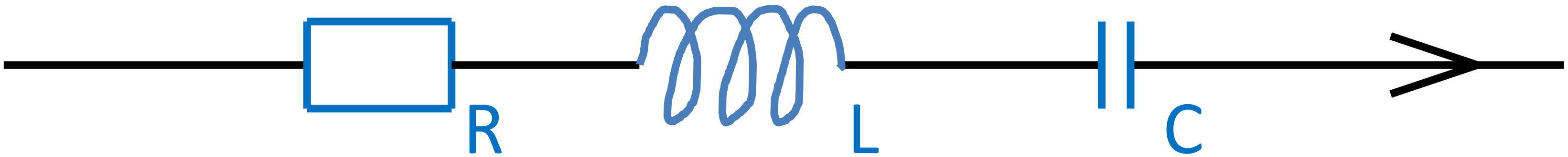
Exercice 12 :

En électricité i désigne l'intensité, donc le nombre imaginaire est alors noté j.

Un circuit électrique est constitué en série d'une résistance R, d'une bobine d'inductance L, et d'un condensateur de capacité C.



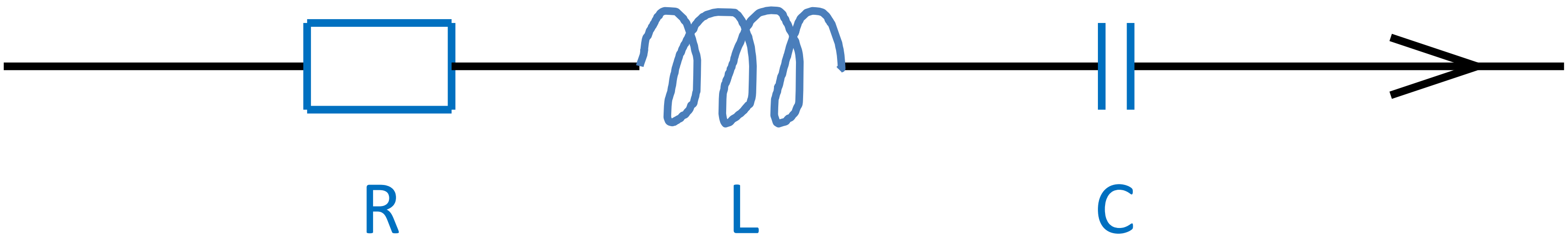
Après étude (valeurs efficaces et déphasages) on associe à chacun une affixe :

R $\qquad$ $j L \omega$ $\qquad$ $\dfrac{1}{j C \omega}$

ω est la pulsation.

On associe à chacun une affixe :

$$R \qquad j L \omega \qquad \frac{1}{j C \omega}$$



1°) Le module de l'affixe est la valeur efficace,

l'argument est le déphasage

(l'avance de la tension sur le courant).

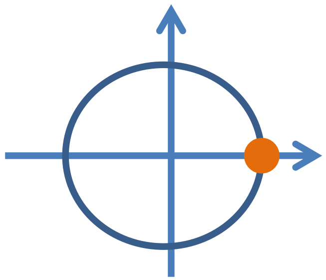
Retrouvez les valeurs efficaces et les déphasages des trois constituants du circuit RLC.

1°) Retrouvez les valeurs efficaces et les déphasages des trois constituants du circuit.

$z_R = R = R + 0j$

$| z_R | = \sqrt{R^2 + 0^2} = R$

$$\begin{cases} \cos \beta = a/r = R/R = 1 \\ \sin \beta = b/r = 0/R = 0 \end{cases}$$



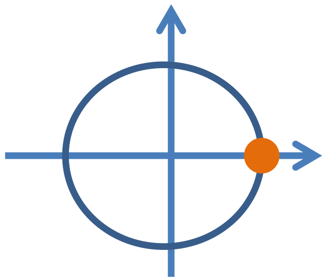
$\beta = 0$

1°) Retrouvez les valeurs efficaces et les déphasages des trois constituants du circuit.

$z_R = R = R + 0j$

$| z_R | = \sqrt{R^2 + 0^2} = R$

$$\begin{cases} \cos \beta = a/r = R/R = 1 \\ \sin \beta = b/r = 0/R = 0 \end{cases}$$



$\beta = 0$

z_L

$| z_L | = \ldots ?$

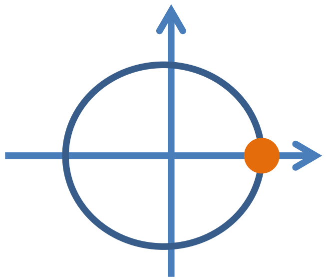
$\arg (z_L) = \ldots ?$

1°) Retrouvez les valeurs efficaces et les déphasages des trois constituants du circuit.

