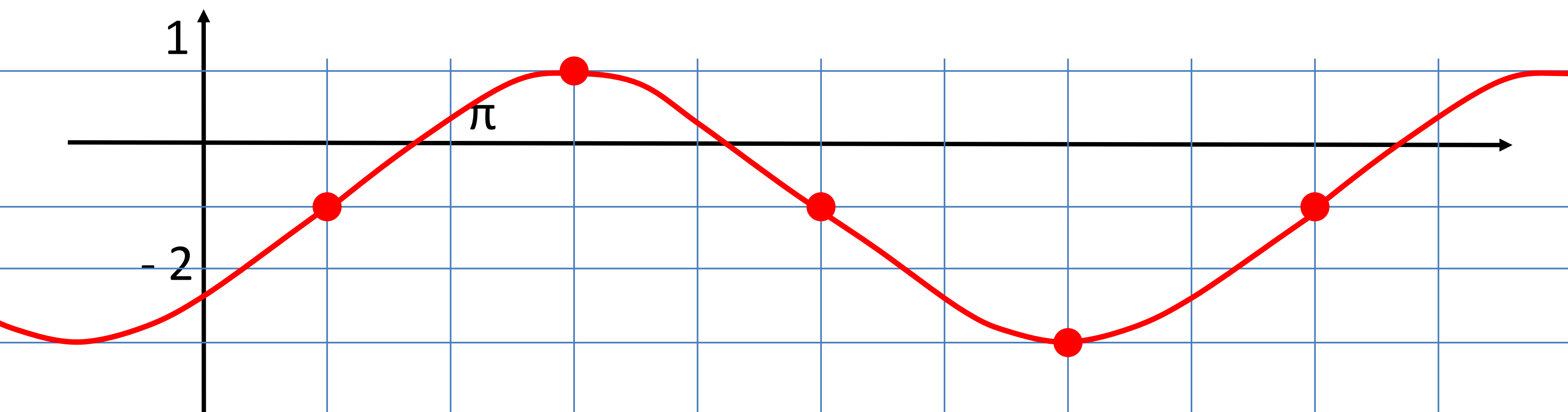
$\Rightarrow f(x) = A \sin\big(B(x + C)\big) + D$

s'applique à *sin (...)* donc à y

s'applique à x

s'applique à y

s'applique à x



$f(x) = \dots ?$

La courbe est une sinusoïde

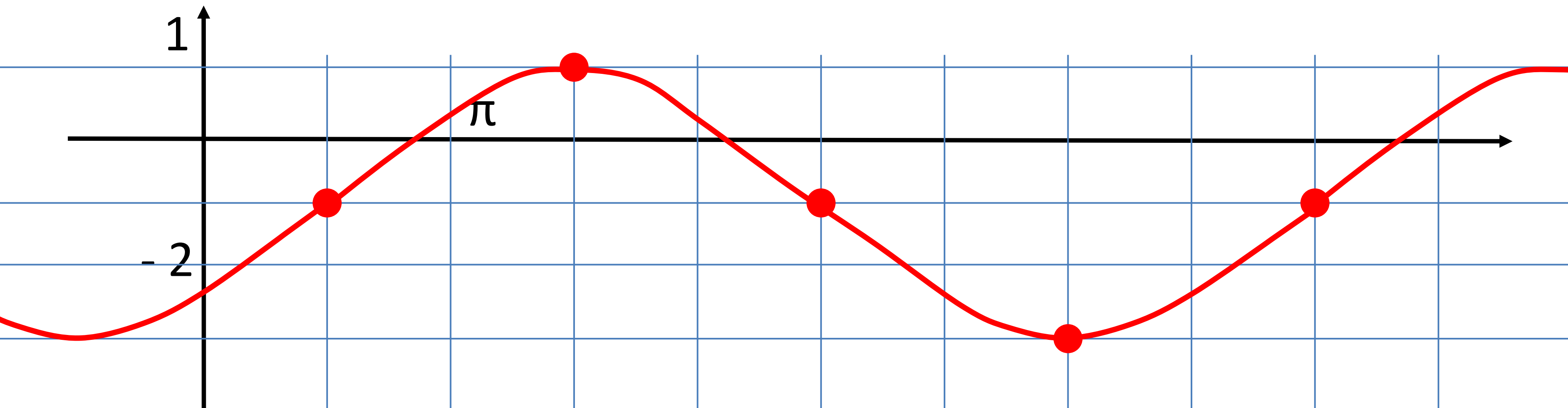
$$\Rightarrow \quad f(x) = A \sin\left(B(x + C) \right) + D$$

gonfle en y la courbe

divise en x la période

fait monter en y

fait reculer en x la courbe



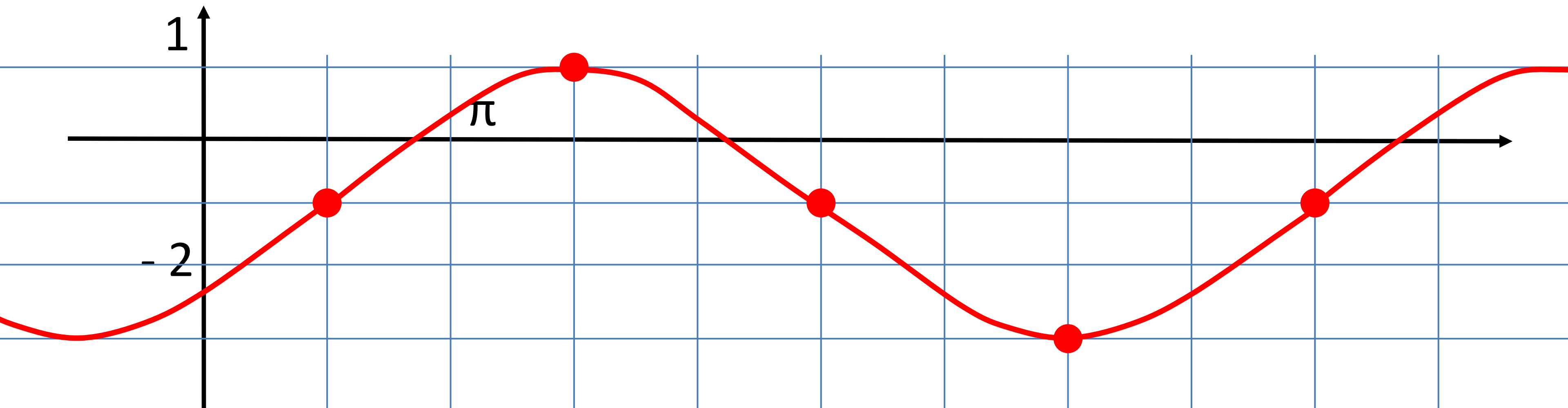
$f(x) = \dots ?$

La courbe est une sinusoïde

donc $f(x) = A \sin \left(B(x + C) \right) + D$

Autre possibilité : $f(x) = A \cos \left(B(x + C) \right) + D$

et on trouvera d'autres valeurs pour les réels A, B, C et D.