$z_R = R = R + 0j$

$| z_R | = \sqrt{R^2 + 0^2} = R$

$$\begin{cases} \cos \beta = a/r = R/R = 1 \\ \sin \beta = b/r = 0/R = 0 \end{cases}$$



$\beta = 0$

$z_L = j\,L\,\omega = a + b\,j = 0 + L\,\omega\,j$

$| z_L | = \sqrt{a^2 + b^2} = \dots ?$

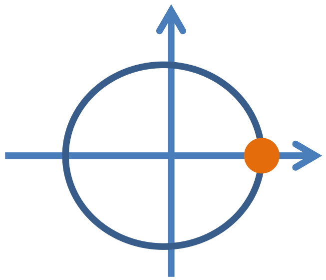
$\arg (z_L) = \dots ?$

1°) Retrouvez les valeurs efficaces et les déphasages des trois constituants du circuit.

$z_R = R = R + 0j$

$|z_R| = \sqrt{R^2 + 0^2} = R$

$$\begin{cases} \cos\beta = a/r = R/R = 1 \\ \sin\beta = b/r = 0/R = 0 \end{cases}$$



$\beta = 0$

$z_L = j\,L\,\omega = 0 + L\,\omega j$

$|z_L| = \sqrt{0^2 + (L\,\omega)^2} = L\,\omega$

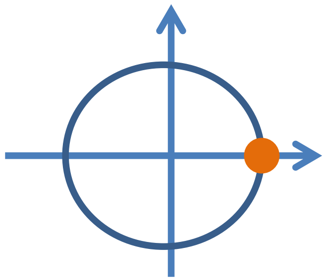
$\arg(z_L) = \ldots\ ?$

1°) Retrouvez les valeurs efficaces et les déphasages des trois constituants du circuit.

$z_R = R = R + 0j$

$| z_R | = \sqrt{R^2 + 0^2} = R$

$$\begin{cases} \cos \beta = a/r = R/R = 1 \\ \sin \beta = b/r = 0/R = 0 \end{cases}$$

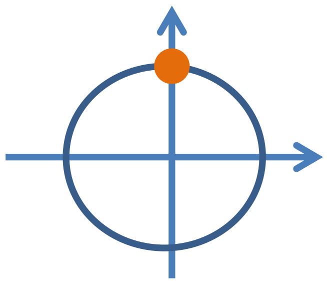


$\beta = 0$

$z_L = j\,L\,\omega = 0 + L\,\omega j$

$| z_L | = \sqrt{0^2 + (L\,\omega)^2} = L\,\omega$

$$\begin{cases} \cos \delta = a/r = 0/(L\,\omega) = 0 \\ \sin \delta = b/r = L\,\omega/(L\,\omega) = 1 \end{cases}$$



$\delta = \pi/2$

1°) Retrouvez les valeurs efficaces et les déphasages des trois constituants du circuit.

$$z_C = \frac{1}{j\,C\,\omega}$$

On veut obtenir $z_C = a + b\,j$

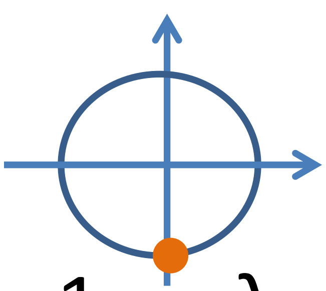
$$z_C = \frac{1}{j\,C\,\omega} = \frac{1\,j}{j\,C\,\omega\,j} = \frac{j}{C\,\omega\,(-1)} = 0 + \frac{-1}{C\,\omega}\,j$$

1°) Retrouvez les valeurs efficaces et les déphasages des trois constituants du circuit.

$$z_C = \frac{1}{j\,C\,\omega} = \frac{1\,j}{j\,C\,\omega\,j} = \frac{j}{C\,\omega\,(-\,1)} = 0 + \frac{-\,1}{C\,\omega}\,j$$

$$|\,z_C\,| = \sqrt{0^2 + \left(\frac{-\,1}{C\,\omega}\right)^2} = \frac{1}{C\,\omega}$$

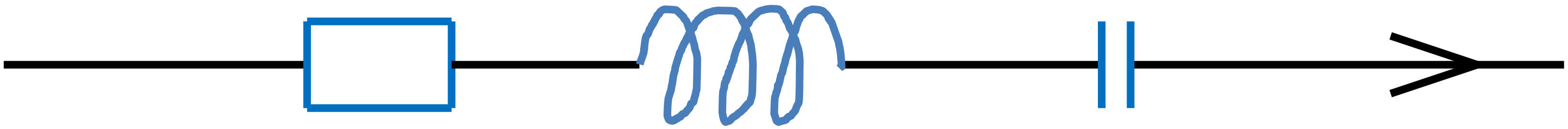
$$\begin{cases} \cos\lambda = a/r = 0/(1/(C\omega)) = 0 \\ \sin\lambda = b/r = (-1/(C\,\omega))/(1/(C\omega)) = -\,1 \end{cases}$$



$\lambda = -\,\pi/2$

On associe à chacun une affixe :

$R \qquad j L \omega \qquad \dfrac{1}{j C \omega}$



R L C

valeurs efficaces

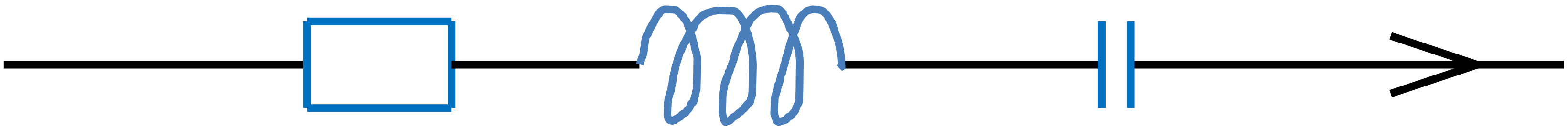
$R \qquad L \omega \qquad 1 / (C \omega)$

déphasages

$0 \qquad \pi/2 \qquad - \pi/2$

On associe à chacun une affixe :

R	$j L \omega$	$\dfrac{1}{j C \omega}$

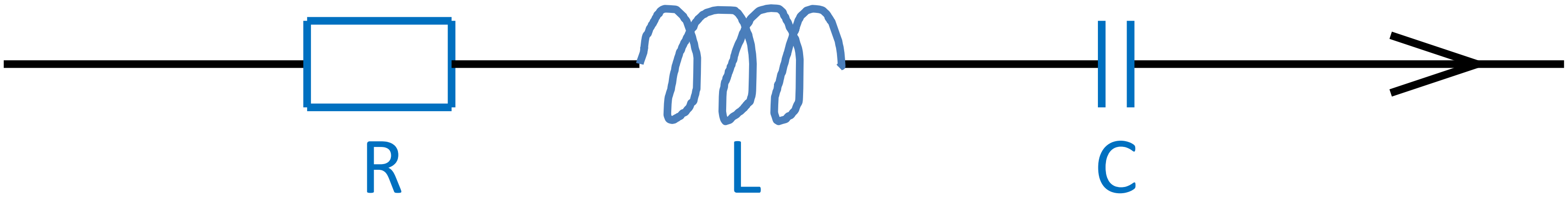


valeurs efficaces

R	$L \omega$	$1 / (C \omega)$

déphasages

0	$\pi/2$	$- \pi/2$
en phase	avance	retard



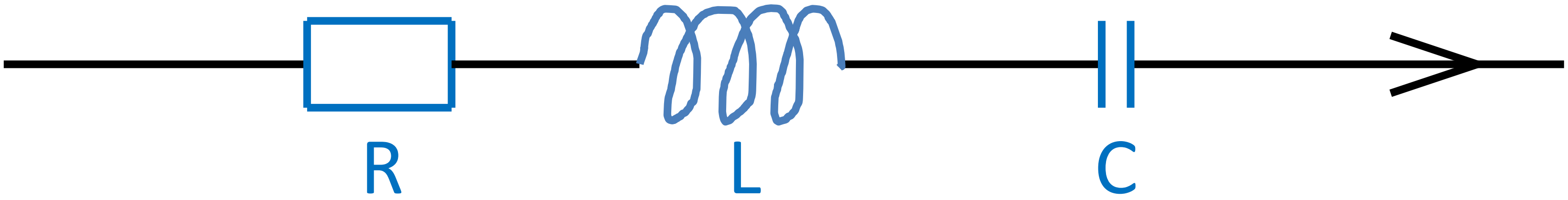
valeurs efficaces

R	$L\,\omega$	$1\,/\,(C\,\omega)$

déphasages

0	$\pi/2$	$-\,\pi/2$
en phase	avance	retard

Quelle question va-t-on se poser ?