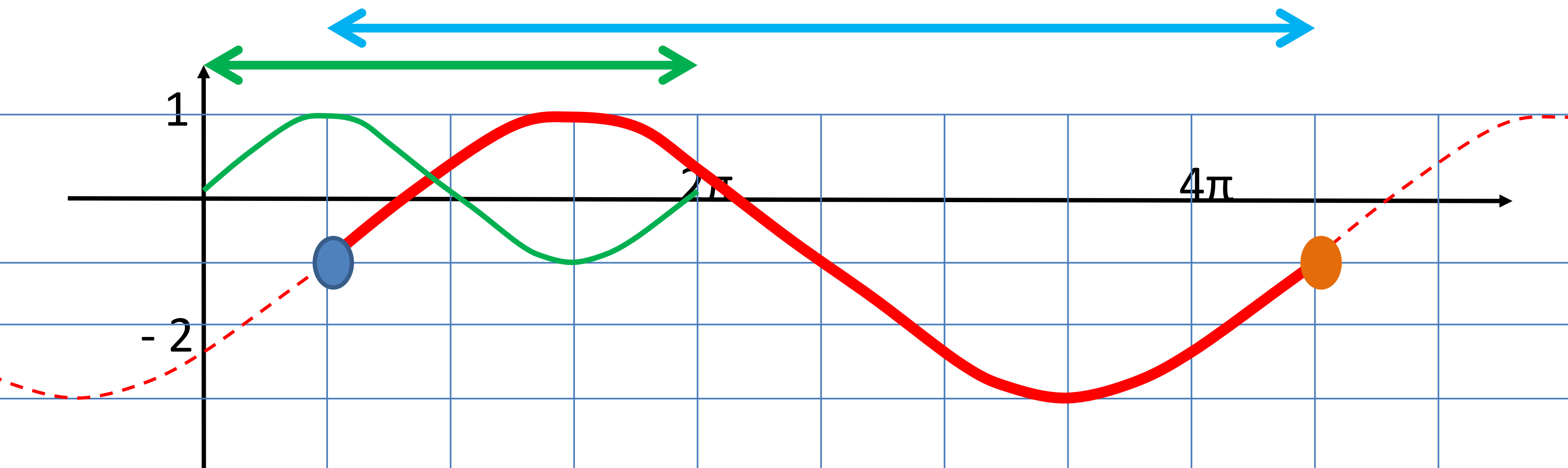
sinusoïde donc $f(x) = A \sin(B(x + C)) + D$

La courbe est périodique

de période $(4\pi + \pi/2) - \pi/2 = 4\pi$

La fonction sin est de période 2π

donc B = ...



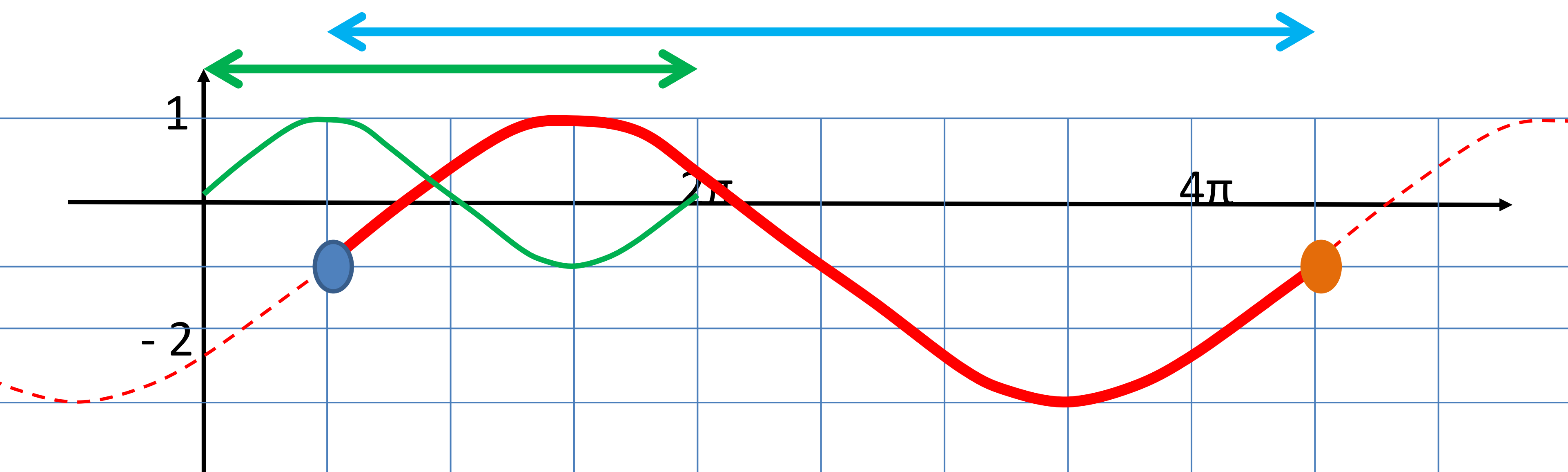
sinusoïde donc $f(x) = A \sin(B(x + C)) + D$