valeurs efficaces

R	$L\,\omega$	$1 / (C\,\omega)$

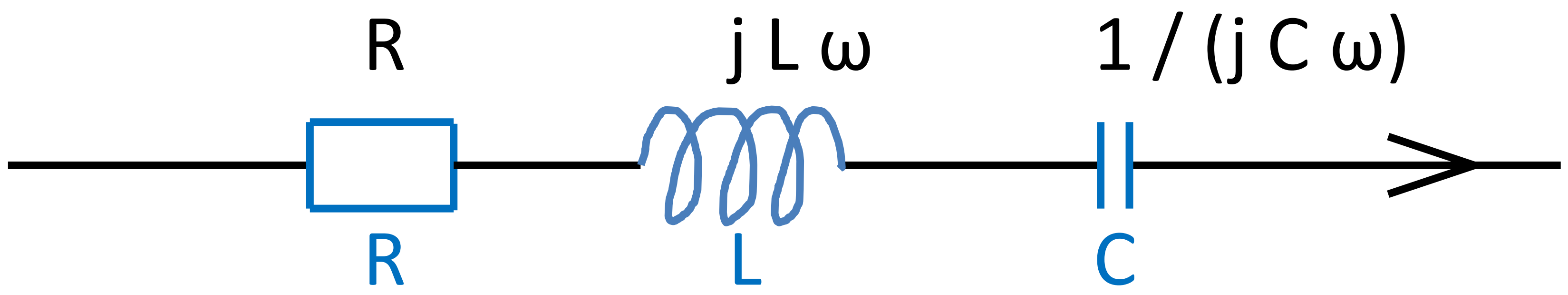
déphasages

0	$\pi/2$	$-\,\pi/2$
en phase	avance	retard

circuit R L C : quelle valeur efficace ?

quel déphasage ?

On associe à chacun une affixe :



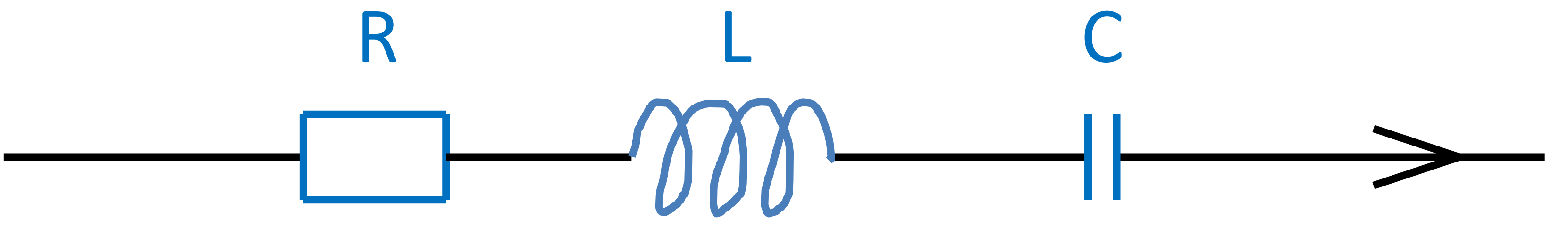
2°) L'affixe du circuit en série est la somme des affixes. $f = 50$ (Hz) Rappel : $\omega = 2\,\pi\,f$

$R = 10$ (Ω) ; $L = 0{,}02$ (Henrys) ; $C = 0{,}0004$ (Farads).

Déterminez la valeur efficace (en valeurs exacte puis approchée) et le déphasage (en valeur approchée) du circuit. Le circuit sera-t-il en retard ou en avance ?

On associe à chacun une affixe :

$$R \qquad j L \omega \qquad \frac{1}{j C \omega}$$

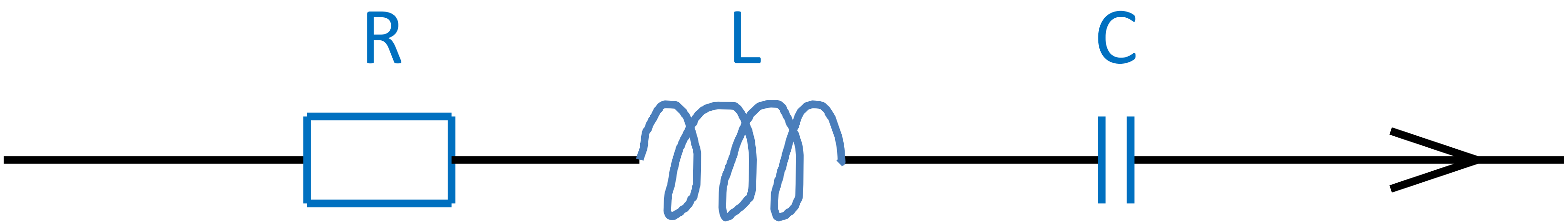


2°) L'affixe du circuit en série est la somme des affixes. Déterminez la valeur efficace du circuit.