La courbe est périodique

de période $(4\pi + \pi/2) - \pi/2 = 4\pi$

La fonction sin est de période 2π

donc $B = 2\pi / (4\pi) = 0,5$



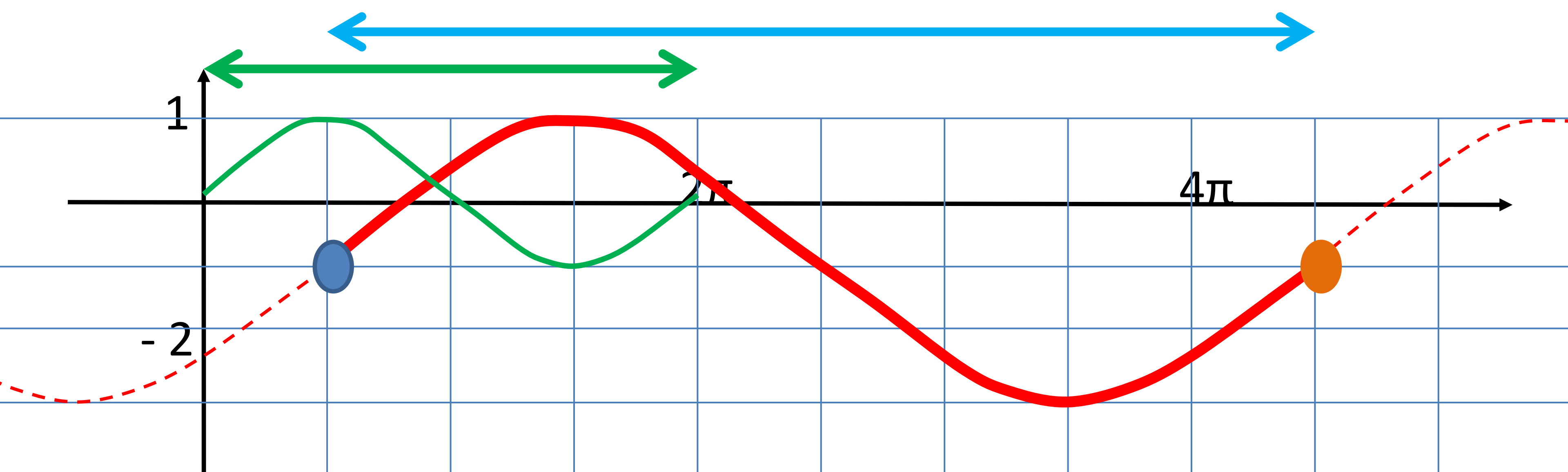
$f(x) = A \sin(0{,}5(x + C)) + D$

La courbe est périodique

de période $(4\pi + \pi/2) - \pi/2 = 4\pi$

La fonction sin est de période 2π

donc $B = 2\pi / (4\pi) = 0{,}5$



$f(x) = A \sin\left(0{,}5\left(x - \pi/2 \right) \right) + D$

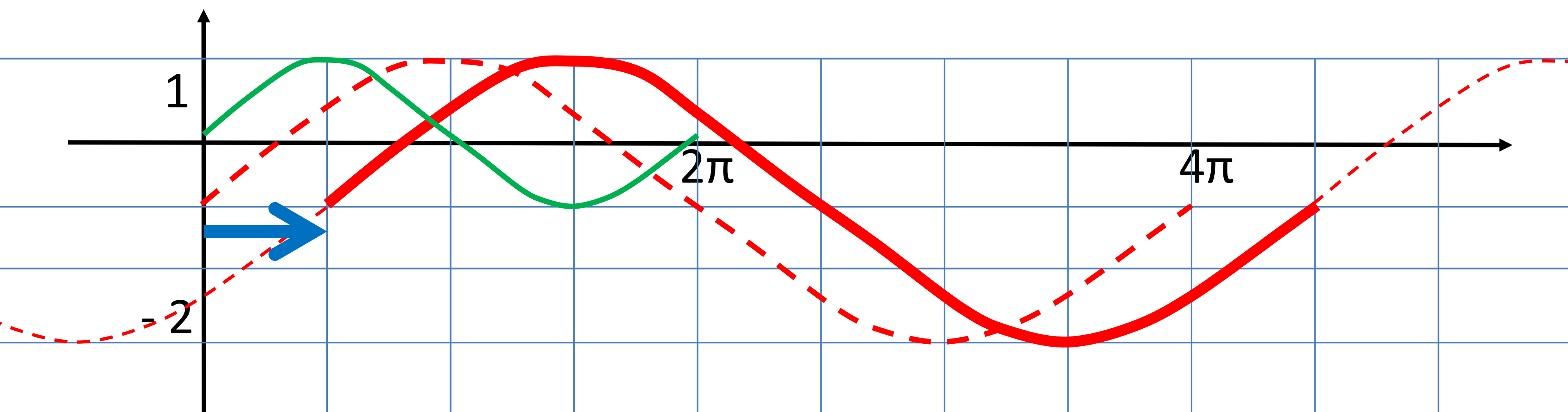
La courbe est périodique de période 4π

La fonction sin est de période 2π

donc $B = 2\pi / (4\pi) = 0{,}5$

La courbe est translatée

de vecteur $+\,\pi/2\ \vec{i}$ donc $C = -\,\pi/2$



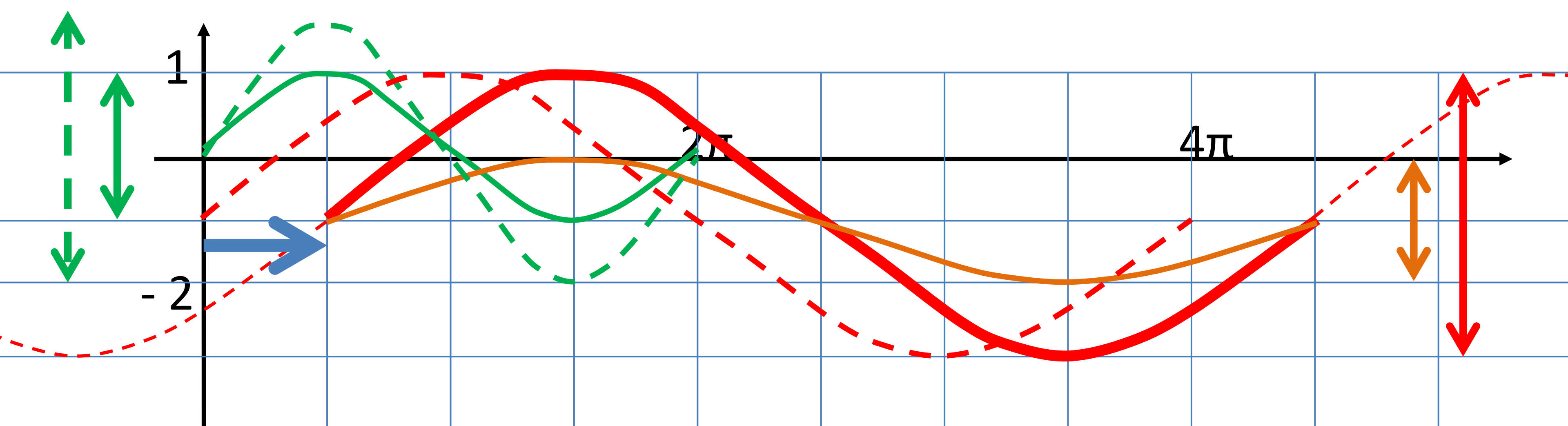
$f(x) = 2 \sin(0{,}5(x - \pi/2)) + D$

La courbe est translatée

de vecteur $+ \pi/2\ \vec{i}$ donc $C = - \pi/2$

L'amplitude en y de la courbe par rapport à celle de sin est multipliée par 2, donc A = 2