$$z = z_R + z_L + z_C = R + j L \omega + \frac{1}{j C \omega}$$

On associe à chacun une affixe :

$$R \qquad j\,L\,\omega \qquad \frac{1}{j\,C\,\omega}$$

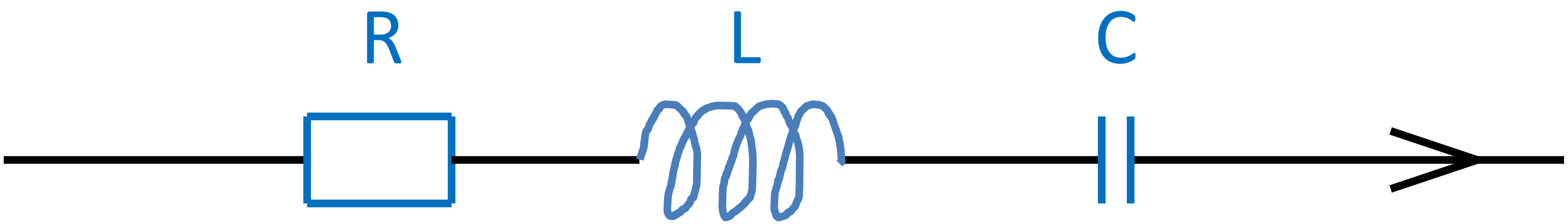


2°) L'affixe du circuit en série est la somme des affixes. Déterminez la valeur efficace du circuit.

$$z = z_R + z_L + z_C = R + j\,L\,\omega + \frac{1\,j}{j\,C\,\omega\,j}$$

On associe à chacun une affixe :

$$R \qquad\qquad j\,L\,\omega \qquad\qquad \frac{1}{j\,C\,\omega}$$

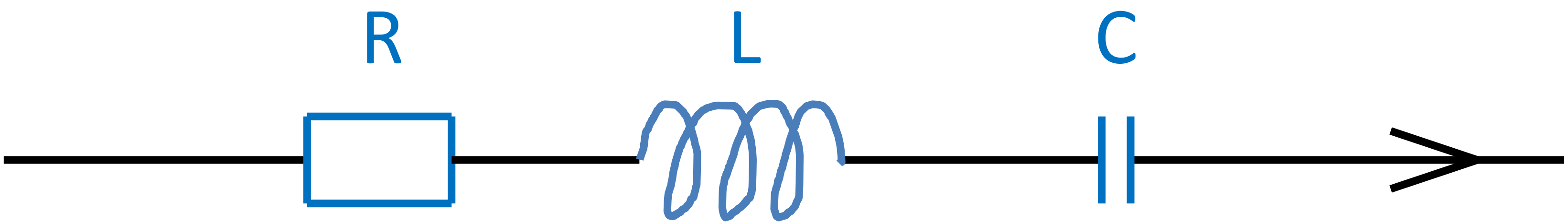


2°) L'affixe du circuit en série est la somme des affixes. Déterminez la valeur efficace du circuit.

$$z = z_R + z_L + z_C = R + j\,L\,\omega + \frac{1\,j}{C\,\omega\,(-\,1)}$$

On associe à chacun une affixe :

$$R \qquad j\,L\,\omega \qquad \frac{1}{j\,C\,\omega}$$



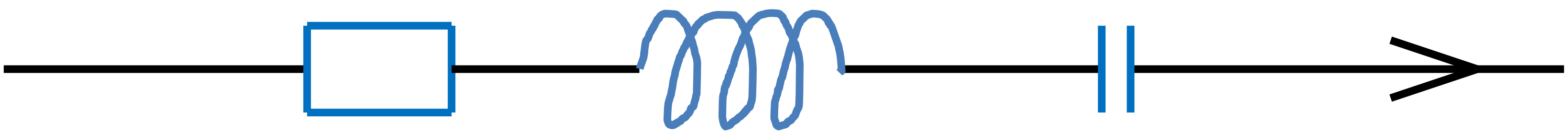
2°) L'affixe du circuit en série est la somme des affixes. Déterminez la valeur efficace du circuit.

$$z = z_R + z_L + z_C = R + j\,L\,\omega + \frac{-1}{C\,\omega}\,j$$

On associe à chacun une affixe :

R $\qquad$ $jL\omega$ $\qquad$ $\dfrac{1}{jC\omega}$

R $\qquad$ L $\qquad$ C



2°) L'affixe du circuit en série est la somme des affixes. Déterminez la valeur efficace du circuit.

$$z = z_R + z_L + z_C = R + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) j$$

2°) Déterminez la valeur efficace du circuit.

$$z = z_R + z_L + z_C = R + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) j$$

$$|\, z \,| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$$

f = 50 (Hz) donc $\omega = 2\pi f = 100\pi$

R = 10 (Ω) ; L = 0,02 (Henrys) ; C = 0,0004 (Farads).