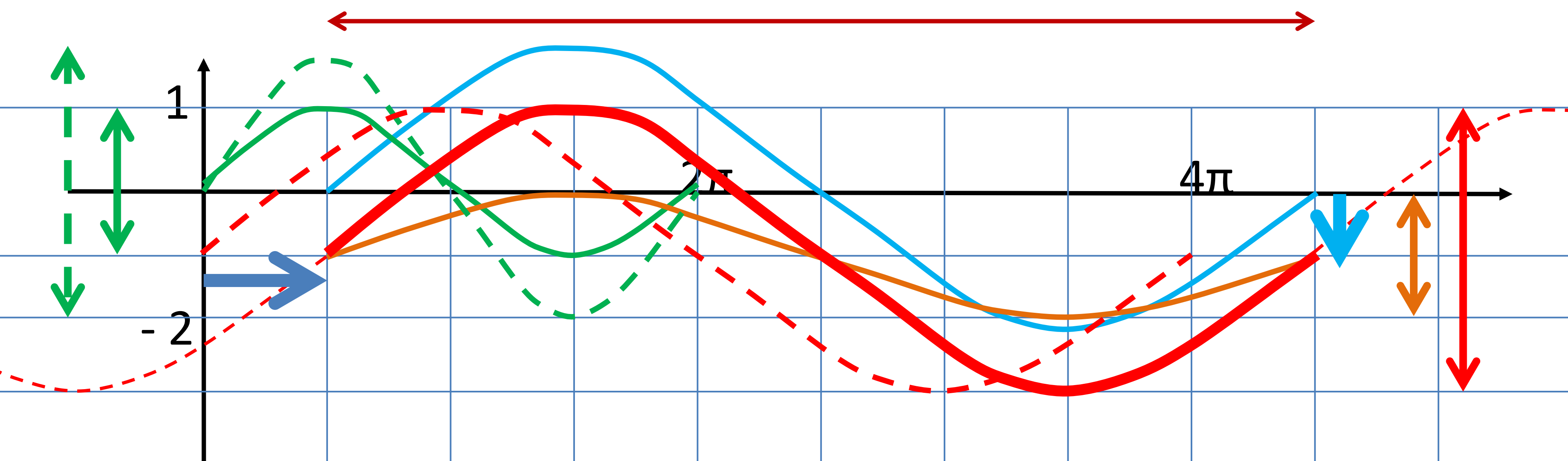
(la courbe est ''gonflée'' par un coeff. multiplicateur 2)



$f(x) = 2 \sin (0{,}5(x - \pi/2)) - 1$

La courbe a été translatée

de vecteur $-1\vec{j}$ donc $D = -1$

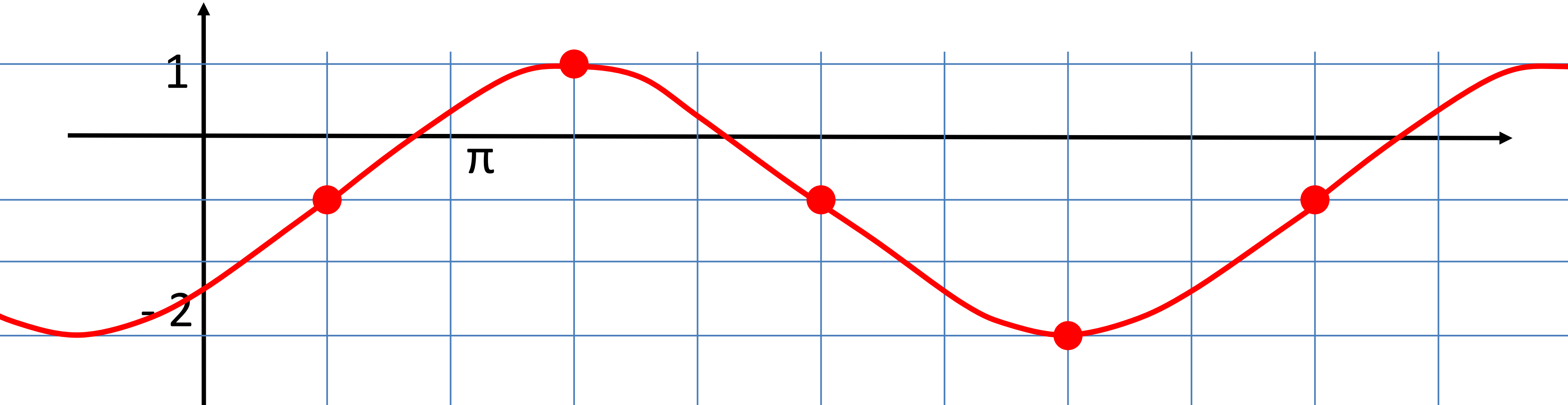


Autre méthode : $f(x) = A \sin (B (x + C)) + D$

et on sait que

$$\begin{cases} f(\pi/2) = -1 \\ f(3\pi/2) = 1 \\ f(5\pi/2) = -1 \\ f(7\pi/2) = -3 \end{cases}$$

Il suffit de résoudre *algébriquement* le système



Autre méthode : $f(x) = A \sin (B (x + C)) + D$

$$\begin{cases} f(\pi/2) = -1 \\ f(3\pi/2) = 1 \\ f(5\pi/2) = -1 \\ f(7\pi/2) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \sin (B(\pi/2 + C)) + D = -1 \\ A \sin (B(3\pi/2 + C)) + D = 1 \\ A \sin (B(5\pi/2 + C)) + D = -1 \\ A \sin (B(7\pi/2 + C)) + D = -3 \end{cases}$$

Mais …

Autre méthode : $f(x) = A \sin(B(x + C)) + D$

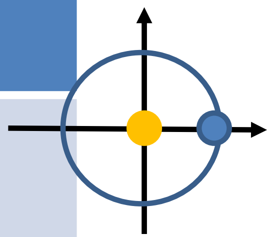
$$\begin{cases} f(\pi/2) = -1 \\ f(3\pi/2) = 1 \\ f(5\pi/2) = -1 \\ f(7\pi/2) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \sin(B(\pi/2 + C)) + D = -1 \\ A \sin(B(3\pi/2 + C)) + D = 1 \\ A \sin(B(5\pi/2 + C)) + D = -1 \\ A \sin(B(7\pi/2 + C)) + D = -3 \end{cases}$$

Mais ce ne sont pas des *équations linéaires* car B et C sont dans des sinus, donc on ne peut résoudre par combinaison ou substitution ce système.

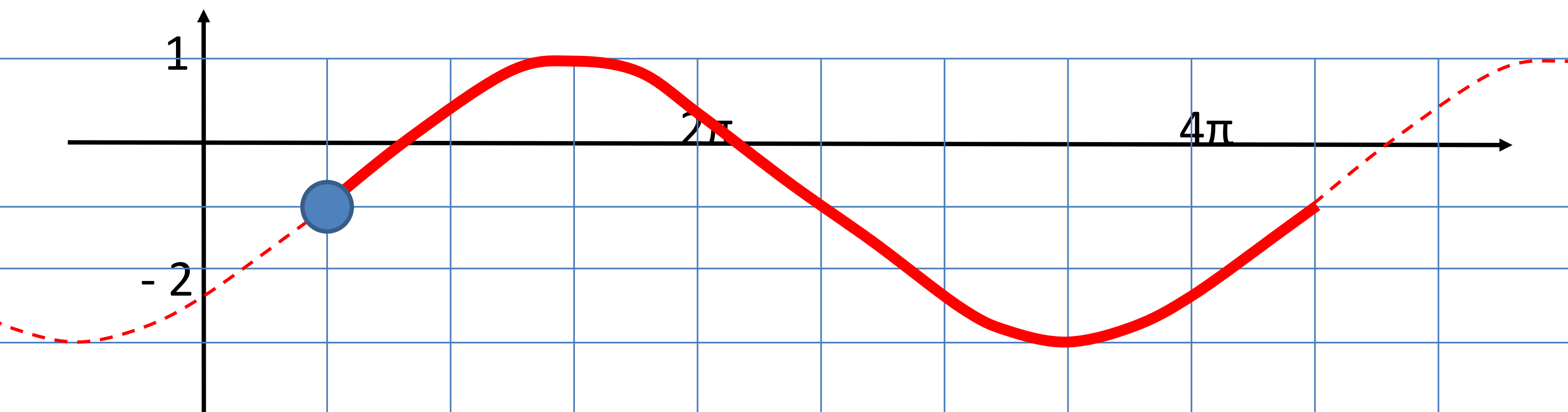
$$f(x) = 2 \sin \left(0{,}5\left(x - \pi/2 \right) \right) - 1$$

Vérification facultative :

x	π/2	3π/2	5π/2	7π/2	9π/2
f(x)	- 1				



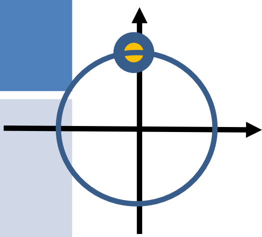
$$f(\pi/2) = 2 \sin (0) - 1 = 0 - 1 = - 1$$



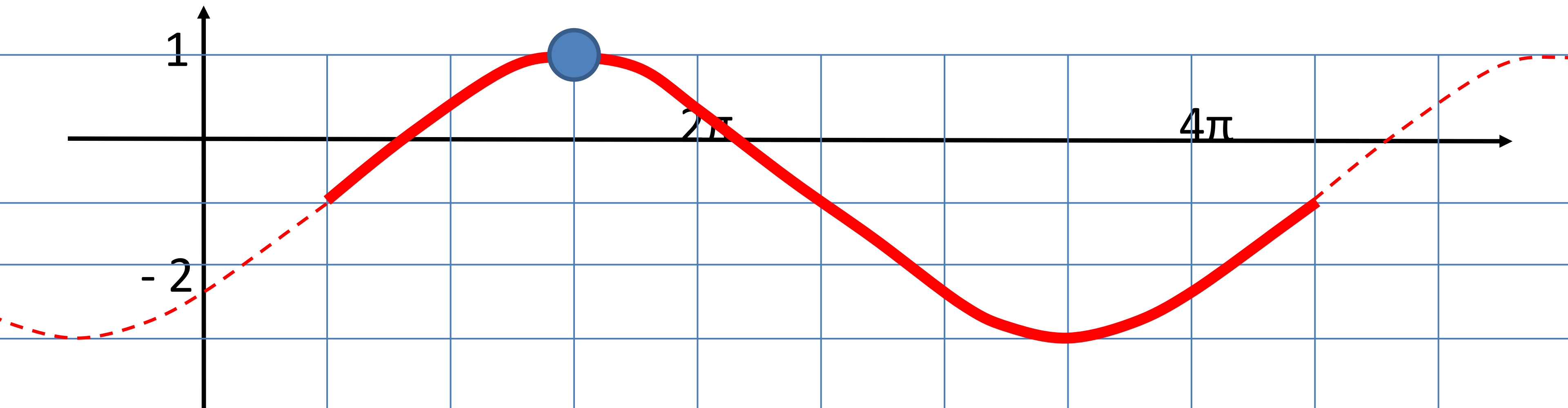
$$f(x) = 2 \sin\left(0{,}5\left(x - \pi/2\right)\right) - 1$$

Vérification facultative :

x	π/2	3π/2	5π/2	7π/2	9π/2
f(x)	- 1	1			



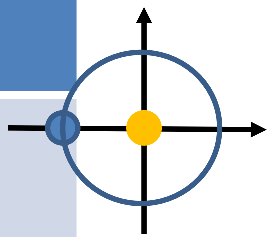
$$f(3\pi/2) = 2 \sin\left(0{,}5\pi\right) - 1 = 2\times 1 - 1 = 1$$



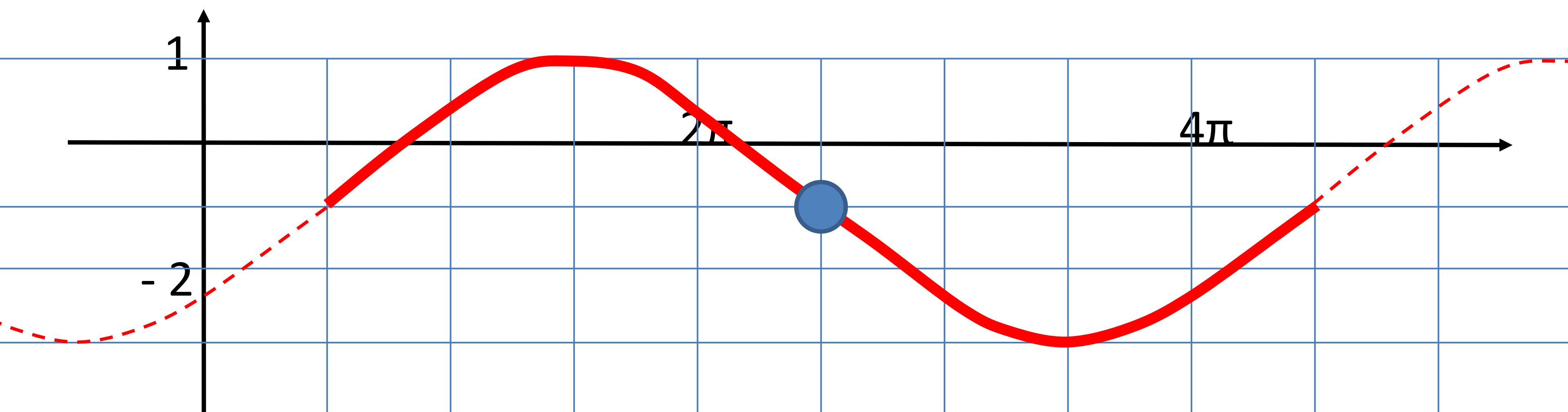
$$f(x) = 2 \sin\left(0{,}5\left(x - \pi/2\right)\right) - 1$$