$z \approx 10 - 1{,}67456\, j \Longrightarrow |\, z \,| \approx 10{,}139$

2°) Déterminez le déphasage du circuit.

$z \approx 10 - 1{,}67456\, j \Rightarrow |z| \approx 10{,}139$

$$\begin{cases} \cos\beta = x/r = 10/10{,}139 \approx 0{,}986 \\ \sin\beta = y/r = -1{,}67456/10{,}139 \approx -0{,}165 \end{cases}$$

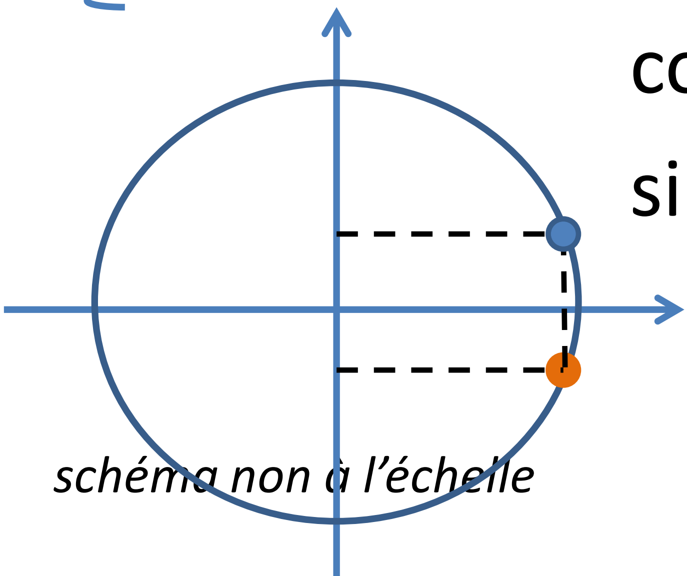


schéma non à l'échelle

$\cos^{-1} 0{,}986 \approx 0{,}167$ radian

$\sin^{-1}(-0{,}165) \approx -0{,}167$ radian

$\beta \approx -0{,}167$ radian

donc un (léger) retard.

3°)

$$|z| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

f = 50 (Hz) donc $\omega = 2\pi f = 100\pi$

R = de 0,5 à 100 (Ω) ; L = 0,02 (H) ; C = 0,0004 (F).

Quelle résistance faut-il choisir pour avoir une valeur efficace maximale ?

(en utilisant sa calculette graphique)

A-t-on alors un déphasage acceptable ?

3°) f = 50 (Hz) donc $\omega = 2\pi f = 100\pi$

R = de 0,5 à 100 (Ω) ; L = 0,02 (H) ; C = 0,0004 (F).

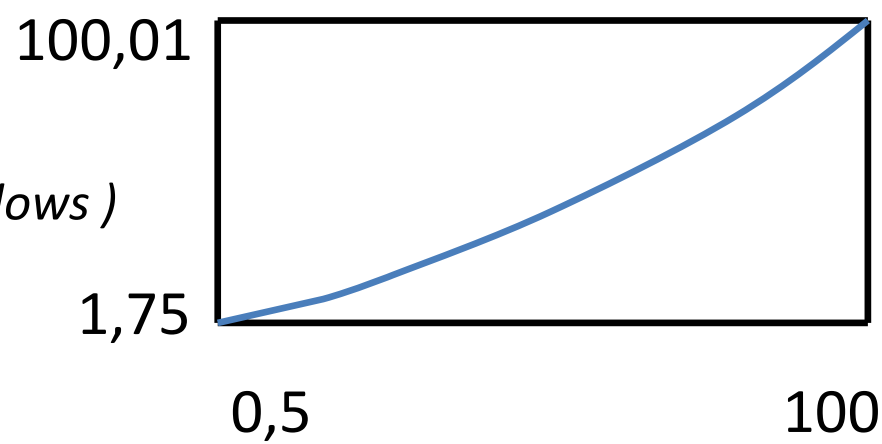
$$|z| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\approx \sqrt{R^2 + 1{,}67456^2}$$

Calculette graphique :

(informations obtenues

avec Zoom Auto et Windows)



Il faut prendre une résistance de 100 (Ω) pour obtenir une valeur efficace maximale.

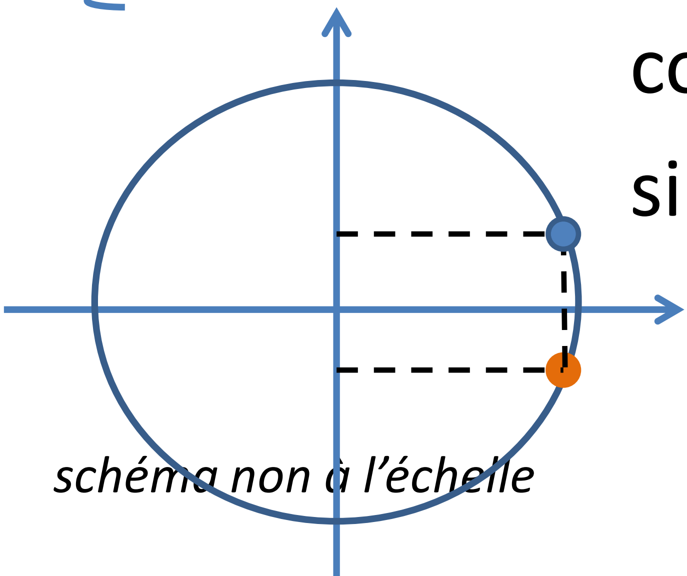
A-t-on alors un déphasage acceptable ?

R = 100 (Ω) ; L = 0,02 (H) ; C = 0,0004 (F).

$z \approx 100 - 1{,}67456\, j$

$\Rightarrow |z| \approx \sqrt{100^2 + 1{,}67456^2} \approx 100{,}01$

$$\begin{cases} \cos\beta = x/r = 100/100{,}01 \approx 0{,}99986 \\ \sin\beta = y/r = -\,1{,}67456/100{,}01 \approx -\,0{,}0167 \end{cases}$$



$\cos^{-1} 0{,}986 \approx 0{,}0167$ radian

$\sin^{-1}(-\,0{,}165) \approx -\,0{,}0167$ radian

$\beta \approx -\,0{,}0167$ radian

donc un très petit retard.

4°)

$$| z | = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$$

f = de 30 à 100 (Hz)

R = 10 (Ω) ; L = 0,02 (H) ; C = 0,0004 (F).

Quelles fréquences faut-il choisir pour avoir une valeur efficace au moins égale à 80% de la maximale valeur efficace ?

(en utilisant sa calculette graphique)

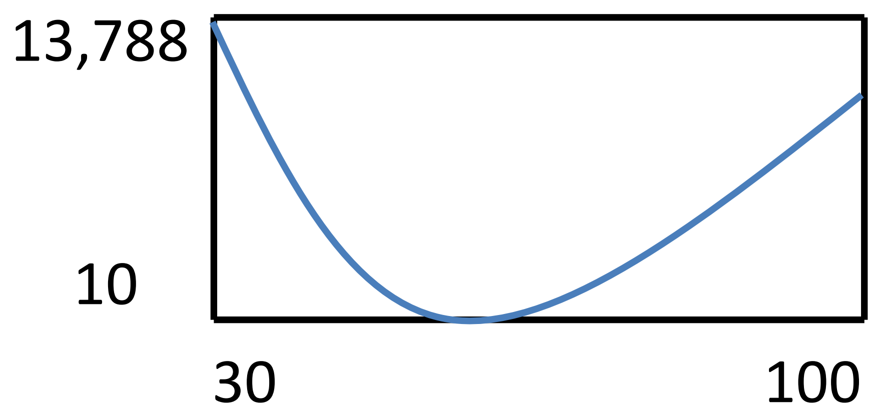
4°) f = de 30 à 100 (Hz) et $\omega = 2\pi f$

R = 10 (Ω) ; L = 0,02 (H) ; C = 0,0004 (F).

$$|z| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$= \sqrt{10^2 + \left(0{,}02\,(2\pi f) - \frac{1}{0{,}0004\,(2\pi f)}\right)^2}$$

Calculette graphique :

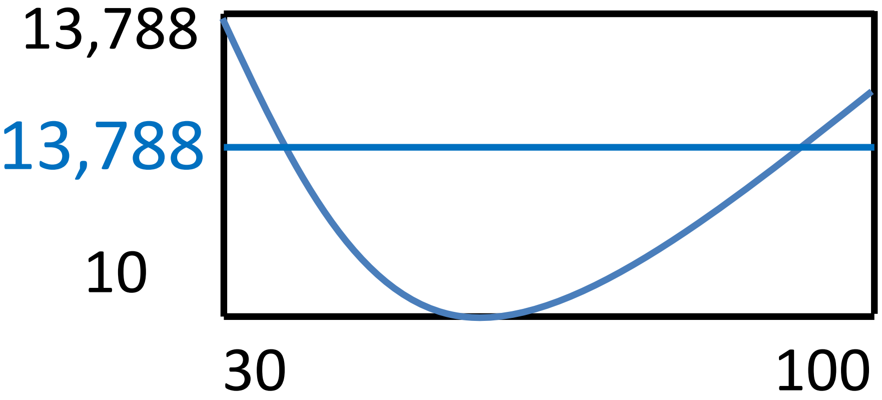


4°) f = de 30 à 100 (Hz) et $\omega = 2\pi f$

R = 10 (Ω) ; L = 0,02 (H) ; C = 0,0004 (F).