Vérification facultative :

x	π/2	3π/2	5π/2	7π/2	9π/2
f(x)	- 1	1	- 1		



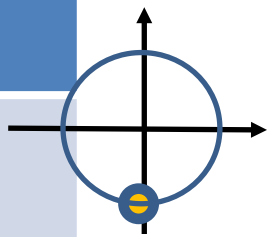
$$f(5\pi/2) = 2 \sin(\pi) - 1 = 0 - 1 = -1$$



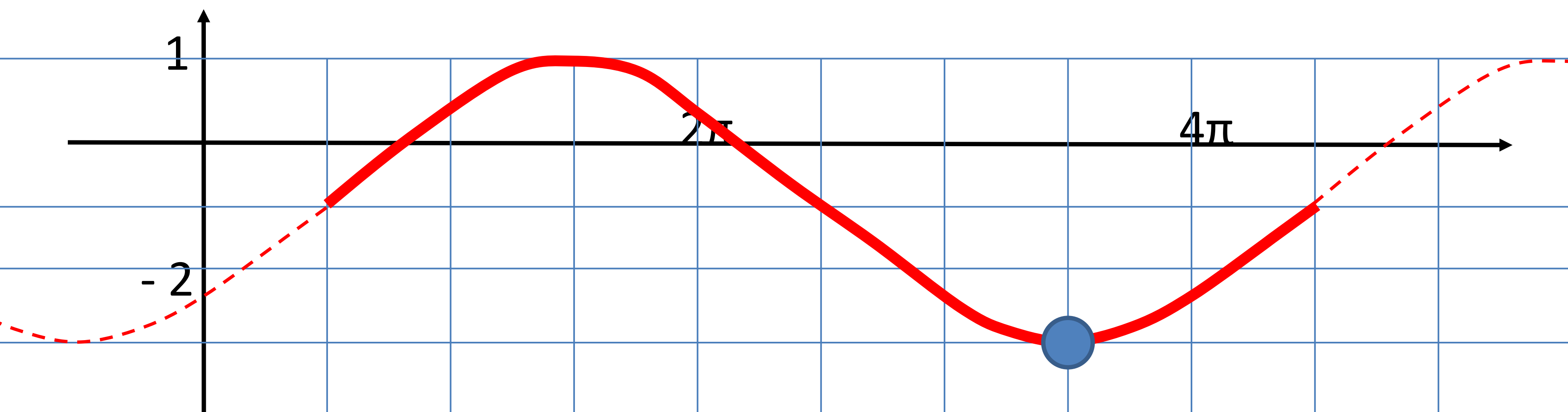
$$f(x) = 2 \sin \left(0{,}5\left(x - \pi/2 \right) \right) - 1$$

Vérification facultative :

x	π/2	3π/2	5π/2	7π/2	9π/2
f(x)	- 1	1	- 1	- 3	



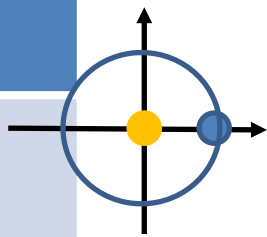
$$f(7\pi/2) = 2 \sin (1{,}5\pi) - 1 = 2\times(- 1) - 1 = - 3$$



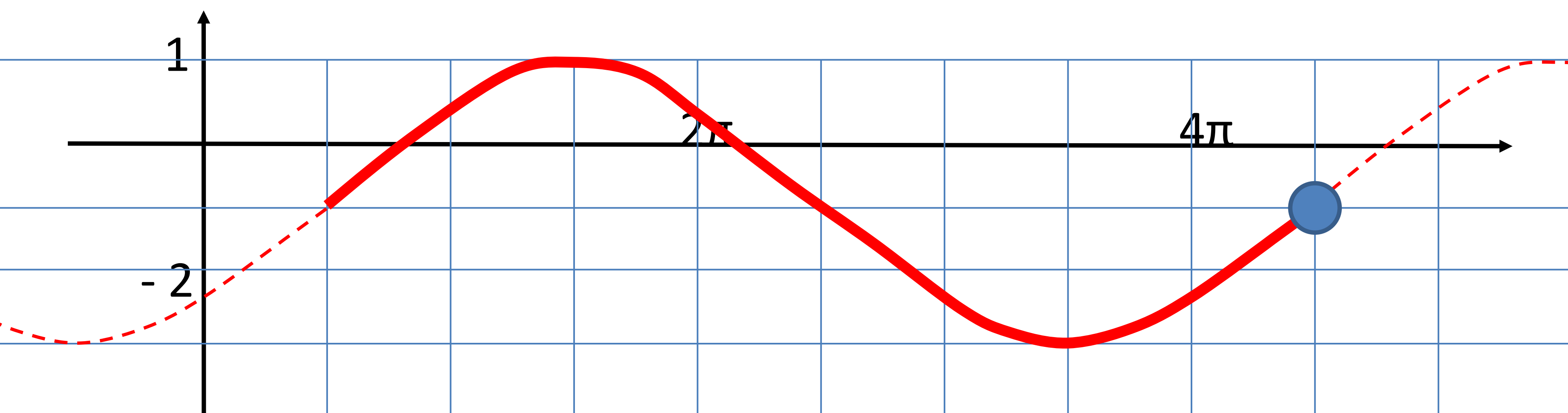
$$f(x) = 2 \sin\left(0{,}5\left(x - \pi/2 \right) \right) - 1$$

Vérification facultative :