$$|z| = \sqrt{10^2 + \left(0{,}02\,(2\pi\, f) - \frac{1}{0{,}0004\,(2\pi\, f)}\right)^2}$$

Calculette graphique :

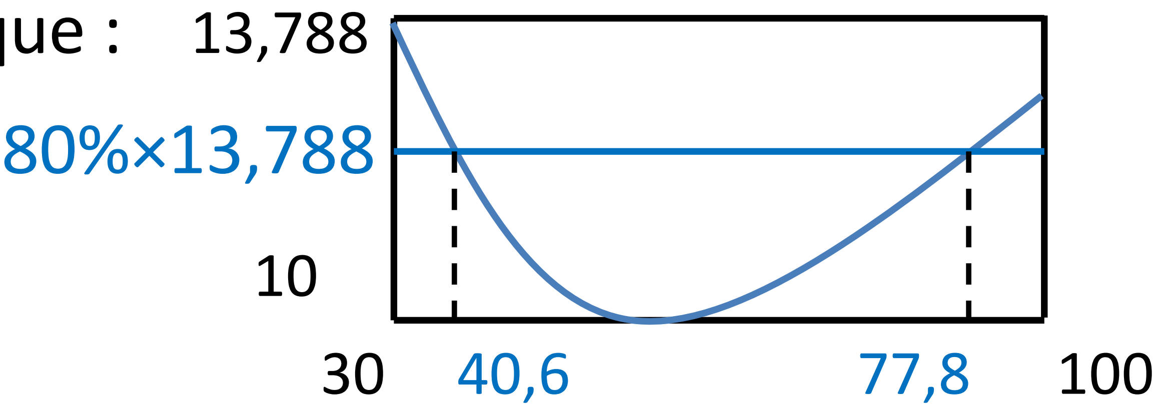


4°) f = de 30 à 100 (Hz) et $\omega = 2\pi f$

$R = 10$ (Ω) ; $L = 0{,}02$ (H) ; $C = 0{,}0004$ (F).

$$|z| = \sqrt{10^2 + \left(0{,}02\,(2\pi f) - \frac{1}{0{,}0004\,(2\pi f)}\right)^2}$$

Calculette graphique :

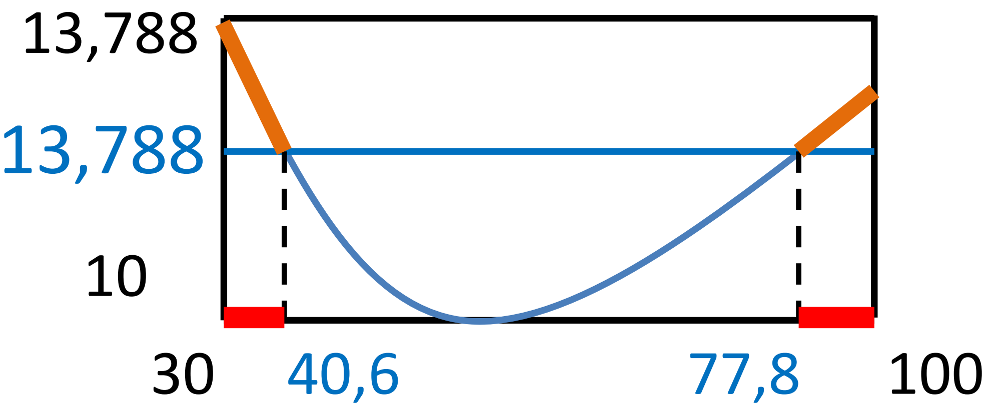


4°) f = de 30 à 100 (Hz) et $\omega = 2\pi f$

R = 10 (Ω) ; L = 0,02 (H) ; C = 0,0004 (F).

$$| z | = \sqrt{10^2 + \left(0{,}02\,(2\pi\, f) - \frac{1}{0{,}0004\,(2\pi\, f)}\right)^2}$$

Calculette graphique :



Il faut donc des fréquences dans ≈ [30 ; 40,6]

U [77,8 ; 100] pour avoir au moins 80% de la valeur efficace maximale.