x	π/2	3π/2	5π/2	7π/2	9π/2
f(x)	- 1	1	- 1	- 3	- 1



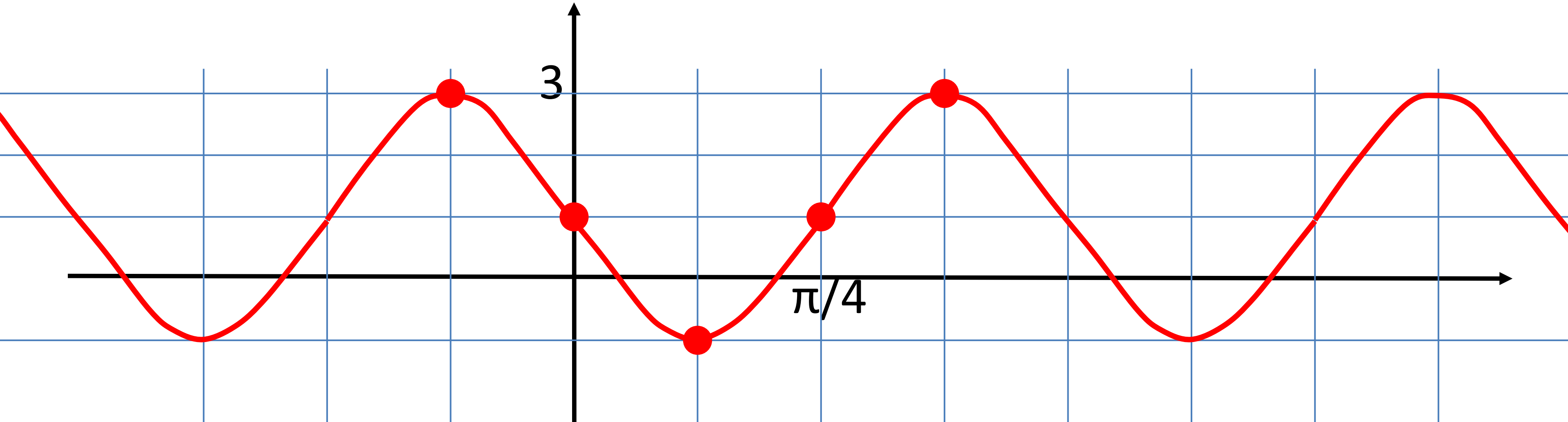
$$f(9\pi/2) = 2 \sin(2\pi) - 1 = 0 - 1 = -1$$



Exercice 8 bis :

Déterminez l’expression f(x) = …

de la fonction dont on a la courbe représentative :



Exercice 8 bis :

La courbe est une sinusoïde

$\Rightarrow f(x) = A \cos(B(x + C)) + D$

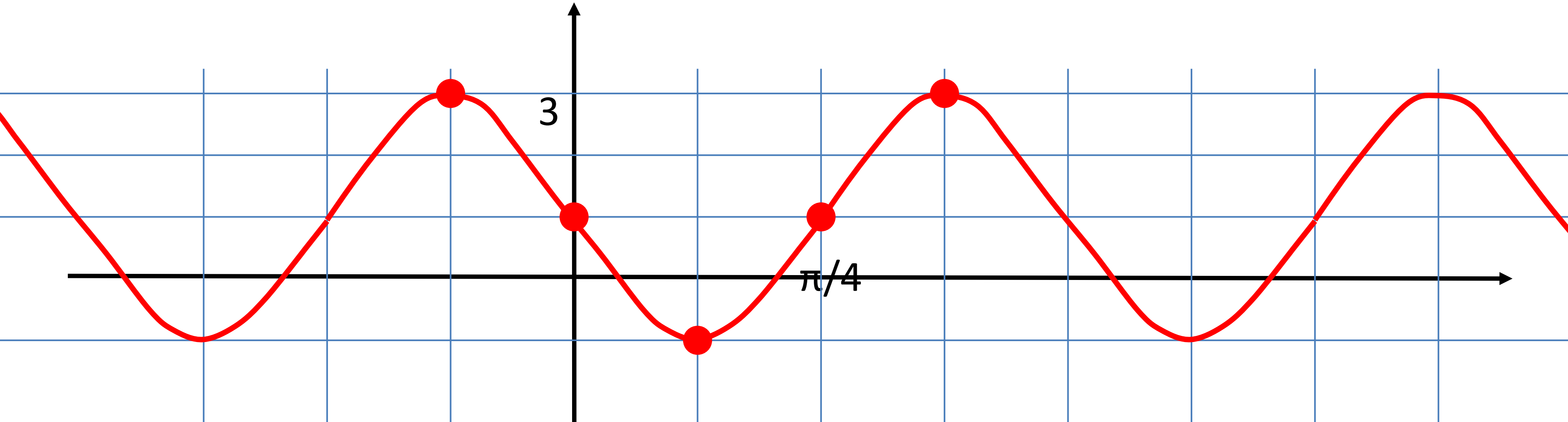
gonfle en y la courbe

divise en x la période

fait monter en y

fait reculer en x la courbe

On peut aussi prendre $f(x) = A \sin(B(x + C)) + D$

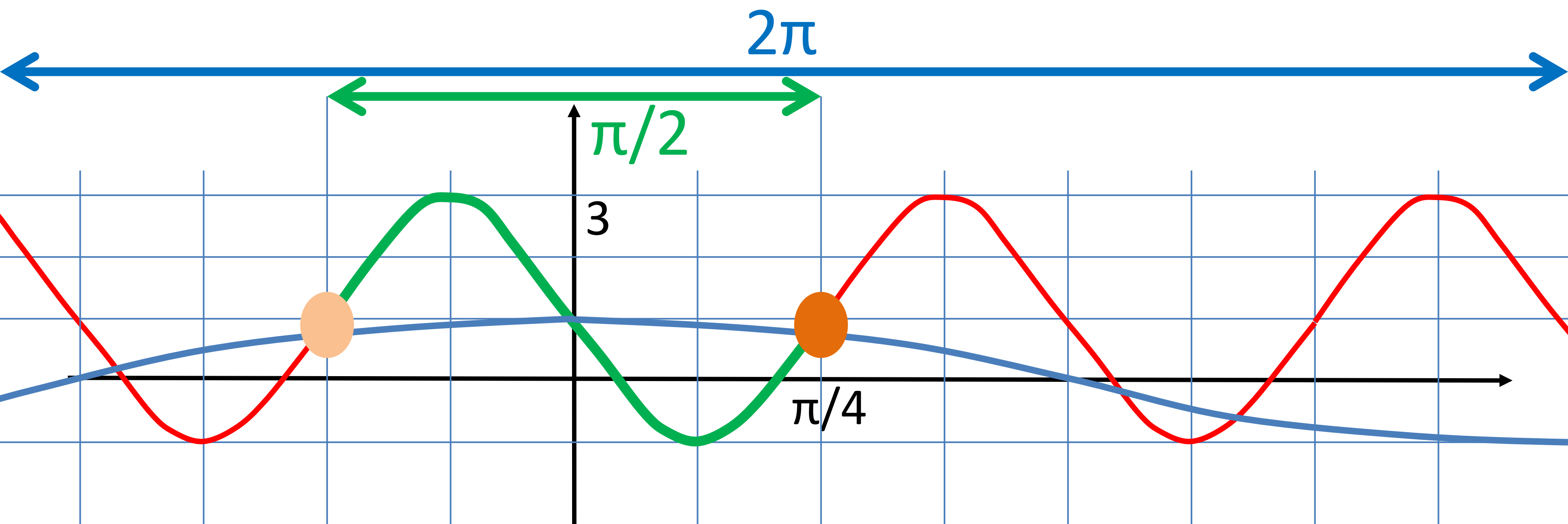


$f(x) = A \cos(B(x + C)) + D$

La période est de $\pi/4 - (-\pi/4) = \pi/2$

alors que la fonction cos est de période 2π

⇨ $B = 2\pi / (\pi/2) = 2\pi \times (2/\pi) = 4$



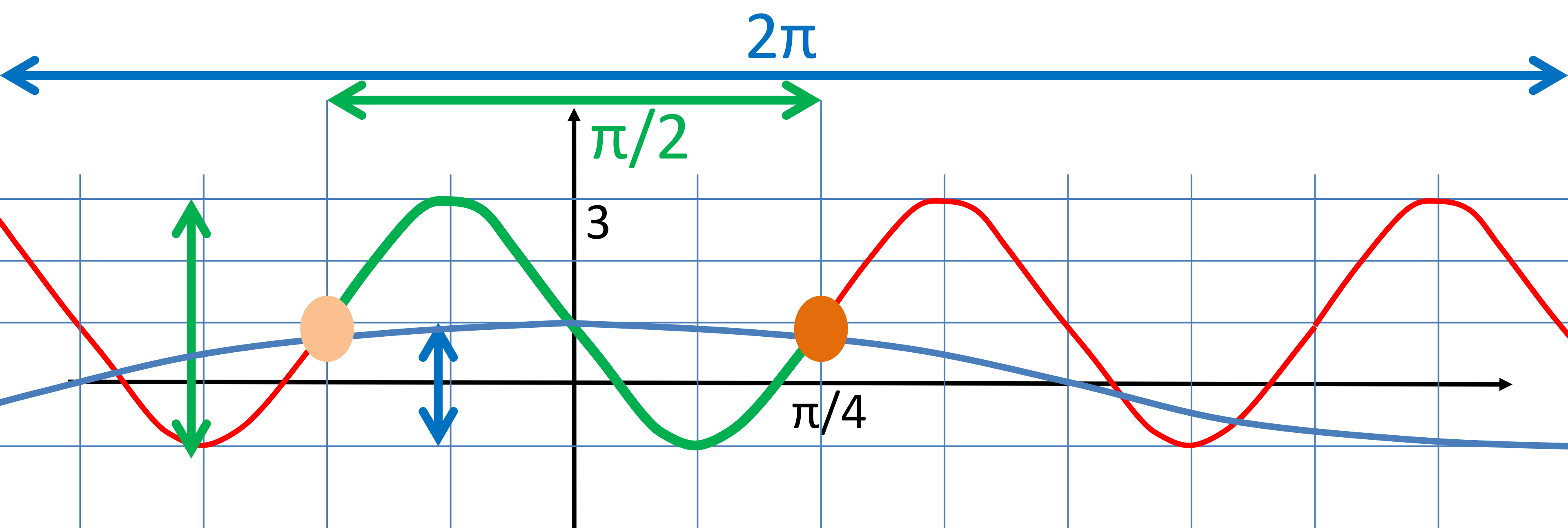
$f(x) = A \cos(\,4(x + C)\,) + D$

La période est de $\pi/4 - (-\pi/4) = \pi/2$

alors que la fonction cos est de période 2π

⇨ $B = 2\pi / (\pi/2) = 2\pi \times (2/\pi) = 4$

L'amplitude en y a été multipliée par 2 ⇨ $A = 2$



$$f(x) = 2 \cos(4(x + C)) + D$$

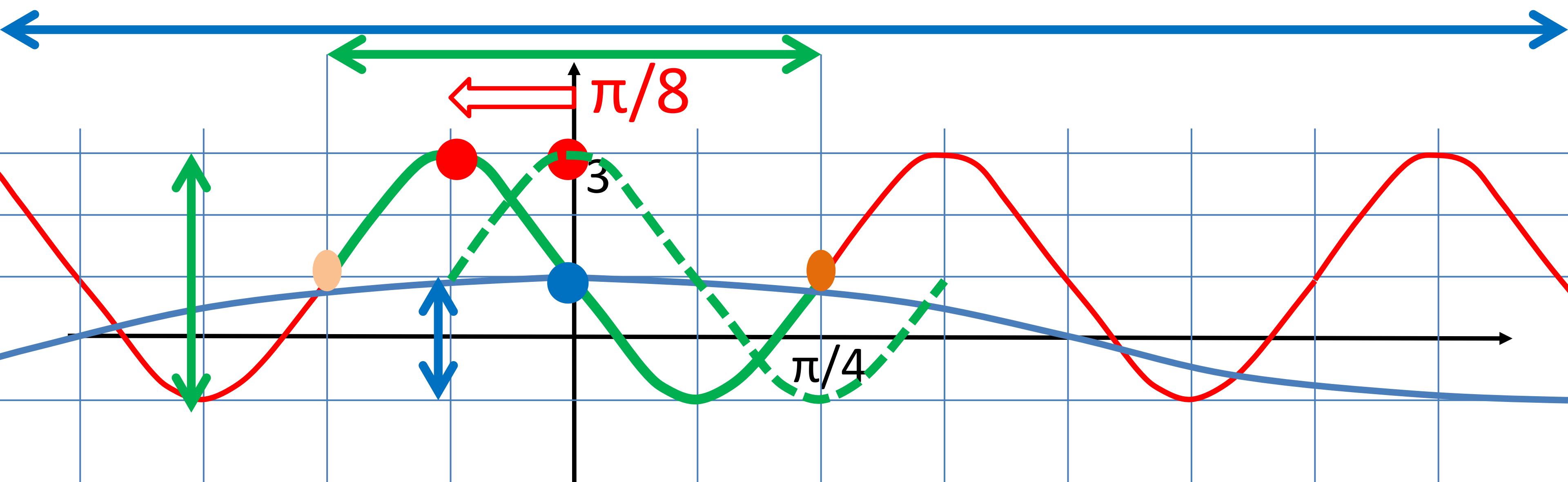
La période est de $\pi/4 - (-\pi/4) = \pi/2$

alors que la fonction cos est de période 2π

$\Rightarrow B = 2\pi / (\pi/2) = 2\pi \times (2/\pi) = 4$

L'amplitude en y a été multipliée par 2 $\Rightarrow A = 2$

La courbe a reculé en x de $\pi/8$ $\Rightarrow C = \pi/8$



$f(x) = 2 \cos (4(x + \pi/8)) + 1$

La période est de $\pi/4 - (- \pi/4) = \pi/2$

$\Rightarrow B = 2\pi / (\pi/2) = 2\pi \times (2/\pi) = 4$

L'amplitude en y a été multipliée par 2 $\Rightarrow A = 2$

La courbe a reculé en x de $\pi/8$ $\Rightarrow C = \pi/8$

La courbe a monté en y de 1 $\Rightarrow D = 1$